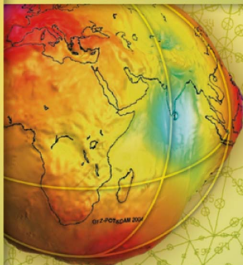


ΑΡΙΣΤΕΙΔΗΣ Ι. ΦΩΤΙΟΥ
ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ Α.Π.Θ.

ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΓΕΩΔΑΙΣΙΑ

ΘΕΩΡΙΑ ΚΑΙ ΠΡΑΞΗ



Φωτίου Αριστείδης

Καθηγητής Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης

Τομέας Γεωδαισίας και Τοπογραφίας

Πανεπιστημιούπολη, Θυρίδα 473

541 24 Θεσσαλονίκη

E-mail: afotiou@topo.auth.gr

Πίνακας οπισθόφυλλου: *Π. Φωτίου*

© Copyright 2007, Α. Ι. Φωτίου,

Διορθωμένη ανατύπωση Ιούνιος 2009

Γεωμετρική Γεωδαισία. Θεωρία και Πράξη

Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

A. I. Fotiou

Geometric Geodesy. Theory and Practice

The Aristotle University of Thessaloniki, Greece

ISBN 978-960-456-042-4

Η κατά οποιονδήποτε τρόπο ή μέσο αντιγραφή, φωτοανατύπωση και εν γένει αναπαραγωγή, δημοσίευση, μετάφραση ή χρησιμοποίηση όλου ή μερών του παρόντος βιβλίου, απαγορεύεται χωρίς τη γραπτή άδεια του συγγραφέα (Ν.2121/1993 όπως ισχύει σήμερα).

Φωτοστοιχειοθεσία

Εκτύπωση

Βιβλιοδεσία

Π. ΖΗΤΗ & Σια ΟΕ

18ο χλμ Θεσ/νίκης-Περαίας

Τ.Θ. 4171 • Περαία Θεσσαλονίκης • Τ.Κ. 570 19

Τηλ.: 2392.072.222 - Fax: 2392.072.229 • e-mail: info@ziti.gr



www.ziti.gr

ΒΙΒΛΙΟΠΩΛΕΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ - ΚΕΝΤΡΙΚΗ ΔΙΑΘΕΣΗ:

Αρμενοπούλου 27 - 546 35 Θεσσαλονίκη • Τηλ.: 2310-203.720 • e-mail: sales@ziti.gr

ΒΙΒΛΙΟΠΩΛΕΙΟ ΑΘΗΝΩΝ - ΕΝΩΣΗ ΕΚΔΟΤΩΝ ΒΙΒΛΙΟΥ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ:

Στοά του Βιβλίου (Πεσμαζόγλου 5) - 105 64 ΑΘΗΝΑ • Τηλ.-Fax: 210-3211.097

ΑΠΟΘΗΚΗ ΑΘΗΝΩΝ - ΠΩΛΗΣΗ ΧΟΝΔΡΙΚΗ:

Ασκληπιού 60 - Εξάρχεια 114 71, Αθήνα • Τηλ.-Fax: 210-3816.650 • e-mail: athina@ziti.gr

ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟ ΒΙΒΛΙΟΠΩΛΕΙΟ: www.ziti.gr

Πρόλογος

Η έως σήμερα 20ετής και πλέον ανάθεση διδασκαλίας του υποχρεωτικού μαθήματος με πρόσφατο τίτλο ‘Γεωμετρική Γεωδαισία και Δίκτυα’ για τους φοιτητές του Τμήματος Αγρονόμων και Τοπογράφων Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του ΑΠΘ, η 25ετής ερευνητική ενασχόλησή μου με το αντικείμενο της Γεωδαισίας και μάλιστα της Γεωμετρικής Γεωδαισίας, των Συνορθώσεων των Γεωδαιτικών Δικτύων και του Προσδιορισμού Θέσης αλλά και οι διαρκώς εξελισσόμενες τεχνολογίες με οδήγησαν στη συγγραφή του παρόντος διδακτικού βιβλίου.

Το τελευταίο κεφάλαιο, με πάνω από είκοσι λυμένες ασκήσεις και πρακτικά προβλήματα, αποκτά ιδιαίτερη αξία. Ο φοιτητής ή και ο επαγγελματίας Μηχανικός και ερευνητής έχει ένα ισχυρό εφόδιο και μία αναφορά, που δύσκολα συναντά κανείς στη διεθνή βιβλιογραφία, για να μελετήσει, να ελέγξει τους υπολογισμούς και τα προγράμματά του και ιδίως να κατανοήσει αρχές και μεθοδολογίες ώστε να μπορεί να τις εφαρμόζει τόσο στην καθημερινή πρακτική όσο και σε εξειδικευμένα προβλήματα. Ας μην ξεχνάμε ότι το αντικείμενο της Γεωμετρικής Γεωδαισίας έχει κυρίως εφαρμοσμένο χαρακτήρα και η λύση των σχετικών προβλημάτων απαιτεί μεταξύ άλλων ‘απαιτητικούς’ υπολογισμούς κάθε μορφής. Σχεδόν όλοι οι υπολογισμοί έγιναν με προγράμματα και αλγορίθμους που ανέπτυξα ο ίδιος, όπως το γνωστό σε πολλούς πρόγραμμα NEED που έχει χρησιμοποιηθεί κατά την εκπόνηση Διπλωματικών Εργασιών, Μεταπτυχιακών και Διδακτορικών Διατριβών καθώς και σε ερευνητικές εργασίες, ερευνητικά προγράμματα και επαγγελματικές εφαρμογές και μελέτες.

Στην παρούσα ύλη δεν συμπεριλαμβάνονται με λεπτομέρεια θέματα σχετικά με τα σύγχρονα δορυφορικά συστήματα προσδιορισμού θέσης παρά μόνον οι εξισώσεις παρατηρήσεων για τη συνόρθωση των δικτύων και οι μετασχηματισμοί συντεταγμένων. Οι βασικές αρχές, έννοιες και μέθοδοι μετρήσεων θεωρούνται γνωστές από τον αναγνώστη. Για αυτά τα θέματα, στα οποία αφιερώνονται ξεχωριστά μαθήματα στο Τμήμα ATM του ΑΠΘ, συστήνεται ιδιαιτέρως το πρόσφατο βιβλίο ‘GPS και Γεωδαιτικές Εφαρμογές’ (Α. Φωτίου και Χ. Πικριδάς, 2006). Η αξιοποίηση της σύγχρονης τεχνολογίας των δορυφορικών συστημάτων πλοήγησης και προσδιορισμού θέσης (GPS, GLONASS, GALILEO)

αποτελεί επανάσταση στις βασικές γεωδαιτικές εφαρμογές, όπως είναι η ίδρυση δικτύων και αξιόπιστων γεωδαιτικών datum, η παρακολούθηση των μικρομετακινήσεων του γήινου φλοιού και των κρίσιμων τεχνικών έργων.

Το κεφάλαιο 1 διατρέχει την ιστορική εξέλιξη του αντικειμένου της Γεωδαισίας, από την αρχαιότητα έως σήμερα, δίνοντας έμφαση στους σημαντικότερους σταθμούς – ορόσημα και αναδεικνύοντας τη σύγχρονη διάσταση της Γεωδαισίας και ειδικότερα της Γεωμετρικής Γεωδαισίας και των Δικτύων.

Στο κεφάλαιο 2 ορίζονται βασικές γεωδαιτικές έννοιες, το γεωειδές, το ελλειψοειδές, τα υψόμετρα, ο ρόλος του πεδίου βαρύτητας, η απόκλιση της κατακορύφου οι παράμετροι των ελλειψοειδών αναφοράς και δίνεται η μαθηματική σχέση μεταξύ γεωδαιτικών ελλειψοειδών και καρτεσιανών συντεταγμένων.

Η γεωμετρία του ελλειψοειδούς, οι διάφορες κάθετες τομές και ο υπολογισμός του μήκους τόξου μεσημβρινού είναι τα βασικότερα στοιχεία που αναπτύσσονται στο κεφάλαιο 3.

Για τα θεμελιώδη προβλήματα στο ελλειψοειδές και στη σφαίρα, το ευθύ και το αντίστροφο, αφιερώνεται αποκλειστικά το κεφάλαιο 4.

Το κεφάλαιο 5, ένα από τα πλέον σημαντικά κεφάλαια με πρακτική αξία, αναφέρεται στις γεωδαιτικές και χαρτογραφικές απεικονίσεις με έμφαση την ελληνική πραγματικότητα (Hatt, TM3, TM87, UTM, παλαιό ελληνικό datum, ΕΓΣΑ87, WGS84, ITRFyy). Οι ευθείες και αντίστροφες εξισώσεις απεικόνισης, η αλλαγή προβολικού συστήματος και datum, οι αναγωγές των παρατηρήσεων από το ελλειψοειδές στο προβολικό επίπεδο και οι εντάξεις δικτύων GPS αποτελούν τις βασικές ενότητες του κεφαλαίου.

Το κεφάλαιο 6 πραγματεύεται τα θέματα ορισμού και σχέσεων μεταξύ των βασικών συστημάτων αναφοράς (γεωκεντρικό, γεωδαιτικό καρτεσιανό, τοπικό αστρονομικό, τοπικό γεωδαιτικό) για να καταλήξουμε στις σχέσεις αναγωγών των παρατηρήσεων και των αποκλίσεων της κατακορύφου στο ελλειψοειδές αναφοράς, διευκολύνοντας έτσι τον ορισμό και την ίδρυση του γεωδαιτικού συστήματος αναφοράς (γεωδαιτικό datum) με σύγχρονες ή παραδοσιακές μεθόδους. Παράλληλα μορφώνονται διαφορικές σχέσεις μεταβολής των γεωδαιτικών συντεταγμένων, των αποκλίσεων της κατακορύφου και των υψομέτρων του γεωειδούς κατά την αλλαγή datum, παρουσιάζεται η μεθοδολογία της βέλτιστης προσαρμογής του ελλειψοειδούς στο γεωειδές και δίνεται εύχρηστο τυπολόγιο για το μετασχηματισμό ομοιότητας. Τέλος, περιγράφονται τα ελληνικά γεωδαιτικά συστήματα, τα Διεθνή Επίγεια και Ουράνια Συστήματα και Πλαίσια Αναφοράς καθώς και τα βασικά Συστήματα Χρόνου.

Αναλυτικές σχέσεις και μεθοδολογία για την αναγωγή των παρατηρήσεων από τη γήινη επιφάνεια στο ελλειψοειδές δίνονται στο κεφάλαιο 7 που σε συν-

δυσασμό με τις αναγωγές που περιγράφονται στο κεφάλαιο 6 ολοκληρώνουν το πρόβλημα των αναγωγών των παρατηρήσεων. Επίσης γίνονται σχόλια και πρακτικές υποδείξεις ενώ παρουσιάζεται αλγόριθμος για την αναγωγή πολύ μεγάλων αποστάσεων, ένα πρόβλημα που αποκτά σήμερα αξία με τη χρήση των συστημάτων GNSS.

Το κεφάλαιο 8 έρχεται ως λογικό επακόλουθο των προηγούμενων κεφαλαίων αφού ασχολείται με τη συνόρθωση των γεωδαιτικών δικτύων με έμφαση τα μαθηματικά μοντέλα, δηλαδή, τις εξισώσεις παρατηρήσεων στο ελλειψοειδές, στο προβολικό επίπεδο και στις 3-Δ.

Το κεφάλαιο 9 συμπληρώνει το προηγούμενο και καλύπτει τον ποιοτικό έλεγχο των γεωδαιτικών δικτύων. Περιγράφονται αναλυτικά οι έννοιες της ακρίβειας και της αξιοπιστίας και οι βασικοί στατιστικοί έλεγχοι στα αποτελέσματα της συνόρθωσης, ο έλεγχος της μεταβλητότητας αναφοράς και η σάρωση δεδομένων. Δίνονται τα αντίστοιχα μέτρα ακρίβειας και οι περιοχές εμπιστοσύνης. Ο έλεγχος της ποιότητας των γνωστών σημείων, ο σχεδιασμός και η βελτιστοποίηση των δικτύων, καθώς και πρότυπα ή τυποποιημένα μέτρα διεθνών προδιαγραφών συμπληρώνουν το περιεχόμενο του κεφαλαίου.

Οι 24 λυμένες ασκήσεις και προβλήματα του 10^{ου} κεφαλαίου έρχονται να συμβάλουν στην εμπέδωση της ύλης, τουλάχιστον σε ό,τι αφορά τις πρακτικές εφαρμογές, και να βοηθήσουν τον έλεγχο και τον προγραμματισμό αλγορίθμων και μεθόδων.

Τέλος στο Παράρτημα Α δίνονται Πίνακες συντελεστών για την επίλυση των προβλημάτων της απεικόνισης Hatt (κυρίως για εκπαιδευτική χρήση) ενώ στο Παράρτημα Β παρατίθενται οι απαραίτητοι στατιστικοί πίνακες για τους ελέγχους αξιοπιστίας των δικτύων και γενικότερα για τον ποιοτικό έλεγχο.

Θα ήταν παράλειψη να μην αναφέρω την ουσιαστική ή και καθοριστική συμμετοχή μου στη συγγραφή βιβλίων με παρόμοιο ή σχεδόν ίδιο αντικείμενο κατά τη διάρκεια της έως τώρα ακαδημαϊκής μου σταδιοδρομίας. Το γεγονός αυτό, εκτός από την απόκτηση εμπειρίας, συνέβαλε, μεταξύ άλλων, σε μία νέα διάταξη της ύλης, με σημαντικές διευκρινίσεις, συμπληρώσεις, πολλά σχήματα, πίνακες και πλούσιο εικονογραφημένο υλικό.

Το συγκεκριμένο σύγγραμμα πιστεύω ότι εμπλουτίζει σημαντικά την ελληνική βιβλιογραφία και μπορεί να διεκδικήσει το ρόλο τόσο του εγχειριδίου αναφοράς όσο και της βιβλιογραφικής πηγής για περαιτέρω εμβάθυνση στα ίδια ή και συγγενή αντικείμενα.

Περιεχόμενα

Συμβολισμοί	15
Ακρωνύμια.....	19
1 Εισαγωγή.....	23
1.1 Το αντικείμενο της Γεωδαισίας	23
1.1.1 Ο πλανήτης γη	29
1.2 Ιστορική ανάπτυξη της Γεωδαισίας	33
1.2.1 Από την Ομηρική εποχή και την ελληνική αρχαιότητα στο Βυζάντιο (11 ^{ος} π.Χ. – 4 ^{ος} μ.Χ. αιώνας).....	33
1.2.2 Από το Βυζάντιο στην Αναγέννηση (5 ^{ος} –15 ^{ος} αιώνας)	44
1.2.3 Η μετάβαση στη σύγχρονη Γεωδαισία και στο ελλειψοειδές μοντέλο (16 ^{ος} –20 ^{ος} αιώνας).....	47
1.2.4 Η Διεθνής συνεργασία στη Γεωδαισία	57
1.3 Η εξέλιξη των γεωδαιτικών εργασιών στην Ελλάδα.....	60
2 Σχήμα γης, επιφάνειες αναφοράς και προσδιορισμός θέσης	67
2.1 Προσαρμογή ελλειψοειδούς αναφοράς στο γεωειδές και βασική σχέση υψομέτρων	71
2.2 Ελλειψοειδείς και καρτεσιανές γεωδαιτικές συντεταγμένες.....	73
2.3 Γήινο πεδίο βαρύτητας και προσδιορισμός θέσης.....	76
2.3.1 Απόκλιση κατακορύφου	81
2.3.2 Χωροσταθμικές επιφάνειες και υψόμετρα	84
2.4 Παράμετροι ελλειψοειδούς αναφοράς.....	85
3 Γεωμετρία του ελλειψοειδούς.....	93
3.1 Οι διαστάσεις του γήινου ελλειψοειδούς	93
3.2 Εξισώσεις ελλειψοειδούς και μεσημβρινής έλλειψης.....	94
3.3 Γεωκεντρική γωνία και ανηγμένο πλάτος.....	95
3.4 Ακτίνες καμπυλότητας στο ελλειψοειδές.....	96
3.5 Βασικές διαφορικές σχέσεις στο ελλειψοειδές	99
3.6 Το μήκος τόξου μεσημβρινού	100

3.7	Το μήκος τόξου παραλλήλου	104
3.8	Το εμβαδόν ελλειψοειδούς τραπεζίου	104
3.9	Κάθετη τομή και γεωδαισιακή γραμμή	106
4	Θεμελιώδη προβλήματα στο ελλειψοειδές	113
4.1	Το ευθύ πρόβλημα με αναπτύξεις σε σειρά (γραμμές ≤ 40 km)	114
4.2	Το ευθύ και το αντίστροφο πρόβλημα με τους τύπους του μέσου πλάτους του Gauss (γραμμές ≤ 200 km)	116
4.3	Το ευθύ και το αντίστροφο πρόβλημα για μεγάλου μήκους γεωδαισιακές γραμμές (γραμμές ≤ 20000 km).....	118
4.3.1	Αλγόριθμος για το ευθύ πρόβλημα.....	119
4.3.2	Αλγόριθμος για το αντίστροφο πρόβλημα.....	121
4.4	Τα θεμελιώδη προβλήματα στη σφαίρα	122
4.4.1	Το ευθύ πρόβλημα στη σφαίρα.....	122
4.4.2	Το αντίστροφο πρόβλημα στη σφαίρα	123
5	Απεικονίσεις και Προβολικά Συστήματα	125
5.1	Απεικόνιση – Προβολή	125
5.2	Τα προβολικά συστήματα στην Ελλάδα.....	131
5.3	Η απεικόνιση Hatt.....	132
5.3.1	Εξισώσεις απεικόνισης Hatt	136
5.3.1.1	Οι ευθείες εξισώσεις απεικόνισης Hatt	137
5.3.1.2	Οι αντίστροφες εξισώσεις απεικόνισης Hatt.....	137
5.3.1.3	Διαφορά αζιμουθίων και σύγκλιση μεσημβρινών στη Hatt.....	138
5.3.2	Αλλαγή κέντρου Hatt ή αλλαγή φύλλου Hatt.....	139
5.3.3	Αναγωγές παρατηρήσεων από το ελλειψοειδές στο προβολικό επίπεδο Hatt	140
5.4	Εγκάρσια Μερκατορική απεικόνιση ή απεικόνιση Gauss - Kruger.....	141
5.4.1	Εξισώσεις απεικόνισης TM	145
5.4.1.1	Ευθείες εξισώσεις απεικόνισης TM	146
5.4.1.2	Αντίστροφες εξισώσεις απεικόνισης TM.....	147
5.4.1.3	Αλλαγή ζώνης στην απεικόνιση TM.....	148
5.4.2	Αναγωγές από το ελλειψοειδές στο προβολικό επίπεδο TM	149
5.4.2.1	Σύγκλιση των μεσημβρινών στην απεικόνιση TM	150
5.4.2.2	Συντελεστής κλίμακας στην απεικόνιση TM.....	152
5.4.2.3	Γωνιακή διόρθωση τόξου-χορδής στην απεικόνιση TM	153
5.4.2.4	Αναγωγή απόστασης στην απεικόνιση TM	154
5.4.2.5	Αναγωγή αζιμουθίου στην απεικόνιση TM	155

5.4.2.6 Αναγωγή διεύθυνσης στην απεικόνιση TM.....	155
5.4.2.7 Αναγωγή γωνίας στην απεικόνιση TM.....	155
5.4.3 Οι απεικονίσεις UTM, TM3 και TM87 στην Ελλάδα.....	156
5.4.3.1 Η απεικόνιση UTM.....	156
5.4.3.2 Η απεικόνιση TM3.....	157
5.4.3.3 Η απεικόνιση TM87.....	158
5.4.4 Αλλαγή προβολικού συστήματος και datum. Μετασχηματισμοί συντεταγμένων.....	159
5.4.4.1 Μεθοδολογία και επιλογές μετασχηματισμών συντεταγ- μένων.....	161
5.4.4.2 Μετασχηματισμός συντεταγμένων GPS.....	164
6 Συστήματα αναφοράς και γεωδαιτικό datum	169
6.1 Γεωκεντρικό και γεωδαιτικό καρτεσιανό σύστημα.....	170
6.2 Τοπικό αστρονομικό και τοπικό γεωδαιτικό σύστημα	173
6.2.1 Το τοπικό αστρονομικό σύστημα (x^a, y^a, z^a).....	173
6.2.2 Το τοπικό γεωδαιτικό σύστημα (x^g, y^g, z^g).....	176
6.3 Σχέση τοπικών συντεταγμένων και αναγωγές παρατηρήσεων.....	178
6.3.1 Εξισώσεις απόκλισης της κατακόρυφου	180
6.4 Μετασχηματισμοί συντεταγμένων	183
6.4.1 Σχέση μεταξύ (x^g, y^g, z^g) \leftrightarrow (λ, φ, h) και (x^a, y^a, z^a) \leftrightarrow (λ, φ, h).....	183
6.4.2 Αλλαγή datum και μεταβολή των (X, Y, Z) και (λ, φ, h)	184
6.5 Γεωδαιτικό Datum	190
6.5.1 Ορισμός και υλοποίηση γεωδαιτικού datum	190
6.5.2 Ο κλασικός αστρογεωδαιτικός ορισμός και η υλοποίηση του γεωδαιτικού datum	194
6.5.3 Βελτιστοποίηση γεωδαιτικού datum	199
6.6 Τα ελληνικά γεωδαιτικά συστήματα.....	200
6.6.1 Το παλιό ελληνικό datum (Bessel).....	200
6.6.2 Το νέο ελληνικό datum του 1987 (ΕΓΣΑ87).....	201
6.6.3 Κατακόρυφο datum	203
6.7 Ο μετασχηματισμός ομοιότητας.....	205
6.7.1 Το 2-Δ μοντέλο του μετασχηματισμού ομοιότητας	205
6.7.2 Το 3-Δ μοντέλο του μετασχηματισμού ομοιότητας	208
6.8 Σύγχρονα συστήματα αναφοράς και χρόνος	209
6.8.1 Τα Διεθνή Συστήματα και Πλαίσια Αναφοράς	211
6.8.2 Τα συστήματα WGS84 και ETRS89.....	215
6.8.3 Συστήματα χρόνου.....	217
6.8.3.1 Παγκόσμιος και αστρικός χρόνος	217

6.8.3.2	Δυναμικός χρόνος.....	218
6.8.3.3	Ατομικός χρόνος	219
6.8.3.4	Παγκόσμιος συντονισμένος χρόνος	220
6.8.3.5	Χρόνος GPS	221
7	Αναγωγές παρατηρήσεων στο ελλειψοειδές.....	223
7.1	Αναγωγές διευθύνσεων και γωνιών στο ελλειψοειδές.....	224
7.1.1	Αναγωγή αστρονομικού αζιμουθίου.....	224
7.1.2	Αναγωγή οριζόντιας διεύθυνσης	227
7.1.3	Αναγωγή οριζόντιας γωνίας.....	228
7.2	Αναγωγή απόστασης στο ελλειψοειδές	228
7.2.1	Αναγωγή απόστασης με βάση τα γεωμετρικά υψόμετρα.....	232
7.2.1.1	Διερεύνηση και ακρίβεια της ανηγμένης απόστασης	236
7.2.2	Αναγωγή απόστασης με βάση τις ζενίθιες γωνίες	238
7.3	Αναγωγές κατά την αντίστροφη πορεία	243
7.4	Αναγωγές πολύ μεγάλων αποστάσεων.....	243
8	Γεωδαιτικά δίκτυα	247
8.1	Η έννοια του γεωδαιτικού δικτύου.....	247
8.2	Εξισώσεις παρατηρήσεων και συνόρθωση δικτύου	257
8.3	Οι εξισώσεις παρατηρήσεων στο ελλειψοειδές.....	268
8.3.1	Εξίσωση απόστασης στο ελλειψοειδές.....	270
8.3.2	Εξίσωση αζιμουθίου στο ελλειψοειδές.....	271
8.3.3	Εξίσωση διεύθυνσης στο ελλειψοειδές	271
8.3.4	Εξίσωση γωνίας στο ελλειψοειδές.....	272
8.4	Οι εξισώσεις παρατηρήσεων στο επίπεδο.....	273
8.4.1	Εξίσωση απόστασης στο επίπεδο	275
8.4.2	Εξίσωση αζιμουθίου στο επίπεδο	275
8.4.3	Εξίσωση διεύθυνσης στο επίπεδο	276
8.4.4	Εξίσωση γωνίας στο επίπεδο	276
8.5	Συνόρθωση γεωδαιτικών δικτύων στις τρεις διαστάσεις.....	278
8.6	Εξισώσεις παρατηρήσεων και δίκτυα GNSS.....	280
9	Ο ποιοτικός έλεγχος των γεωδαιτικών δικτύων	293
9.1	Μοντέλο συνόρθωσης, εσωτερική ακρίβεια και αξιοπιστία	298
9.2	Ο έλεγχος της μηδενικής υπόθεσης.....	303
9.3	Έλεγχος αξιοπιστίας	308
9.3.1	Το μέγεθος των εκτιμήσεων των σφαλμάτων	308

9.3.2	Ο έλεγχος της μεταβλητότητας αναφοράς	314
9.3.3	Η σάρωση δεδομένων (data snooping).....	316
9.3.3.1	Σάρωση δεδομένων με γνωστή μεταβλητότητα αναφοράς	316
9.3.3.2	Σάρωση δεδομένων με άγνωστη μεταβλητότητα αναφοράς (τ-test).....	321
9.3.4	Μη ανιχνεύσιμα σφάλματα και μέτρα αξιοπιστίας δικτύου.....	324
9.3.4.1	Μέτρα εσωτερικής αξιοπιστίας.....	325
9.3.4.2	Μέτρα εξωτερικής αξιοπιστίας	327
9.3.5	Ο έλεγχος της ποιότητας των γνωστών σημείων	328
9.4	Έλεγχος εσωτερικής ακρίβειας.....	330
9.4.1	Περιοχές εμπιστοσύνης και ελλείψεις σφάλματος	335
9.4.2	Η μέθοδος της προσομοίωσης στο σχεδιασμό των δικτύων	344
9.4.3	Μέτρα ακρίβειας και προδιαγραφές	348
9.5	Προβλήματα σχεδιασμού και βελτιστοποίησης δικτύων	354
10	Λυμένα προβλήματα και Εφαρμογές	361
10.1	Μετατροπή μεταξύ γεωδαιτικών ελλειψοειδών και καρτεσιανών συντεταγμένων: $(\lambda, \varphi, h) \leftrightarrow (X, Y, Z)$	361
10.2	Μήκος τόξου μεσημβρινού.....	362
10.3	Το ευθύ πρόβλημα στο ελλειψοειδές.....	362
10.4	Το αντίστροφο πρόβλημα στο ελλειψοειδές.....	363
10.5	Απεικόνιση Hatt	365
10.6	Απεικόνιση TM3	366
10.7	Απεικόνιση TM87	366
10.8	Απεικόνιση UTM	367
10.9	Αλλαγή datum με παράλληλη μετάθεση	367
10.10	Αλλαγή προβολικού συστήματος στο ίδιο datum: Hatt \rightarrow TM3.....	368
10.11	Βέλτιστη προσαρμογή μεταξύ δύο προβολικών συστημάτων στο ίδιο datum: Εφαρμογή Hatt \rightarrow TM3 για την Ελλάδα	369
10.12	Βέλτιστη προσαρμογή μεταξύ δύο προβολικών συστημάτων με διαφορετικό datum: Εφαρμογή Hatt \rightarrow TM87	373
10.13	Μετασχηματισμός συντεταγμένων GPS (WGS84/ITRF) σε προβολικές συντεταγμένες TM87 (ΕΓΣΑ87) – ένταξη δικτύου GPS.....	379
10.14	Αναγωγή κεκλιμένων αποστάσεων για τη συνόρθωση τριπλευρικού δικτύου στο προβολικό επίπεδο TM87/ΕΓΣΑ87	386
10.15	Αναγωγή μετρηθείσης κεκλιμένης απόστασης με EDM σε κεκλιμένη απόσταση που ορίζεται από τα σημεία εδάφους.....	389

10.16	Πλευρική πολλαπλή οπισθοτομία στο προβολικό επίπεδο TM87.....	390
10.17	Προβολικά συστήματα Hatt και TM87.....	395
10.18	Εμβαδόν στο οριζόντιο και στο προβολικό επίπεδο.....	397
10.19	Προβολικά συστήματα και αναγωγές	397
10.20	Προβολικά συστήματα και αναγωγές – χάραξη.....	399
10.21	Απλή πλευρική εμπροσθοτομία στο προβολικό επίπεδο Hatt	403
10.22	Αναγωγή διεύθυνσης στο προβολικό επίπεδο TM	405
10.23	Αναγωγή αστρονομικού αζιμουθίου	406
10.24	Συνόρθωση δικτύου GPS και ποιοτικός έλεγχος	408
Παράρτημα Α: Πίνακες HATT.....		423
Παράρτημα Β: Στατιστικοί Πίνακες.....		434
	Πίνακας Β1: Τυπική κανονική κατανομή.....	434
	Πίνακας Β2: Εκατοστιαία σημεία της κατανομής t (Student).....	436
	Πίνακας Β3: Εκατοστιαία σημεία της κατανομής χ^2	437
	Πίνακας Β4: Εκατοστιαία σημεία της κατανομής F	438
Περιεχόμενα στα αγγλικά – Contents in English.....		447
Βιβλιογραφία		453
Ευρετήριο		463

Συμβολισμοί

Ακολουθούν οι πλέον συνήθεις συμβολισμοί.

Μερικές φορές χρησιμοποιείται το ίδιο σύμβολο για διαφορετικές παραμέτρους.

Αζιμούθιο

- A αστρονομικό αζιμούθιο
- A^g γεωδαιτικό ως προς την κάθετη στο ελλειψοειδές
- α^{kt} αζιμούθιο κάθετης τομής
- α γεωδαιτικό αζιμούθιο (γεωδαισιακής γραμμής)
- t αζιμούθιο στο προβολικό επίπεδο

Απόσταση

- D καμπύλη απόσταση στο χώρο (κυκλικό τόξο)
- s κεκλιμένη απόσταση (στο χώρο, ευθύγραμμο τμήμα)
- s_o οριζόντια απόσταση (μετά την αναγωγή κλίσης)
- S_x χορδή στο ελλειψοειδές
- S μήκος γεωδαισιακής γραμμής (καμπύλη)
- \bar{S} απόσταση στο προβολικό επίπεδο έτσι όπως προβάλλεται η γεωδαισιακή γραμμή (γενικά καμπύλη)
- d απόσταση στο προβολικό επίπεδο (ευθύγραμμο τμήμα)

Γωνία

- Γ οριζόντια γωνία (στο οριζόντιο επίπεδο)
- γ γωνία στο ελλειψοειδές
- ω γωνία στο προβολικό επίπεδο
- z, υ ζενίθια γωνία και γωνία ύψους
- ζ , u^g γεωδαιτική ζενίθια γωνία και γεωδαιτική γωνία ύψους
- ψ γεωκεντρική γωνία
- u ανηγμένο πλάτος

Διεύθυνση

- B οριζόντια διεύθυνση (στο οριζόντιο επίπεδο)
 β διεύθυνση στο ελλειψοειδές
 l διεύθυνση στο προβολικό επίπεδο

Συντεταγμένες

- (ϕ, λ) γεωδαιτικό πλάτος και μήκος
(Φ, Λ) αστρονομικό πλάτος και μήκος
(Φ, Λ, H) αστρονομικό πλάτος, μήκος και ορθομετρικό υψόμετρο
(ϕ, λ, h) γεωδαιτικό πλάτος, μήκος και γεωμετρικό υψόμετρο
(X, Y, Z) γεωδαιτικές καρτεσιανές
(X^G, Y^G, Z^G) γεωκεντρικές καρτεσιανές
(x^g, y^g, z^g) ή (e, n, u) τοποκεντρικές γεωδαιτικές
(x^a, y^a, z^a) τοποκεντρικές αστρονομικές
(x, y) προβολικές συντεταγμένες Hatt
(E, N) προβολικές συντεταγμένες TM

Υψόμετρα

- H ορθομετρικό υψόμετρο
 N υψόμετρο γεωειδούς, αποχή γεωειδούς
 h γεωμετρικό υψόμετρο

Παράμετροι ελλειψοειδούς αναφοράς και ακτίνες καμπυλότητας

- a μεγάλος ημιάξονας (διαξονικού) ελλειψοειδούς
 b μικρός ημιάξονας (διαξονικού) ελλειψοειδούς
 e^2 τετράγωνο πρώτης εκκεντρότητας
 e'^2 τετράγωνο δεύτερης εκκεντρότητας
 f επιπλάτυνση
 R ακτίνα γήινης σφαίρας
 R_m, R_G, \bar{R}, R ακτίνα Gauss, μέση ακτίνα καμπυλότητας
 R_a ακτίνα Euler
 N ακτίνα καμπυλότητας πρώτης κάθετης τομής
 M ακτίνα καμπυλότητας μεσημβρινής τομής
 r ακτίνα παράλληλου κύκλου

Πεδίο βαρύτητας

g	επιτάχυνση βαρύτητας, βαρύτητα
W	δυναμικό
W_0	δυναμικό γεωειδούς
ω	γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της γης
GM	παγκόσμια σταθερά (Μάζα γης x σταθερά παγκόσμιας έλξης)
C	γεωδυναμικός αριθμός
(ξ, η)	συνιστώσες απόκλισης της κατακορύφου κατά μεσημβρινή και πρώτη κάθετη τομή
θ	απόκλιση της κατακορύφου
ε	απόκλιση της κατακορύφου κατά αζιμούθιο α

Προβολικό επίπεδο

$\gamma, \gamma_\phi, \gamma_\lambda$	σύγκλιση, σύγκλιση μεσημβρινών, σύγκλιση παραλλήλων
m	συντελεστής κλίμακας σημείου
m_0	συντελεστής κλίμακας στον κεντρικό μεσημβρινό
m_{ij}	συντελεστής κλίμακας απόστασης
δ_{ij}	γωνιακή διόρθωση τόξου χορδής
E_0, N_0	False Easting, False Northing
E'	πραγματική τετμημένη, απόσταση σημείου από τον κ.μ. στην TM
ϕ_0	γεωδαιτικό πλάτος κέντρου Hatt ή παράλληλου αφετηρίας
λ_0	γεωδαιτικό μήκος κέντρου Hatt ή κεντρικού μεσημβρινού ζώνης

Λοιποί συμβολισμοί

$(\Delta X, \Delta Y, \Delta Z)$	ή
(t_x, t_y, t_z)	συνιστώσες παράλληλης μετάθεσης
$(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z)$	γωνίες στροφής Euler ή Cardan
R	πίνακας στροφής
P_A^i	ψευδοαπόσταση από κώδικα μεταξύ δέκτη A και δορυφόρου i
L_A^i	φάση σε γραμμικές μονάδες μεταξύ δέκτη A και δορυφόρου i

Ακρωνύμια

BIH	Bureau International de l'Heure
BIMP	Bureau International des Poids et Mesures
BTS	BIH Terrestrial System
CIO	Conventional International Origin
CTRS	Conventional Terrestrial Reference System
DGPS	Differential GPS
DMA	Defense Mapping Agency
DoD	Department of Defense
DORIS	Doppler Orbitography by Radiopositioning Integrated on Satellite
ECEF	Earth Center Earth Fixed
EDM	Electronic Distance Measurement
ED50	European Datum 1950
EGM96	Earth Gravity Model 1996
EOP	Earth orientation Parameters
ERP	Earth Rotation Parameters
ET	Ephemeris Time
EUREF	EUropean REference Frame
EPN	Euref Permanent Network
ETRS89	European Terrestrial Reference System 1989
FIG	Federation Internationale des Geometres, or International Federation of Surveyors
GAST	Greenwich Apparent Sidereal Time
GFZ	GeoForschungsZentrum
GIS	Geographic Information System
GLONASS	Global Navigation Satellite System
GMT	Greenwich Mean Time
GMST	Greenwich Mean ST
GNSS	Global Navigation Satellite Systems
GPS	Global Positioning System

GRS80	Geodetic Reference System 1980
IAG	International Association of Geodesy
IAU	International Astronomic Union
ICA	International Cartographic Association
ICRF	International Celestial Reference Frame
ICRS	International Celestial Reference System
ICSU	International Council of Scientific Unions
IERS	International Earth and Reference System Service
IGFS	International Gravity Field Service
IGS	International GNSS Service
ILRS	International Laser Ranging Service
IPMS	International Polar Motion Service
IRM	International Reference Meridian
IRP	International Reference Pole
ISPRS	International Society for Photogrammetry and Remote Sensing
ITRF	International Terrestrial Reference Frame
ITRS	International Terrestrial Reference System
IUGG	International Union of Geodesy and Geophysics
IUSM	International Union of Surveying and Mapping
IVS	International VLBI Service
JD	Julian Date
LIS	Land Information System
LLR	Lunar Laser Ranging
MJD	Modified Julian Date
MSL	Mean Sea Level
NAVSTAR	NAVigation Satellite Timing And Ranging
NGA	National Geospatial-Intelligence Agency
NGS	National Geodetic Survey
NMEA	National Maritime Electronics Association
ppm	parts per million
PRN	Pseudo Random Number
RTCM	Radio Technical Commission for Maritime Services
RTK	Real Time Kinematic
REtring	REtriangulation
SLR	Satellite Laser Ranging

ST	Sidereal Time
TAI	Temps Atomique International (Int. Atomic Time)
TCB	Barycentric Coordinate Time
TCG	Geocentric Coordinate Time
TDB	Temps Dynamique Barycentrique
TDT	Temps Dynamique Terrestre
TM	Transverse Mercator
TM87	Transverse Mercator 1987
TM3	Transverse Mercator 3°
TT	Terrestrial Time
UT	Universal Time
UTC	Universal Time Coordinated
UTM	Universal Transverse Mercator
USNO	United States Naval Observatory
VLBI	Very Long Baseline Interferometry
VRS	Virtual Reference Station
WGS84	World Geodetic System 1984
ΓΥΣ	Γεωγραφική Υπηρεσία Στρατού
ΕΓΣΑ87	Ελληνικό Γεωδαιτικό Σύστημα Αναφορά 1987
ΕΠΑ	Επιχείρηση Πολεοδομικής Ανασυγκρότησης
ΜΣΘ	Μέση Στάθμη Θάλασσας
ΟΚΧΕ	Οργανισμός Κτηματολογίου και Χαρτογραφίσεων Ελλάδος



1

Εισαγωγή

1.1 Το αντικείμενο της Γεωδαισίας

Η **Γεωδαισία** είναι λέξη ελληνική, γράφεται και προφέρεται παρόμοια σε όλες σχεδόν τις γλώσσες, π.χ. Geodesy, Géodesie, Geodäsie, Geodesia. Προέρχεται από τις λέξεις “γῆ + δαίω ή δαίομαι” που σημαίνει “**μοιράζω τη γη**”. Στην αρχαία Ελλάδα και συγκεκριμένα ο **Αριστοτέλης** αναφέρει για πρώτη φορά τον όρο Γεωδαισία και τον περιγράφει ως ‘**η τέχνη και η επιστήμη των μετρήσεων για τη διανομή της γης**’. Την εποχή εκείνη η Γεωδαισία διαχωρίζονταν από τη Θεωρητική Γεωμετρία επειδή συνδύαζε μετρήσεις, υπολογισμούς και εφαρμογή των αποτελεσμάτων στο έδαφος. Τότε έγιναν οι πρώτες γεωδαιτικές εργασίες και διατυπώθηκαν θεωρίες για το σχήμα και μέγεθος της γης, το σύμπαν, τις κινήσεις των ουρανίων σωμάτων και τις μεθόδους προσδιορισμού τους. Ο **Ερατοσθένης** (3^{ος} π.Χ αιώνας) θεωρείται ο θεμελιωτής της Γεωδαισίας σύμφωνα με το σημερινό της ορισμό, αφού πρώτος υπολόγισε το μέγεθος της σφαιρικής γης από γεωδαιτικές και αστρονομικές παρατηρήσεις (μέτρηση απόστασης και γωνίας) και μάλιστα με εκπληκτική ακρίβεια, όπως θα δούμε παρακάτω.

Είναι φανερή η σχέση της Γεωδαισίας με τη σημερινή Τοπογραφία και τις τοπογραφικές αποτυπώσεις, η σχέση της με τη θεωρία και την εφαρμογή. Επιπλέον, διαφαίνεται η εμπλοκή της σε νομικά θέματα καθώς και σε προβλήματα που απαιτούν κάποιο σχεδιασμό. Από τη γέννησή της, λοιπόν, η Γεωδαισία θεμελιώνει τη στενή της σχέση με το αντικείμενο των δραστηριοτήτων του Μηχανικού και ιδιαίτερα με το αντικείμενο του Τοπογράφου ή Γεωδαίτη Μηχανικού και του Μηχανικού Γεωπληροφορικής.

Τους τελευταίους αιώνες και κυρίως μετά από τον 17^ο αιώνα το αντικείμενο της Γεωδαισίας εμπλουτίστηκε σημαντικά και διαμορφώθηκε σύμφωνα με τις προόδους των βασικών επιστημών, των τεχνολογικών εξελίξεων και των δραστηριοτήτων και αναγκών του ανθρώπου. Ο πιο σύντομος ίσως ορισμός της

Γεωδαισίας, που φαίνεται να πλησιάζει περισσότερο στη σύγχρονη Γεωδαισία, δόθηκε από τον Γερμανό γεωδαίτη **F.R. Helmert** (1843-1917) στα τέλη του 19^{ου} αιώνα ως **‘η επιστήμη των μετρήσεων και της απεικόνισης της γήινης επιφάνειας’**, ορισμός που εισάγει την κλίμακα σε σχέση με την έκταση της γήινης επιφάνειας, από τη μελέτη μιας μικρής έκτασης μέχρι και του σχήματος και του μεγέθους όλης της γης.

Η σύγχρονη Γεωδαισία είναι η επιστήμη που ασχολείται με τον προσδιορισμό του σχήματος και του μεγέθους της Γης, τον προσδιορισμό συντεταγμένων στη γήινη επιφάνεια και στον ευρύτερο διαστημικό χώρο, την απεικόνιση της γήινης επιφάνειας σε χάρτες, τον προσδιορισμό του γήινου πεδίου βαρύτητας και τη διαχρονική τους παρακολούθηση.

Με τον προσδιορισμό συντεταγμένων η Γεωδαισία απαντά στο **βασικό ερώτημα** ‘Πού βρισκόμασταν, πού βρισκόμαστε και πού θα βρισκόμαστε όταν φτάσουμε σε κάποιον προορισμό’. Οι απαντήσεις αυτές αποκτούν ολοένα και μεγαλύτερη σημασία στη σημερινή εποχή επειδή συνδυάζοντας τα σύγχρονα δορυφορικά συστήματα, τα σύγχρονα συστήματα αναφοράς και την πληροφορία των γεωγραφικών συστημάτων πληροφοριών μπορούν να εξυπηρετούνται με τον καλύτερο δυνατό τρόπο (ποιότητα και ασφάλεια) η μελέτη και η κατασκευή οποιουδήποτε έργου που αφορά π.χ. στις μεταφορές, την ενέργεια, το περιβάλλον, τα δίκτυα κοινής ωφέλειας, τις επικοινωνίες.

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι **η Γεωδαισία συνδυάζει:**

- ▶ Τη **γεωμετρία**: μετρήσεις, τοπογραφικές και υδρογραφικές αποτυπώσεις, απεικονίσεις και κατασκευή χαρτών, προσδιορισμός συντεταγμένων (κυρίως σημείων αναφοράς), μελέτη μικρομετακινήσεων και παραμορφώσεων του γήινου φλοιού και τεχνικών έργων, εφαρμογές παγκόσμιων δορυφορικών και διαστημικών συστημάτων προσδιορισμού θέσης, πλοήγηση, δορυφορική αλτιμετρία, πεδίο βαρύτητας και περιστροφή γης.
- ▶ Το **πεδίο βαρύτητας**: προσδιορισμός του (εξωτερικού) γήινου πεδίου βαρύτητας, επίδραση της βαρύτητας στις μετρήσεις και στα μοντέλα προσδιορισμού θέσης, προσδιορισμός του γεωειδούς. Για παράδειγμα, η γνώση της βαρύτητας παίζει καθοριστικό ρόλο στον προσδιορισμό της μέσης στάθμης της θάλασσας (γεωειδές) και κατά συνέπεια στον προσδιορισμό υψομέτρων. Επίσης, η μέτρηση γωνιών με τα κλασικά όργανα συνδέεται άμεσα με τη διεύθυνση της κατακόρυφου, δηλαδή με τη βαρύτητα.
- ▶ Τα **συστήματα αναφοράς** ή τις **παραμέτρους περιστροφής της γης**: επειδή τόσο οι μετρήσεις όσο και οι συντεταγμένες πρέπει να αναφέρονται σε ένα σύστημα αναφοράς, έχει μεγάλη σημασία ο ορισμός και η υλοποίηση κατάλ-

ληλών συστημάτων αναφοράς τα οποία σχετίζονται τόσο με τη γη (επίγεια συστήματα) όσο και με το διαστημικό χώρο (δορυφορικά, διαστημικά, αδρανειακά, ουράνια).

Οι τρεις παραπάνω συνιστώσες δεν μπορούν στη σημερινή εποχή να διαχωριστούν πλήρως, όπως μπορεί εύκολα να διαπιστωθεί με τη χρήση των σύγχρονων δορυφορικών συστημάτων όπου ο προσδιορισμός συντεταγμένων απαιτεί τη γνώση των τροχιών των τεχνητών δορυφόρων, παραμέτρων του πεδίου βαρύτητας και παραμέτρων της περιστροφής της γης.

Ανάλογα με τα θέματα στα οποία δίνεται έμφαση, η Γεωδαισία χωρίζεται, για διδακτικούς κυρίως λόγους, στη **Γεωμετρική Γεωδαισία** με έμφαση στις γεωμετρικές μεθόδους και τον προσδιορισμό συντεταγμένων, στη **Φυσική Γεωδαισία** με έμφαση στη μελέτη του γήινου πεδίου βαρύτητας (γεωδυναμικό) και του γεωειδούς και στη **Διαστημική ή Δορυφορική Γεωδαισία** με έμφαση στη χρήση των δορυφορικών και διαστημικών μεθόδων.

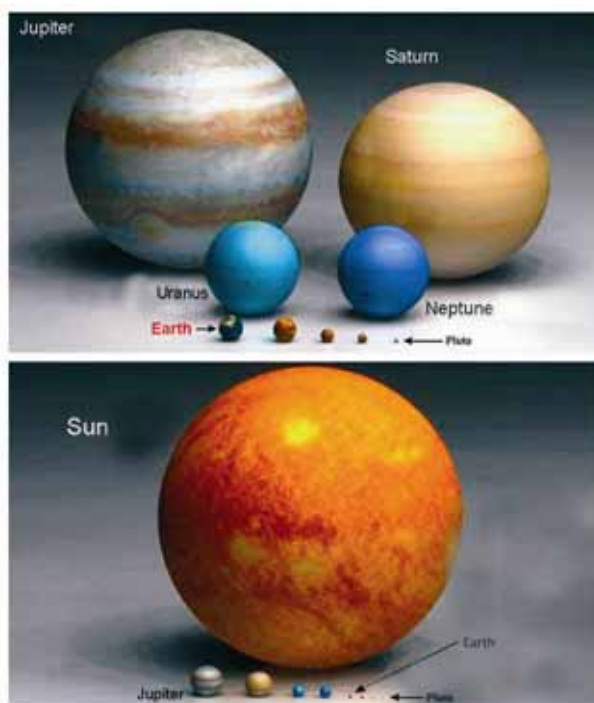
Η θεωρητική θεμελίωση της Γεωδαισίας ανάγεται στις επιστήμες των Μαθηματικών, της Φυσικής και της Αστρονομίας. Επιπλέον οι τεχνολογικές εξελίξεις και η επιστήμη της πληροφορικής του 20^{ου} αιώνα συνέβαλαν σημαντικά στην ανάπτυξη της και στην πρακτική αξιοποίηση των πορισμάτων της. Η Γεωδαισία ως επιστήμη με σημερινά χαρακτηριστικά αναπτύσσεται ουσιαστικά από τον 17^ο αιώνα, με μεγάλη ώθηση τον 18^ο και κυρίως τον 19^ο αιώνα. Από τα μέσα του 20^{ου} αιώνα αρχίζει η ραγδαία εξέλιξη με την κατασκευή και χρήση των ηλεκτρονικών οργάνων μέτρησης αποστάσεων (EDM), την ανάπτυξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών και τελευταία την ανάπτυξη και χρήση των δορυφορικών συστημάτων πλοήγησης GNSS και γενικότερα των διαστημικών μεθόδων για τον προσδιορισμό θέσης, τον προσδιορισμό του πεδίου βαρύτητας, τη μελέτη περιστροφής της γης και την υλοποίηση συστημάτων αναφοράς και χρόνου.

Η Γεωδαισία είναι μία από τις αρχαιότερες επιστήμες και ως εκ του αντικείμενου της εντάσσεται στον κλάδο των γεωεπιστημών, όπως η Γεωφυσική, η Γεωλογία και η Γεωδυναμική, με τις οποίες συνεργάζεται. Ταυτόχρονα έχει στενή σχέση με την Αστρονομία και τις επιστήμες και δραστηριότητες του Μηχανικού και ιδιαίτερα του Τοπογράφου Μηχανικού, όπως με την Τοπογραφία, Χαρτογραφία, Φωτογραμμετρία και Τηλεπισκόπηση, στις οποίες και προσφέρει το απαραίτητο γεωμετρικό υπόβαθρο, δηλαδή το σύστημα αναφοράς ή το γεωδαιτικό datum.

Τις περασμένες δεκαετίες η Γεωδαισία ονομάζονταν ‘**Ανωτέρα Γεωδαισία**’ ή και ‘**Ελλειψοειδής Γεωδαισία**’ ενώ ‘Κατωτέρα Γεωδαισία’ λέγονταν η Τοπογραφία της οποίας το αντικείμενο ταιριάζει περισσότερο με την αρχαιοελ-

ληνικό ορισμό της Γεωδαισίας. Η Τοπογραφία συνδέεται στενά με τη Γεωδαισία δίνοντας έμφαση στις λεπτομερείς αποτυπώσεις μικρών εκτάσεων της γήινης επιφάνειας. Η βασική διαφορά μεταξύ Γεωδαισίας και Τοπογραφίας πηγάζει από την αγνόηση των επιδράσεων του γήινου πεδίου βαρύτητας στις τοπογραφικές εργασίες. Αν και το αντικείμενο της Τοπογραφίας εντάσσεται στη Γεωδαισία με την ευρεία έννοια, εν τούτοις στην πράξη έχει επικρατήσει ο διαχωρισμός τους. Διεθνώς η Τοπογραφία αποδίδεται συνήθως από τους όρους ‘surveying’, ‘plane surveying’, ‘surveying engineering’, ‘land surveying’, ‘la topometrie’, ‘Vermessungskunde’ και η Γεωδαισία από τον όρο ‘geodesy’ και όλους τους παρόμοιους όρους ενώ ως προς το επιμέρους αντικείμενο από τους όρους ‘geometric geodesy’, ‘physical geodesy’, ‘satellite geodesy’, ‘global geodesy’, ‘geodetic engineering’.

Μια σχετική δυσκολία στην αντίληψη και κατανόηση γεωδαιτικών εννοιών και μεγεθών αποτελεί η τάξη μεγέθους των ποσοτήτων και παραμέτρων που εμπλέκονται στα διάφορα γεωδαιτικά προβλήματα, πέρα από τις απαραίτητες γνώσεις των Μαθηματικών και της Φυσικής που απαιτούνται. Αρκεί να αναφέ-



Σχήμα 1.1: Γη, πλανήτες και Ήλιος.

ρουμε, ενδεικτικά, ότι: η ακτίνα της σφαιρικής γης είναι περίπου ~6378 Km ενώ της σελήνης 1738 km, του Δία 71500 και του ήλιου 695000 km (**Σχήμα 1.1**). Το μήκος ενός μέγιστου κύκλου της γης είναι ~40000 km, η απόσταση πάνω στη γήινη σφαίρα από τον Ισημερινό μέχρι το Βόρειο ή Νότιο Πόλο ~10000 km, η απόσταση από το βορειότερο στο νοτιότερο σημείο του ελληνικού χώρου ~800 km, το ύψος του Ολύμπου ~3 km, η μάζα της γης ~ $6e24$ kgr (μάζα σελήνης $7.4e22$ kgr, μάζα Δία ~ $1.9e27$ kgr, μάζα ήλιου ~ $2e30$ kgr), η απόστασή της από τον ήλιο ~150 000 000 Km, η απόσταση της σελήνης από τη γη ~384 000 km, η ταχύτητα του φωτός ~300 000 km/s, το ύψος ενός δορυφόρου GPS ~20 000 km, ο χρόνος ταξιδιού του δορυφορικού σήματος GPS, GLONASS ή GALILEO ~0.07 s, η γωνιακή ταχύτητα της γης ~ $7.292e-05$ rad/s, το γινόμενο της βαρυτικής σταθεράς με τη μάζα της γης ~ $398600e09$ m³/s², η επιπλάτυνση του ελλειψοειδούς ~1/300. Επιπλέον απαιτείται μεγάλη προσοχή στους υπολογισμούς, ιδιαίτερα σε προσδιορισμούς υψηλής ακρίβειας, όπου ο αριθμός των σημαντικών ψηφίων παίζει καθοριστικό ρόλο. Θα μπορούσε να διατυπωθεί ο γενικός κανόνας ‘όλες οι ποσότητες να ορίζονται με διπλή ακρίβεια’, δηλαδή με 14 έως 16 σημαντικά ψηφία.

Η **Γεωμετρική Γεωδαισία** έχει τελικό στόχο τον προσδιορισμό συντεταγμένων για ένα σύνολο βασικών σημείων αναφοράς ή σημείων ελέγχου, σε μία σχετικά μεγάλη έκταση της γήινης επιφάνειας, μία πόλη, έναν Νομό, μία περιφέρεια, μία χώρα, μία ήπειρο ή και όλη τη γη. Τα σημεία αυτά υλοποιούν το γεωδαιτικό σύστημα αναφοράς στο οποίο εντάσσονται όλες οι εργασίες που περιλαμβάνουν προσδιορισμό θέσης ή και κατασκευή χαρτών (δίκτυα, αποτυπώσεις, κτηματολόγιο, έργα υποδομής κλπ.). Ο ορισμός και η υλοποίηση του συστήματος αναφοράς, σε συνδυασμό με την επιλογή μιας επιφάνειας αναφοράς για τη γη (σφαίρα, ελλειψοειδές) συνιστούν την έννοια του γεωδαιτικού datum (παγκόσμιο, ηπειρωτικό, εθνικό/κρατικό).

Οι **Τοπογράφοι Μηχανικοί** χρησιμοποιούν τα σημεία ελέγχου ως σταθερά σημεία για να προσδιορίσουν συντεταγμένες νέων σημείων με πυκνώσεις δικτύων, να αποτυπώσουν εκτάσεις, να κατασκευάσουν χάρτες, να υλοποιήσουν όρια ιδιοκτησιών, να συντάξουν ρυμοτομικά σχέδια, να μελετήσουν και να χαράξουν έργα υποδομής, γέφυρες και άλλες κατασκευές τεχνικών έργων. Μία πολυκατοικία για να κατασκευασθεί χρειάζεται μία καλή θεμελίωση (datum), διαφορετικά θα είναι ασταθής και επισφαλής. Παρόμοια, το γεωδαιτικό datum, αν και είναι μία μαθηματική έννοια ή ένα γεωμετρικό υπόβαθρο, παίζει τον ίδιο ρόλο με τα θεμέλια της πολυκατοικίας για ένα σύνολο εργασιών που θα στηριχθούν πάνω σε αυτό. Σε περίπτωση που το γεωδαιτικό datum δεν είναι αρκούντως συμβατό με τις απαιτούμενες ακρίβειες μπορεί να αποβεί επικίνδυνο ακό-

μα και για την ανθρώπινη ζωή, όπως για παράδειγμα στη μελέτη και χάραξη μιας σήραγγας, ενός φράγματος, ενός κρίσιμου τεχνικού έργου, στην πλοήγηση κλπ. Δυστυχώς, το ‘μειονέκτημα’ του γεωδαιτικού datum είναι ότι δεν είναι ορατό και δεν γίνεται άμεσα αντιληπτή η σημασία του όπως αντίθετα συμβαίνει με ένα καλό πάρκο ή ένα όμορφο οικοδομικό έργο, με αποτέλεσμα οι αρμόδιες υπηρεσίες και φορείς να μην ‘επενδύουν’ στο κεφάλαιο αυτό όπως θα έπρεπε. Βέβαια το κόστος για τη μη σωστή επένδυση στο ζήτημα αυτό είναι εκ των υστέρων πολλαπλάσιο αν σκεφτούμε τα προβλήματα που θα προκύψουν σε πλήθος εργασιών και εφαρμογών. Κάθε προηγμένη χώρα διαχειρίζεται και συντηρεί ένα ακριβές και αξιόπιστο εθνικό γεωδαιτικό σύστημα αναφοράς.

Οι συντεταγμένες των σημείων αναφοράς προκύπτουν από την ανάλυση, επεξεργασία και συνόρθωση παρατηρήσεων (κλασσικές, δορυφορικές) μέσω της ίδρυσης και επίλυσης γεωδαιτικών δικτύων. Έτσι, θέματα που σχετίζονται με τα όργανα και τις μετρήσεις, τις επιφάνειες αναφοράς των μετρήσεων και τη γεωμετρία τους, τα συστήματα αναφοράς και συντεταγμένων και το μετασχηματισμό μεταξύ τους, τις αναγωγές των παρατηρήσεων, την ίδρυση γεωδαιτικού datum, την ίδρυση προβολικών συστημάτων και την απεικόνιση της γήινης επιφάνειας σε χάρτες, τη συνόρθωση των γεωδαιτικών δικτύων καθώς και τη βελτιστοποίηση και την αξιολόγηση της ποιότητάς τους αποτελούν στην ουσία την ύλη της Γεωμετρικής Γεωδαισίας.

Τα τελευταία χρόνια από γεωδαιτική σκοπιά χαρακτηρίζονται ως τα χρόνια εδραίωσης των δορυφορικών μεθόδων σε όλα σχεδόν τα επίπεδα προσδιορισμού θέσης με τη χρήση των συστημάτων GNSS. **Η εποχή της Δορυφορικής και Διαστημικής Γεωδαισίας** που άρχισε τη δεκαετία του 1960 επέφερε τα τελευταία 15 περίπου χρόνια μία επανάσταση στη φιλοσοφία των γεωδαιτικών και τοπογραφικών μεθόδων και όχι μόνο. Μάλιστα δόθηκε η δυνατότητα ίδρυσης αξιόπιστων και υψηλής ακρίβειας παγκόσμιων ή και εθνικών συστημάτων αναφοράς καθώς και σύνδεσης μεταξύ τους, εφαρμογές που ήταν πρακτικά μη υλοποιήσιμες στο παρελθόν. Εκτός από τις γεωδαιτικές και τοπογραφικές εφαρμογές υψηλής ακρίβειας, από μερικά χιλιοστά του μέτρου έως μερικά εκατοστά, αρκετές ακόμα εφαρμογές με απαιτήσεις χαμηλότερης ακρίβειας, από μερικές δεκάδες εκατοστά έως και μερικά μέτρα, καλύπτονται από τις δυνατότητες των συστημάτων GNSS, π.χ., η ενημέρωση χαρτών, οι εφαρμογές GIS και η πλοήγηση με χρήση του κυρίαρχου ως σήμερα συστήματος **GPS**. Σήμερα πλέον οι ψηφιακές χωρικές βάσεις των GIS μπορούν να εφοδιάζονται γρήγορα και αξιόπιστα με την απαιτούμενη ποσότητα και ποιότητα της πληροφορία θέσης και να εξυπηρετούν ικανοποιητικά τις εφαρμογές τους.

Η κλασική γεωδαιτική και τοπογραφική μεθοδολογία άλλαξε ριζικά από τα

τέλη του 20^{ου} αιώνα. Η χρήση π.χ. του GPS για τον προσδιορισμό θέσης δεν απαιτεί ορατότητες μεταξύ των σημείων ούτε κατάλληλες καιρικές συνθήκες. Οι παρατηρήσεις μπορούν να γίνονται όλο το 24ωρο, μεταξύ σημείων που απέχουν έως και αρκετές εκατοντάδες χιλιόμετρα. Πάντως, πρέπει να σημειωθεί ότι τα συστήματα GNSS δεν είναι οι αντικαταστάτες των κλασικών οργάνων (θεοδόλιχα, EDM, total stations, χωροβάτες) και άλλωστε δεν σχεδιάστηκαν γι' αυτό το σκοπό. Απλά η γεωδαιτική και τοπογραφική κοινότητα τα χρησιμοποιεί ως νέα συμπληρωματικά αλλά ισχυρότατα μέσα στα προβλήματα προσδιορισμού θέσης, όπου βέβαια λόγω των πλεονεκτημάτων τους έχουν αντικαταστήσει σε πολλές περιπτώσεις τη χρήση των παραδοσιακών οργάνων.

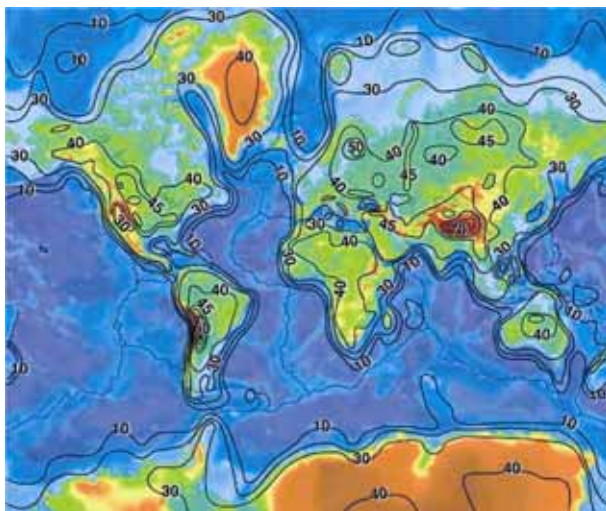
1.1.1 Ο πλανήτης γη

Η γη είναι ένας από τους εννέα πλανήτες του ηλιακού συστήματος (Ερμής, Αφροδίτη, Γη, Άρης, Ζeus, Κρόνος, Ουρανός, Ποσειδών, Πλούτων) ηλικίας περίπου 4.5 δισεκατομμυρίων ετών, όσο και ο ήλιος, με το 71% της επιφάνειάς της να καλύπτεται από νερό (**Σχήμα 1.2**). Διαιρείται σε χαρακτηριστικές στρώσεις με την εξωτερική στρώση, τον φλοιό (crust), να εκτείνεται από 0 - 40 km,



Σχήμα 1.2: Ο πλανήτης γη όπως φαίνεται από το διάστημα.

εν συνεχεία τον μανδύα (mantle) από 40 – 2890 km και τον πυρήνα (core) από 2890 – 6378 km. Ο φλοιός, ο οποίος κάτω από τους ωκεανούς είναι λεπτότερος (**Σχήμα 1.3**), αποτελείται κυρίως από διοξείδιο του πυριτίου και βρίσκεται σε στερεά κατάσταση όπως και ο εσωτερικός πυρήνας (5150-6378 km). Τα υπόλοιπα στρώματα βρίσκονται σε πλαστική ή ημίρρευστη κατάσταση. Η θερμοκρασία στον πυρήνα φτάνει τους 7500 K περισσότερο και από τη θερμοκρασία

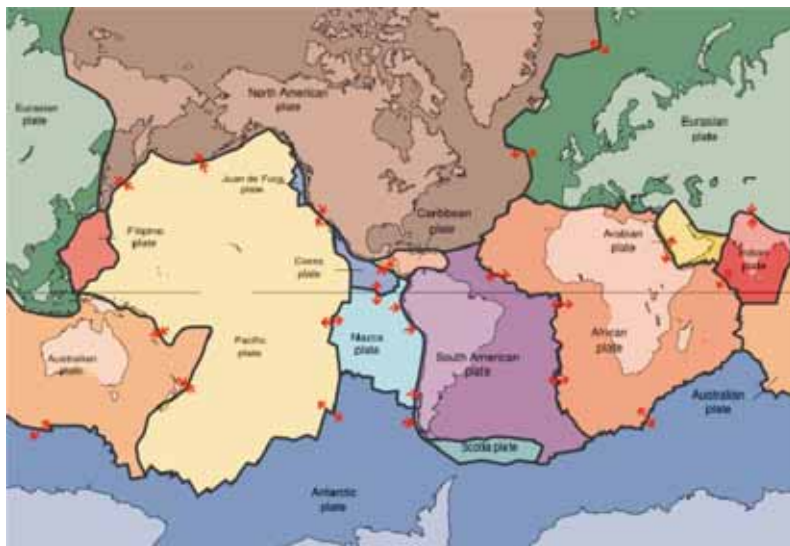


Σχήμα 1.3: Βάθη γήινου φλοιού σε km (<http://www.usgs.gov>).

της επιφάνειας του ήλιου (5800 K). Η θερμοκρασία βέβαια στον πυρήνα του ήλιου ξεπερνάει τα 15 000 000 K. Η γη είναι το πιο πυκνό μεγάλο ουράνιο σώμα του ηλιακού συστήματος με την εξής χημική σύσταση: 34.6% σίδηρο, 29.5% οξυγόνο, 15.2% πυρίτιο, 12.7% μαγνήσιο, 2.4% νικέλιο, 1.9% θείο, 0.05% τιτάνιο. Η γήινη πυκνότητα ξεκινά από 2.8 gr/cm³ στο φλοιό έως 17 gr/cm³ στον πυρήνα με μέση τιμή 5.5 gr/cm³.

Χαρακτηριστικό του γήινου φλοιού είναι ότι αποτελείται από πολλές ξεχωριστές στερεές πλάκες οι οποίες επιπλέουν πάνω στον μανδύα σύμφωνα με τη θεωρία των τεκτονικών πλακών. Σήμερα υπάρχουν οκτώ μεγάλες **τεκτονικές πλάκες** και πάνω από είκοσι μικρότερες (**Σχήμα 1.4**).

Οι πλάκες αυτές είτε απομακρύνονται μεταξύ τους οπότε δημιουργείται νέος φλοιός από το αναδυόμενο μάγμα του μανδύα ή συγκρούονται μεταξύ τους και η άκρη της μιας βυθίζεται και καταστρέφεται στο μανδύα της άλλης. Οι σεισμοί συμβαίνουν συχνότερα στα όρια των τεκτονικών πλακών, οπότε από τις συντεταγμένες των epicέντρων των σεισμών οριοθετούνται και οι αντίστοιχες πλάκες. Η γήινη επιφάνεια είναι μόνο 500 000 000 χρόνων, σχετικά νέα ως προς την ηλικία της γης. Οι τεκτονικές διεργασίες και η διάβρωση καταστρέφουν και επαναδημιουργούν τη γήινη επιφάνεια με συνέπεια να χάνονται τα πρόσφατα γεωλογικά ίχνη. Η υγρή μορφή νερού στη γήινη επιφάνεια είναι μοναδικό φαινόμενο πλανήτη του ηλιακού μας συστήματος και φυσικά αποτελεί απαραίτητο στοιχείο για τη ζωή. Η θερμοχωρητικότητα των ωκεανών συμβάλλει στη σχετική σταθερότητα της θερμοκρασίας.



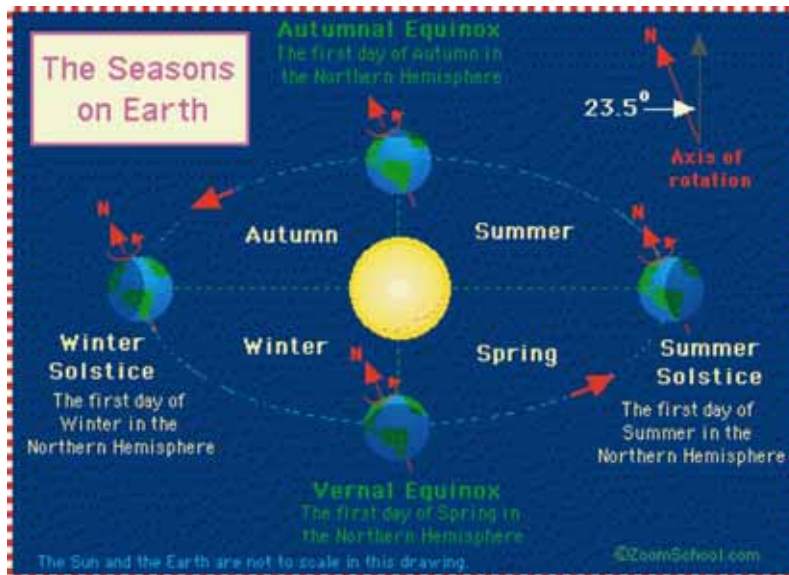
Σχήμα 1.4: Γήινος φλοιός και τεκτονικές πλάκες (<http://www.usgs.gov>).

Η γήινη ατμόσφαιρα αποτελείται από 77% άζωτο, 21% οξυγόνο και το υπόλοιπο 2% να αποτελείται κυρίως από αργό, διοξείδιο του άνθρακα και νερό. Οι τεκτονικές και βιολογικές διεργασίες διατηρούν μία συνεχή κυκλική ροή του διοξειδίου του άνθρακα μεταξύ ατμόσφαιρας και ‘δεξαμενών’ στη γη. Το μικρό ποσοστό του διοξειδίου του άνθρακα στην ατμόσφαιρα παίζει καθοριστικό ρόλο στη διατήρηση θερμοκρασιών καταλλήλων για τη μορφή της ζωής όπως τη γνωρίζουμε, επειδή αυξάνει κατά περίπου 35 βαθμούς Κελσίου τη θερμοκρασία (greenhouse effect) στην επιφάνεια της γης (σε αντίθετη περίπτωση οι ωκεανοί θα ήταν παγωμένοι). Η παρουσία ελεύθερου οξυγόνου στην ατμόσφαιρα οφείλεται σε βιολογικές διεργασίες. Χωρίς την ύπαρξη ζωής δεν θα υπήρχε ελεύθερο οξυγόνο.

Η αλληλεπίδραση γης – σελήνης έχει ως αποτέλεσμα την επιβράδυνση της ταχύτητας περιστροφής της γης κατά 2 milliseconds ανά αιώνα. Το σχετικά μέτριο μαγνητικό πεδίο της γης, που παράγεται από τα ηλεκτρικά ρεύματα του πυρήνα, αλληλεπιδρά με τον ηλιακό άνεμο (ροή φορτισμένων σωματιδίων, κυρίως ηλεκτρονίων και πρωτονίων) και δημιουργεί διάφορα φαινόμενα όπως το Βόρειο και Νότιο σέλας.

Η ταχύτητα περιστροφής της γης (γύρω από τον εαυτό της) υπολογίζεται στον ισημερινό σε περίπου 1667 km/h ($2\pi R/24$) ή 463 m/s. Σε οποιοδήποτε άλλη θέση (παράλληλο ϕ) της γήινης σφαίρας η ταχύτητα θα ισούται με $(1667 \times \cos\phi)$ km/h. Στην πραγματικότητα η γη κάνει μία περιστροφή σε 23 hours 56

minutes και 04.09053 seconds (αστρική περίοδος) επειδή η γη μέχρι να ολοκληρώσει μία περιστροφή έχει ήδη μετακινηθεί λίγο στην τροχιά της. Πρέπει να περιστραφεί για άλλα περίπου 4 min μέχρις ότου ο ήλιος να βρίσκεται πάλι στην ίδια θέση που ήταν πριν από μία ακριβώς μέρα (24 ώρες). Επιπλέον η γη κινείται γύρω από τον ήλιο με μία τροχιακή ταχύτητα περίπου $940\,000\,000 / (365 \times 24) = 107306 \text{ km/h} \approx 30 \text{ km/s}$ και επίσης κινείται μαζί με τον ήλιο γύρω από το κέντρο του γαλαξία ενώ ο γαλαξίας κινείται στον διαγαλαξιακό χώρο. Η κλίση του άξονα περιστροφής της γης ως προς την εκλειπτική είναι περίπου $23^\circ 27'$ και είναι η αιτία δημιουργίας των 4 εποχών του έτους κατά την περιστροφή της γύρω από τον ήλιο (**Σχήμα 1.5**).



Σχήμα 1.5: Κίνηση της γης γύρω από τον ήλιο και εποχές του έτους.

Το γεγονός ότι η γη κινείται γύρω από τον ήλιο και όχι ο ήλιος γύρω από τη γη υποστηρίζονταν και στην αρχαιότητα (Αρίσταρχος) ή πολύ αργότερα από τον Κοπέρνικο και τον Κέπλερ χωρίς όμως αυστηρή απόδειξη. Αργότερα ο Νεύτων έδειξε ότι αυτό συμβαίνει επειδή ισχύει ο Νόμος της Παγκόσμιας έλξης. Όμως ευθεία απόδειξη δόθηκε στις αρχές του 18^{ου} αιώνα από τον J. Bradley (1725) όταν ανακάλυψε το φαινόμενο της αστρικής εκτροπής, η οποία είναι η φαινόμενη ετήσια αλλαγή της θέσης των αστερών στην ουράνια σφαίρα εξαιτίας της ίδιας κίνησης της γης (κίνηση γης γύρω από τον ήλιο). Μία άλλη απόδειξη αποτελεί η αστρική παράλλαξη, που είναι η φαινόμενη αλλαγή της θέσης των αστέ-

ρων στη διάρκεια του έτους εξαιτίας της αλλαγής της θέσης γης ως προς αυτούς κατά την κίνησή της γύρω από τον ήλιο. Το μέγεθος της παράλλαξης εξαρτάται από την απόσταση του κάθε αστέρα από τη γη και είναι πολύ μικρό επειδή οι αστέρες είναι πολύ μακρινοί. Μετρήθηκε μόλις το 1838 από τον Bessel. Ο Αριστοτέλης πίστευε ότι η γη δεν κινείται επειδή δεν παρατηρήθηκε αστρική παράλλαξη (προφανώς δεν είχε ούτε τηλεσκόπιο ούτε γνώριζε ότι οι αστέρες βρίσκονται τόσο μακριά από τη γη). Για να καταλάβουμε το φαινόμενο της παράλλαξης αρκεί να θέσουμε σε κοντινή απόσταση από τα μάτια μας ένα αντικείμενο, π.χ. ένα δάχτυλο, και να παρατηρήσουμε τη σχετική μεταβολή της θέσης του ως προς το φόντο ανοιγοκλείνοντας διαδοχικά τα μάτια μας. Όσο πιο μακριά είναι το αντικείμενο τόσο μικρότερη η παράλλαξη. Επίσης, μία τρίτη απόδειξη ότι η γη κινείται είναι το φαινόμενο Doppler. Παρατηρείται ότι κατά την κίνηση της γης γύρω από τον ήλιο, το φως που λαμβάνεται από έναν αστέρα μεταβάλλεται προς το μπλε (μικρότερο μήκος κύματος) ή προς το κόκκινο (μεγαλύτερο μήκος κύματος) αν αντιστοίχως η γη πλησιάζει ή απομακρύνεται από αυτόν.

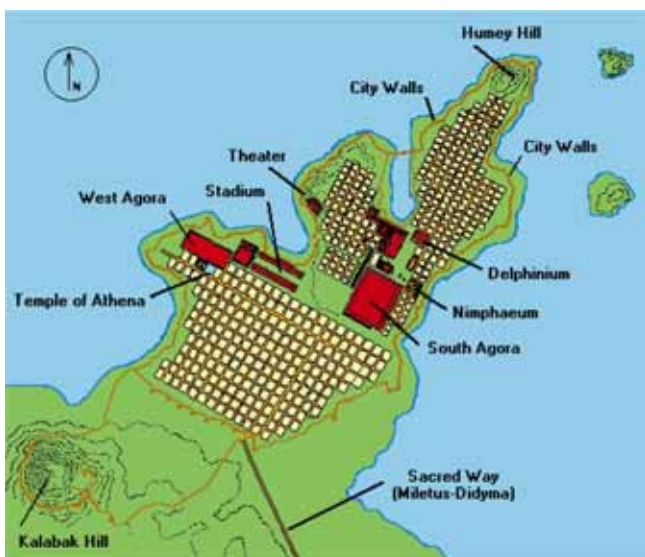
1.2 Ιστορική ανάπτυξη της Γεωδαισίας

Η Γεωδαισία είναι μία από τις αρχαιότερες επιστήμες όπως η Αστρονομία και τα Μαθηματικά. Παρουσιάζει, λοιπόν, ενδιαφέρον να αναφερθούν, έστω και συνοπτικά, οι σημαντικότεροι σταθμοί ανάπτυξής της και η διαμόρφωση του αντικειμένου της ανά τους αιώνες παράλληλα με την εν γένει πρόοδο των θετικών επιστημών και της τεχνολογίας.

1.2.1 Από την Ομηρική εποχή και την ελληνική αρχαιότητα στο Βυζάντιο (11^{ος} π.Χ. – 4^{ος} μ.Χ. αιώνας)

Το πρώτο γεωδαιτικό πρόβλημα που τέθηκε στην αρχαιότητα αφορά το σχήμα της γης. Πολιτισμοί όπως αυτοί των λαών της Μεσοποταμίας (Σουμέριοι, Βαβυλώνιοι, Ασσύριοι, Ακκάδιοι), της Εγγύς Ανατολής και της Αιγύπτου είχαν κάποιες γνώσεις πρακτικής γεωμετρίας και αστρονομίας, πριν από την αρχαιοελληνική περίοδο. Χαρακτηριστικά παραδείγματα είναι ένα είδος κτηματολογίου στην περιοχή του Νείλου για τις καλλιέργειες, η γεωμετρία των πυραμίδων, σχέδια οικισμών, στοιχεία χρόνου και ημερολογίων, ηλιακά ρολόγια, γνώσεις που κατείχαν λίγοι, συνήθως οι ιερείς. Επίσης, πριν από την κλασική αρχαιότη-

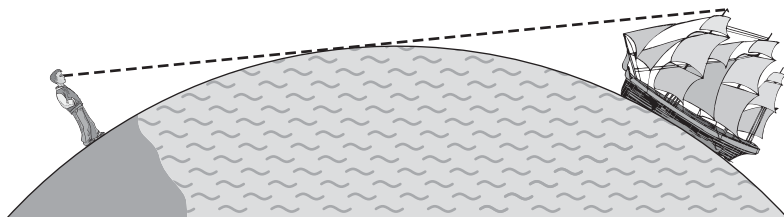
τα, παρόμοιες γνώσεις είχαν και οι Έλληνες όπως για παράδειγμα σχετικά με τον προσδιορισμό ορίων πόλεων και ιδιοκτησιών και σχέδια οικισμών (**Σχήμα 1.6**). Σπουδαίοι Έλληνες φιλόσοφοι και επιστήμονες της αρχαιότητας ταξίδευαν στις χώρες που ανέπτυξαν αξιόλογους πολιτισμούς, αντάλλαζαν γνώσεις και ανταποκρίθηκαν δημιουργικά στις επιρροές τους. Όπως χαρακτηριστικά έγραψε ο Πλάτων, ‘Κάθε φορά που οι Έλληνες δανείστηκαν κάτι από μη Έλληνες, στο τέλος το οδήγησαν σε μια υψηλότερη τελειότητα’.



Σχήμα 1.6: Το Σχέδιο της Μιλήτου το 470 π.Χ. από τον Ιππόδαμο (www.mlahanas.de).

Χαρακτηριστικό στοιχείο της προελληνικής περιόδου ήταν η θεοποίηση των φυσικών φαινομένων και ό,τι αυτό συνεπάγεται. Οι Έλληνες ήταν εκείνοι που πρώτοι απομυθοποίησαν τη γνώση, έθεσαν τα θεμέλια της επιστημονικής μεθοδολογίας, οικοδόμησαν και ανέπτυξαν τις επιστήμες και δημιούργησαν νέα γνώση στην προσπάθειά τους να ερμηνεύσουν τα διάφορα φυσικά φαινόμενα.

Πιθανώς τα πρώτα ερεθίσματα για το σφαιρικό σχήμα της γης ήταν οι παρατηρήσεις από τους ναυτικούς ότι καθώς πλησίαζαν στη στεριά τα πρώτα ορατά αντικείμενα ήταν εκείνα που βρίσκονταν πιο ψηλά (μεγαλύτερο ύψος) ή ότι η στεριά φαίνονταν να ανυψώνεται σιγά – σιγά προς τα πάνω. Παρόμοια, από τη στεριά φαίνονταν πρώτα τα κατάρτια των караβιών καθώς αυτά πλησίαζαν (**Σχήμα 1.7**) ή χάνονταν τελευταία από τον ορίζοντα όταν τα καράβια απομα-



Σχήμα 1.7: Ένδειξη για τη σφαιρικότητα της γης: Καθώς το καράβι πλησιάζει γίνονται ορατά πρώτα τα πάνω μέρη του.

κρύνονταν από τη στεριά. Άλλες απλές παρατηρήσεις μπορεί να ήταν το κυκλικό σχήμα της σελήνης και κατ' επέκταση και της γης και τέλος το επιχείρημα του Αριστοτέλη και άλλων ότι κατά τις εκλείψεις της σελήνης η σκιά που ρίχνει πάνω της η γη είναι κυκλική.

Ο **Θαλής ο Μιλήσιος** (635–547 π.Χ.) ως εκπρόσωπος της Ιωνικής Σχολής, αμφισβητεί τις παλαιότερες απόψεις που θεωρούσαν τη γη δίσκο περιβαλλόμενο από ωκεανούς και αποδέχεται το σφαιρικό σχήμα της γης. Ο Θαλής έθεσε τις βάσεις της γεωμετρίας, καθόρισε τη διάρκεια του έτους σε 365 ημέρες και απέδειξε ότι οι τέσσερις εποχές δεν είναι ισόχρονες. Ο **Αναξίμανδρος** ο Μιλήσιος (610–543 π.Χ.), συνεργάτης και διάδοχος του Θαλή, πρώτος κατασκεύασε χάρτη του τότε γνωστού κόσμου με τη γη ως κύλινδρο, χάρτη της ουράνιας σφαίρας, ηλιακό ρολόι και χρησιμοποίησε το γνώμονα (σκιοθήρας). Ο **Εκταίος** (549–472 π.Χ.), μαθητής του Αναξίμανδρου, βελτίωσε τον χάρτη του κόσμου. Ο **Αναξίμενης** διατυπώνει την άποψη ότι υπάρχουν πολλά σώματα σαν τη γη στο σύμπαν και ο **Ηράκλειτος** αναφέρεται σε ένα συνεχώς μεταβαλλόμενο σύμπαν.

Ο **Πυθαγόρας** ο Σάμιος (580–490 π.Χ.) με την περίφημη Σχολή του στον Κρότωνα της Μεγάλης Ελλάδας (Ιταλία) αποδέχεται το σφαιρικό σχήμα της γης ως το τελειότερο χωρίς τεκμηρίωση αλλά 'διαισθητικά' και υποθέτει πρώτος ότι η γη κινείται γύρω από τον ήλιο. Κάποιοι από τους μαθητές του προχώρησαν περισσότερο όπως ο **Παρμενίδης** ο Ελεάτης και ο **Φιλόλαος** ο οποίος διατύπωσε την άποψη ότι όλα τα γνωστά ουράνια σώματα, συμπεριλαμβανομένου και του ήλιου, κινούνται γύρω από ένα κέντρο - 'πύρινη εστία' με καθορισμένο τρόπο. Διατυπώνει, δηλαδή, πρώτος την άποψη ότι η γη κινείται, κάτι που αξιοποιήθηκε είκοσι περίπου αιώνες αργότερα από τον Κοπέρνικο, μαζί με την ηλιοκεντρική θεωρία του Αρίσταρχου του Σάμιου.

Την ίδια εποχή ο **Ευπαλίνος** ο Μεγαρεύς κατασκευάζει ένα αξιοθαύμαστο έργο μηχανικού (Β' μέσο του 6^{ου} π.Χ. αιώνα), μία σήραγγα στη Σάμο για τη μεταφορά νερού, μήκους 1036 m στη βάση ενός βουνού ύψους 300 m. Από γε-

ωδαιτική άποψη η χάραξη της διεύθυνσης διάνοιξης και από τις δύο πλευρές, με απόκλιση κατά τη συνάντηση μόλις 1.8 m, αποτελεί σημαντικό επίτευγμα για την εποχή. Το έργο αυτό αποτέλεσε και αποτελεί αντικείμενο μελέτης από πολλούς ερευνητές στον κόσμο, ιδιαίτερα για τον τρόπο χάραξης του για τον οποίο δεν σώζονται γραπτά κείμενα. Παρόμοιο αντικείμενο μελέτης ως προς τη γεωμετρία της κατασκευής αποτελεί και ο Παρθενώνας (κατασκευή 447 – 432 π.Χ.).

Ο **Πλάτων** ο Αθηναίος (427–347 π.Χ.), αν και δεν ήταν αστρονόμος, αποδέχεται την Πυθαγόρεια άποψη για τη σφαιρικότητα της γης (Φαίδων, Κοσμογονία). Επιπλέον, στην Πολιτεία του Πλάτωνα γράφεται ότι ‘ο πρακτικός γεωμέτρης που ασχολείται με τα ορατά σχήματα, αν θέλει να γίνει επιστήμων, πρέπει να κατανοήσει ότι αυτά αποτελούν γραφικές μόνον απεικονίσεις των ιδεωδών γεωμετρικών αντικειμένων. Την αστρονομική επιστήμη ενδιαφέρει η εξακρίβωση και η κατανόηση των αληθινών κινήσεων των ουρανίων σωμάτων με βάση την ακριβή ταχύτητά τους και το αληθινό τους σχήμα. Το σύμπαν κινείται κατά κυκλικές περιόδους με καθορισμένη χρονική διάρκεια’. Οι απόψεις αυτές αν μη τι άλλο εκφράζουν την έννοια του ‘μοντέλου’ και την αναζήτηση της αλήθειας για τον πραγματικό κόσμο με επιστημονική μεθοδολογία. Προς τιμήν του ο Γαλιλαίος αναφέρει ότι οφείλει στον Πλάτωνα την αρχική ιδέα για τον τρόπο κίνησης των ουρανίων σωμάτων.

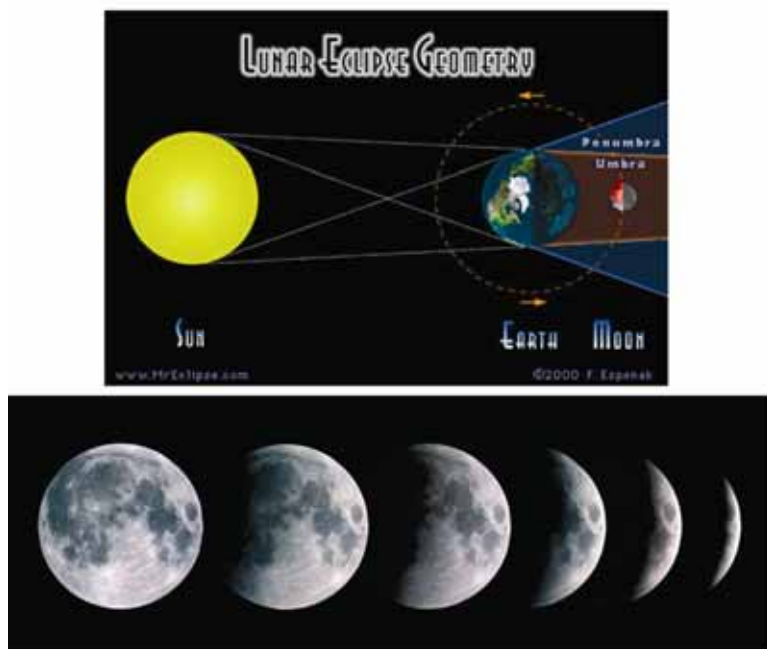
Ο **Εύδοξος** ο Κνίδιος (408–355 π.Χ.), από τους μεγαλύτερους μαθηματικούς και αστρονόμους, ανέπτυξε την έννοια της ουράνιας σφαίρας, εξήγησε τις φαινόμενες κινήσεις των αστερών με τη θεωρία των ομόκεντρων σφαιρών, και μελέτησε την κίνηση των επτά τότε γνωστών πλανητών (συμπεριλαμβανομένου του ήλιου). Σημαντικές εφευρέσεις του υπήρξαν η διόπτρα (πρόγονος του θεοδολίχου που τελειοποιήθηκε αργότερα από τον Ήρωνα), ο χάρτης της ουράνιας σφαίρας, ο αστρολάβος (σύνθετο όργανο για τη εύρεση της θέσης των αστερών σε σχέση με το χρόνο) και ο πόλος (φορητό ρολόϊ). Ο Εύδοξος αποδέχεται τη γεωκεντρική θεωρία με τη γη ακίνητη στο κέντρο του σφαιρικού σύμπαντος.

Ο **Αριστοτέλης** ο Σταγειρίτης (384–322 π.Χ.), στο έργο του ‘Περί Ουρανού’ τεκμηριώνει με τα εξής δύο επιχειρήματα την άποψη της σφαιρικής γης, ακίνητης στο κέντρο του σφαιρικού σύμπαντος (**γεωκεντρική θεωρία**):

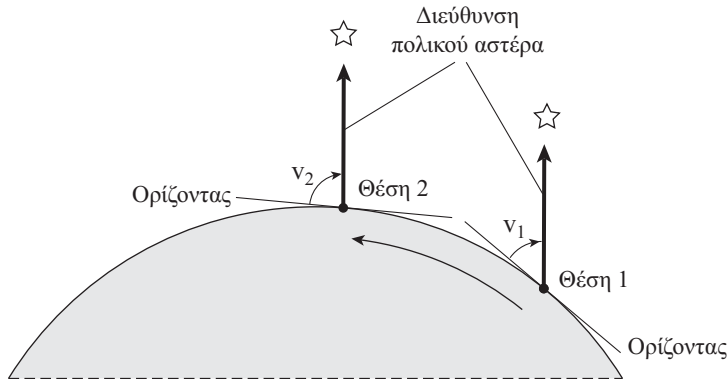
- α) Κατά τις εκλείψεις της σελήνης μόνο σφαίρα δύναται να ρίχνει πάντοτε κυκλική σκιά σε κάποια φωτεινή επιφάνεια (**Σχήμα 1.8**). Αν η γη ήταν επίπεδος δίσκος θα υπήρχαν περιπτώσεις που ο ήλιος θα φώτιζε μόνο την περιφέρεια του δίσκου και η σκιά της στη σελήνη θα ήταν ευθεία γραμμή.
- β) Παρατηρώντας τη θέση των αστερών (π.χ. γύρω από το ζενίθ) καθώς μετακινούμαστε προς Βορρά ή προς Νότο η θέση αυτή αλλάζει σχετικά γρήγορα,

δηλαδή η μικρή αλλαγή του ορίζοντα του τόπου επιφέρει ορατή αλλαγή στη θέση των αστερών αν μετακινηθούμε λίγο προς Βορρά ή Νότο.

Για τον ίδιο αστέρα, π.χ. για τον Πολικό, ταξιδεύοντας Βόρεια τη νύχτα, φαίνεται να βρίσκεται πιο ψηλά, δηλαδή $v_2 > v_1$ σύμφωνα με το **Σχήμα 1.9**. Υπάρχουν αστέρια που είναι ορατά στην Αίγυπτο ή γύρω από την Κύπρο και δεν φαίνονται καθόλου στις βορειότερες περιοχές. Άλλα αστέρια στις βόρειες περιοχές φαίνονται πάντοτε, δηλαδή ανατέλλουν και δύουν στον ίδιο ορίζοντα. Αυτό συμβαίνει επειδή ο παρατηρητής κινείται σε σφαιρική επιφάνεια και συνεπώς η γη έχει σφαιρικό σχήμα. Ακόμα, επειδή η αλλαγή στη θέση των αστερών επέρχεται γρήγορα, με μικρή αλλαγή της θέσης του παρατηρητή, ο Αριστοτέλης συμπεραίνει ότι η ακτίνα της γήινης σφαίρας δεν πρέπει να είναι πολύ μεγάλη. Αξίζει να σημειωθεί ακόμα ότι ο Αριστοτέλης συνέδεσε την έννοια του χρόνου με την έννοια της κίνησης άρα και του χώρου, άποψη για τον ενιαίο χωροχρόνο που θεμελιώθηκε από τη Θεωρία της Σχετικότητας τον 20^ο μ.Χ. αιώνα από τον Einstein. Μαζί με τον Πλάτωνα διατύπωσαν την έννοια του χρόνου ως μία ευθύγραμμη συνεχή και μη αναστρέψιμη σειρά χρονικών στιγμών - σημείων.



Σχήμα 1.8: Έκλειψη σελήνης. Η σκιά της γης αφήνει κυκλικό ίχνος πάνω στη σελήνη – παρατήρηση που δείχνει τη σφαιρικότητα της γης.



Σχήμα 1.9: Ένδειξη σφαιρικότητα της γης. Καθώς μετακινούμαστε π.χ. προς Βορρά ο Πολικός αστέρας φαίνεται να αλλάζει θέση και να βρίσκεται πιο ψηλά στον ουρανό ($v_2 > v_1$).

Ο Αριστοτέλης και οι μαθητές του διαχωρίζουν σαφώς τη γεωδαισία από τη (θεωρητική) γεωμετρία. Ο **Δικαίαρχος**, μαθητής του Αριστοτέλη, συνέταξε γεωγραφικό χάρτη εισάγοντας πρώτος την έννοια του γεωγραφικού κανάβου, χρησιμοποίησε τη διόπτρα, μεταξύ άλλων και για τη μέτρηση του ύψους των βουνών και συμπλήρωσε το χάρτη του Αναξιμάνδρου.

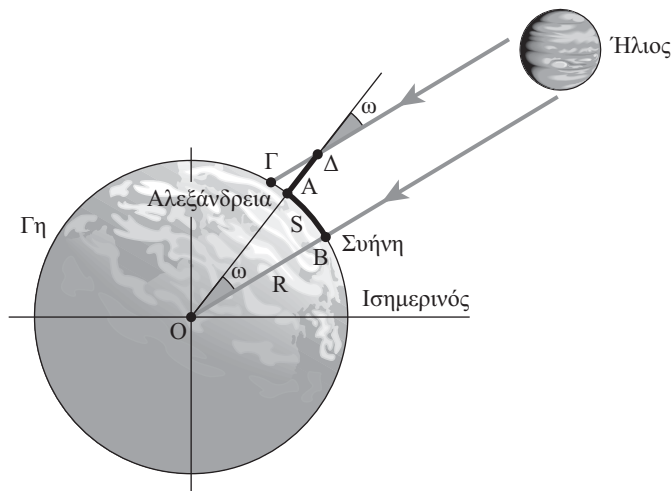
Μετά την εποχή του Μεγάλου Αλεξάνδρου, ο οποίος στις εκστρατείες του διέθετε ικανότατο επιτελείο επιστημόνων, το κέντρο βάρους μετατοπίζεται στην Αλεξάνδρεια της Αιγύπτου. Ο πιο διάσημος γεωμέτρης, ο **Ευκλείδης** (300 π.Χ.), πέρα από τα περίφημα βιβλία γεωμετρίας που σώθηκαν, έγραψε για τις κινήσεις των ουρανίων σωμάτων (σύγγραμμα ‘Φαινόμενα’ που δε σώθηκε). Ο **Ηρακλείδης** ο Ποντικός (388–315 π.Χ.) είχε πρωτότυπες ιδέες και εξήγησε την ημερήσια κίνηση των άστρων υποθέτοντας ότι η γη περιστρέφεται. Ανακάλυψε ότι ο Ερμής και η Αφροδίτη κινούνται γύρω από τον Ήλιο και όχι γύρω από τη Γη.

Ο **Αρίσταρχος** ο Σάμιος (320–250 π.Χ.), ένας από τους μεγαλύτερους θεωρητικούς αστρονόμους, διατυπώνει πρώτος και κατηγορηματικά την **ηλιοκεντρική θεωρία** ότι δηλαδή η γη εκτελεί δύο κινήσεις, μία γύρω από τον άξονά της και μία γύρω από τον ήλιο, σε αντίθεση με την επικρατούσα Αριστοτελική γεωκεντρική θεωρία. Το έργο του δυστυχώς δεν διασώθηκε. Η ηλιοκεντρική θεωρία δεν έγινε καθολικά αποδεκτή στην εποχή του με αποτέλεσμα να επικρατήσει η γεωκεντρική θεωρία μέχρι και τον 16^ο μ.Χ. αιώνα, όπου ο Πολωνός αστρονόμος Κοπέρνικος την υιοθέτησε και την ενίσχυσε με παρατηρήσεις χωρίς όμως να αναφέρεται στην αρχική ιδέα του Αρίσταρχου. Εσφαλμένα προβάλλεται η άποψη ότι την ηλιοκεντρική θεωρία εισήγαγε πρώτος ο Κοπέρνικος.

Ο **Αρχιμήδης** ο Συρακούσιος (287–212 π.Χ.), ίσως ο μεγαλύτερος μαθηματικός, μηχανικός και εφευρέτης, υποστηρίζει το σφαιρικό σχήμα της γης επειδή τέτοιο σχήμα έχει η επιφάνεια των θαλασσών και δίνει μια εκτίμηση για τη γήινη περίμετρο ίση με 300000 στάδια, περίπου 47250 km (ακριβής τιμή 40030 km).

Την ίδια περίπου εποχή ο **Ερατοσθένης**, που γεννήθηκε στην Κυρήνη της Λιβύης (276–194 π.Χ.) και έζησε κυρίως στην Αλεξάνδρεια, εργάστηκε ως Διευθυντής της περίφημης μεγάλης Αλεξανδρινής Βιβλιοθήκης ερχόμενος από την Αθήνα και άφησε σημαντικό έργο στα μαθηματικά, τη γεωγραφία και την αστρονομία. Γνωστός περισσότερο από το ‘κόσκινο του Ερατοσθένη’ με τους πρώτους αριθμούς, ο Ερατοσθένης, φίλος του Αρχιμήδη, έλεγε ότι αν δεν εμπόδιζε τον πλουν η μεγάλη έκταση του Ωκεανού, θα ήταν δυνατόν, πλέοντας Δυτικά της Ισπανίας, να φθάσουμε στις Ινδίες. Με βάση την ιδέα αυτή ανακαλύφθηκε αιώνες αργότερα η Αμερική.

Δικαίως ο Ερατοσθένης θεωρείται ο **θεμελιωτής της Γεωδαισίας** αφού πρώτος χρησιμοποίησε γεωδαιτικές και αστρονομικές μετρήσεις (αποστάσεις και γωνίες) και **προσδιόρισε τις διαστάσεις της σφαιρικής γης**. Σύμφωνα και με **Σχήμα 1.10** ο Ερατοσθένης μέτρησε τη γωνία (ω) που σχημάτιζε η κατακόρυφη διεύθυνση ΑΔ ενός Πύργου στην Αλεξάνδρεια με τη διεύθυνση των ηλιακών ακτίνων κατά το θερινό ηλιοστάσιο όπου, όπως ήταν ήδη γνωστό, ο ήλιος σε ένα πηγάδι στη Σύνη (σημερινό Ασσουάν της Αιγύπτου) έριχνε κατακόρυ-



Σχήμα 1.10: Η πρώτη γεωδαιτική μέτρηση του Ερατοσθένη για τον υπολογισμό του μεγέθους της σφαιρικής γης.

φα τις ακτίνες του (καθρεφτίζονταν στο πηγάδι) και συνεπώς η αντίστοιχη διεύθυνση της ακτίνας του ήλιου διέρχονταν από το κέντρο της γήινης σφαίρας. Με αυτές στις προϋποθέσεις, η γωνία (ω) που μετρήθηκε στην Αλεξάνδρεια ισούται με τη επίκεντρη γωνία που φαίνεται στο σχήμα 1.10.

Η γωνία μετρήθηκε με έναν σκιοθήρα (Σχήμα 1.11) ή τελειοποιημένο γνώμονα με τη βοήθεια της σκιάς (ΑΓ) και βρέθηκε ίση με το $1/50$ του κύκλου ή $\omega = 7^\circ 12'$. Επίσης από υπάρχουσες μετρήσεις της εποχής (που είχαν γίνει πιθανώς με τη βοήθεια ‘βηματιστών’ ή από ταξίδια καραβανιών) εκτίμησε την απόσταση Αλεξάνδρειας – Σύνης, $(AB) = 5000$ στάδια. Δεχόμενος ότι οι δύο τόποι βρίσκονται στον ίδιο μεσημβρινό κύκλο (στην πραγματικότητα υπάρχει απόκλιση στα γεωγραφικά μήκη περίπου 3°), μπορεί να υπολογισθεί η περίμετρος της σφαιρικής γης ίση με $(5000) \times (50) = 250000$ στάδια. Για να εκφράσουμε σε μέτρα τα στάδια, η αντιστοιχία σταδίου – μέτρου δεν μπορεί να υπολογισθεί με μεγάλη ακρίβεια επειδή την εποχή εκείνη χρησιμοποιούνταν πολλά ‘στάδια’. π.χ. το Ελληνικό, το Αιγυπτιακό.



Σχήμα 1.11:

Σύγχρονη ανακατασκευή σκιοθήρα
(Lelgemann D., 2004).

Θεωρώντας μία εκτίμηση που είναι διεθνώς αποδεκτή για την περιοχή της Αλεξάνδρειας, **1 στάδιο ≈ 157.5 m**, προκύπτει η περίμετρος ίση 39375 km (40030 km μία ακριβής τιμή) ή μία ακτίνα της γήινης σφαίρας $R \approx 6267$ km (σωστή μέση τιμή 6371 km). Παρατηρούμε μία εκπληκτική ακρίβεια για την εποχή εκείνη με λάθος μόλις -1.6% . Πάντως επειδή δεν υπάρχει ακριβής αντιστοιχία μεταξύ σταδίου και μέτρου (διαφορά μέχρι και 30 m ανάλογα με την περιοχή), οι υπολογισμοί του μεγέθους της σφαιρικής γης που έγιναν κατά καιρούς στην αρχαιότητα πρέπει να λαμβάνουν υπόψη το γεγονός αυτό και τη σχε-

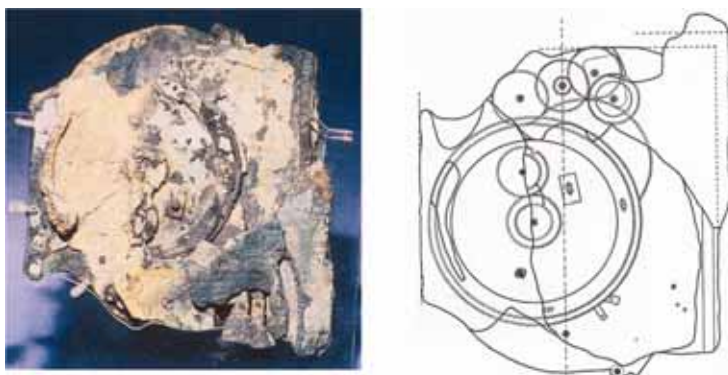
τική αβεβαιότητα που συνεπάγεται. Όποια τιμή και αν δεχθούμε για το στάδιο η ακρίβεια υπολογισμού του μεγέθους της γης είναι αξιοθαύμαστη. Η περιγραφή της μέτρησης της γης από τον Ερατοσθένη δεν διασώθηκε, όπως άλλωστε και το συνολικό του έργο που είναι μερικώς γνωστό μέσω των γραπτών του Στράβωνα και του Κλεομήδη.

Η δεύτερη μέτρηση του μεγέθους της γης έγινε από τον **Ποσειδώνιο** (135–51 π.Χ.) ο οποίος υπολόγισε το σφαιρικό τόξο Αλεξάνδρειας - Ρόδου (την απόσταση μάλλον με ναυτικό υδρόμετρο και τη γεωκεντρική γωνία με αστρονομικές παρατηρήσεις), από όπου προκύπτει μία τιμή της γήινης σφαίρας αρκετά μικρότερη από εκείνη του Ερατοσθένη, με λάθος περίπου –11 %.

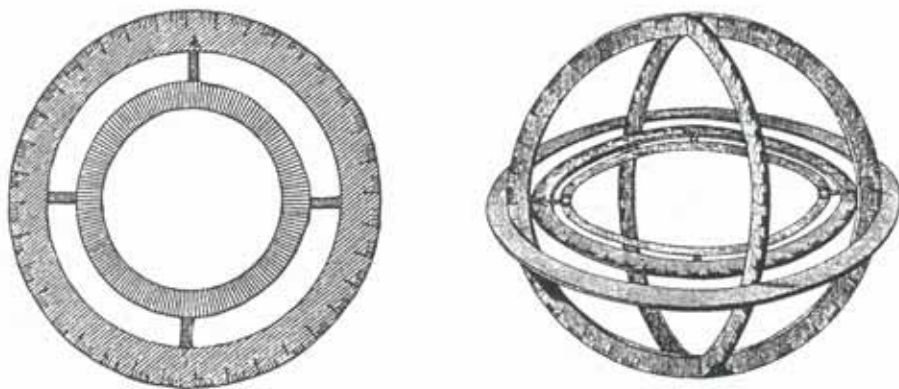
Την ίδια εποχή εμφανίζεται ο μεγαλύτερος αστρονόμος όλων των εποχών, **Ίππαρχος** ο Ρόδιος (τέλη 2^{ου}–αρχές 1^{ου} π.Χ αιώνα), ο οποίος όμως αποδέχονταν τη γεωκεντρική θεωρία του Αριστοτέλη. Εισάγει τις αστρονομικές συντεταγμένες για τον προσδιορισμό θέσεων, και αναφέρει ότι δεν μπορεί να υπάρξει γεωγραφία χωρίς τη χρήση αστρονομικών μεθόδων για τον προσδιορισμό του πλάτους και μήκους. Βελτίωσε τη Διόπτρα του Αρχιμήδη για τον προσδιορισμό της φαινομένης διαμέτρου του ήλιου, της σελήνης καθώς και του ύψους των αστέρων. Εφεύρε δύο τύπους αστρολάβων (αστρολάβος = αστήρ + λαμβάνειν), τον ‘επίπεδο’ και τον ‘σφαιρικό’.

Στο **Σχήμα 1.12** φαίνεται ο περίφημος αστρολάβος-υπολογιστής των Αντικυθήρων (~150 π.Χ) ενώ στο **Σχήμα 1.13** φαίνονται δύο διατάξεις επίπεδων και μία διάταξη σφαιρικού αστρολάβου. Σημαντικότερη ήταν η ανακάλυψη της μετάπτωσης των ισημεριών από τον Ίππαρχο, που όμως δεν κατόρθωσε να την ερμηνεύσει αλλά την υπολόγισε με μεγάλη ακρίβεια. Προσδιόρισε επίσης με την εκπληκτική ακρίβεια των 4 min τη διάρκεια του έτους, την ανισότητα των εποχών, καθόρισε ουράνιους μεσημβρινούς και παραλλήλους και συνέταξε μεγάλο κατάλογο αστέρων με συντεταγμένες, ονόματα και μεγέθη (περίπου 850), σημαντικό βοήθημα για πολλούς αιώνες. Γενικά ‘ανέλαβε έργο προ του οποίου και ο Θεός ακόμη θα οπισθοχωρούσε’, όπως έγραψε ο Λατίνος Πλίνιος.

Θέματα σχετικά με τη γεωμετρία και λιγότερο με τη γεωδαισία απασχόλησαν και τον **Ήρωνα** από την Αλεξάνδρεια (1^{ος} αιώνας μ.Χ). Ο Ήρων έχει τεράστιο έργο, ικανό μέρος του οποίου σώζεται και μοιάζει με σύγχρονο σύγγραμμα. Στα ‘περί Μετρικών’ και ‘Διόπτρας’ έργα του αναφέρονται μέθοδοι και τεχνικές μετρήσεων γωνιών, αποστάσεων και χαράξεων τεχνικών έργων (βλέπε σήραγγα Ευπαλίνου). Τελειοποίησε τη Διόπτρα ως γωνιομετρικό όργανο, χρησιμοποίησε το οδόμετρο για τη μέτρηση αποστάσεων (**Σχήμα 1.14**) και τον όρο ‘χωροβατείν’.

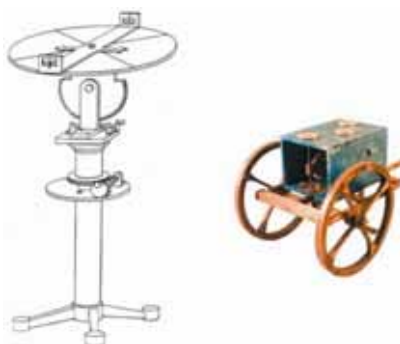


Σχήμα 1.12: Αστρολάβος-Υπολογιστής-Μηχανικό ρολόι των Αντικυθήρων (περίπου 150 π.Χ.). Το τελειότερο και μοναδικό αστρονομικό και ημερολογιακό όργανο που πιθανώς εφεύρε ο Ίππαρχος. Αποτελείται από πολυσύνθετο σύστημα οδοντωτών τροχών (32 γρανάζια). Βρέθηκε στη θαλάσσια περιοχή των Αντικυθήρων το 1900 μ.Χ. (Εθνικό Αρχαιολογικό Μουσείο).



Σχήμα 1.13: Επίπεδος και σφαιρικός αστρολάβος του Ίππαρχου (Σ. Θεοδόσιος και Μ. Δανέζης 1996).

Σημαντική μορφή, ως γεωγράφος, χαρτογράφος, μαθηματικός και αστρονόμος, υπήρξε ο **Κλαύδιος Πτολεμαίος** (108 μ.Χ. – 168 μ.Χ.), ο οποίος έζησε και εργάστηκε στην Αλεξάνδρεια. Συνέθεσε όλη τη γνώση της μέχρι τότε ελληνικής αστρονομίας, υπήρξε συνεχιστής του έργου του Ιππάρχου και κύριος εκπρόσωπος του γεωκεντρικού συστήματος. Το σημαντικότερο αστρονομικό έργο του, η ‘Μαθηματική Σύνταξις’ από 13 βιβλία, μεταφράστηκε τον 9^ο αιώνα από τους Άραβες με τον ελληνοαραβικό τίτλο ‘Αλμαγέστη’.



Σχήμα 1.14: Αναπαράσταση της Διόπτρας (το πρώτο θεοδόλιχο) και του Οδομέτρου του Ήρωνα (www.mlahanas.de)



Σχήμα 1.15: Ανακατασκευή της Οικουμένης του Πτολεμαίου (Ulm edition 1482).

Σημαντικότερο έργο του Πτολεμαίου είναι και η ‘Γεωγραφική Υφήγησις’, που αποτελεί και τον πρώτο γεωγραφικό άτλαντα, από 8 βιβλία και 27 χάρτες του κόσμου, 8000 τοπωνύμια με γεωγραφικές συντεταγμένες (πλάτος, μήκος) και θέματα χαρτογραφικών απεικονίσεων (**Σχήμα 1.15**). Τα έργα του Πτολε-

μαίου αποτέλεσαν διδακτικά συγγράμματα για αρκετούς αιώνες, καθώς μεταφέρθηκαν από Βυζαντινούς λόγιους και στη Δύση τον 15^ο αιώνα. Ο **Μαρίνος** ο Τύριος, μαθηματικός και μεγάλος χαρτογράφος, έζησε την ίδια περίπου εποχή με τον Πτολεμαίο και αξιοποίησε τα στοιχεία του. Συνέταξε χάρτη σε προβολικό σύστημα κυλινδρικής προβολής, που μπορεί να θεωρηθεί η βάση της Μερκατορικής προβολής του Φλαμανδού χαρτογράφου Gerhard Kramer, γνωστό ως Mercator, αρκετούς αιώνες αργότερα.

Σημαντικά ονόματα του 3^{ου} και 4^{ου} μ.Χ. αιώνα, με μεγάλη συμβολή στα μαθηματικά και τις θετικές επιστήμες γενικότερα, υπήρξαν ο Πάππος, ο Διόφαντος, ο αυτοκράτορας Ιουλιανός (λάτρης του ελληνικού πνεύματος και οπαδός της ηλιοκεντρικής θεωρίας του Αρίσταρχου), ο Θέων, η Υπατία, ο Πρόκλος.

1.2.2 Από το Βυζάντιο στην Αναγέννηση (5^{ος} –15^{ος} αιώνας)

Στα τέλη του 4ου αιώνα το Δυτικό Ρωμαϊκό κράτος καταλύεται. Ακολουθούν χίλια περίπου χρόνια (5^{ος}–15^{ος} μ.Χ αιώνας), τα Μεσαιωνικά χρόνια, όπου επικρατούν θεοκρατικές αντιλήψεις, ο σκοταδισμός και στασιμότητα στις θετικές επιστήμες με εξαίρεση μεγάλες περιόδους της Βυζαντινής αυτοκρατορίας και τους Άραβες. Το κέντρο βάρους έχει μεταφερθεί στην Κωνσταντινούπολη. Κατά τους πρώτους αιώνες επανήλθαν και απόψεις περί επίπεδης γης ενώ αρκετοί χάρτες παρουσιάζουν έντονα θρησκευτικά σύμβολα και στοιχεία φαντασιώσεων.

Η συμβολή των Ρωμαίων στην ανάπτυξη της αστρονομίας και των μαθηματικών θεωρείται ασήμαντη με ελάχιστες εξαιρέσεις από μερικούς συγγραφείς που μετέφρασαν στα Λατινικά σπουδαία έργα των Ελλήνων που η Δύση αγνοούσε μέχρι και την Αναγέννηση (14^{ος}, 15^{ος} αιώνας). Δυτικοί λόγιοι, με πρώτους τους Ιταλούς, αντιλαμβάνονται τους θησαυρούς γνώσης που υπήρχαν στο Βυζάντιο. Η πρώτη μετάφραση στα Λατινικά της Γεωγραφίας του Πτολεμαίου έγινε σε **μοναστήρια του Αγίου Όρους** και περνά την εποχή της Αναγέννησης στη Δύση.

Το πιο οργανωμένο και πολιτισμένο ‘κράτος’ του Μεσαίωνα υπήρξε το Βυζάντιο. Καταλύθηκε το 1453 με την άλωση της Κωνσταντινούπολης από τους Τούρκους ενώ είχαν προηγηθεί περίοδοι λεηλασιών και κατάλυσής του από τους Φράγκους, με τις γνωστές Σταυροφορίες (1204-1261), οι οποίοι και έκλεψαν πολλά φυλασσόμενα έργα των Ελλήνων.

Στο **Βυζάντιο** κατά διαστήματα καλλιεργήθηκαν οι επιστήμες, ιδιαίτερα η Φιλοσοφία, η Αστρονομία και τα Μαθηματικά, με μεγάλο παραγόμενο συγγρα-

φικό έργο με βάση και τα έργα των αρχαίων Ελλήνων. Τον 10^ο αιώνα, ο **Ήρων ο νεώτερος** συνέταξε ‘εγχειρίδιο Γεωδαισίας’. Μετά την Ακαδημία του Πλάτωνος (387 π.Χ. – 529 μ.Χ.), ιδρύθηκε στην Κωνσταντινούπολη το **πρώτο Πανεπιστήμιο** το 425 μ.Χ. από τον αυτοκράτορα Θεοδόσιο και λειτούργησε μέχρι και το 1453 (άλωση). Στην ονομαστή **Σχολή Θετικών Επιστημών της Τραπεζούντας** υπήρχε Αστεροσκοπείο. Στα γνωστά ονόματα Βυζαντινών φιλοσόφων, μαθηματικών και αστρονόμων συγκαταλέγονται ο Αμμώνιος ο Φιλόσοφος (5^{ος}-6^{ος} αιώνας) και ο Ιωάννης ο Φιλόπονος (6^{ος} αιώνας) με εγχειρίδια περί αστρολάβου χρήσεως, ο Ευτόκιος, ο Ήρων ο Βυζαντινός με το εγχειρίδιο Γεωδαισίας, ο Λεόντιος, ο Λέων ο Μαθηματικός, ο Μιχαήλ Ψελλός, ο Θεόδωρος Β΄, ο Παχυμέρης, ο Μάξιμος Πλανούδης, ο Βησσαρίων και ο Γ. Γεμιστός ή Πλήθων.

Ως μοναδικό έργο – παγκόσμιο μνημείο των σπουδαίων Μηχανικών και Αρχιτεκτόνων Αρτεμίου και Ισιδώρου του 6^{ου} αιώνα, αξίζει να αναφέρουμε τον ορθόδοξο ναό ‘της του Θεού Σοφίας’ γνωστό ως Αγία Σοφία, που κτίστηκε επί αυτοκρατορίας Ιουστινιανού (**Σχήμα 1.16**). Από τον 12^ο αιώνα και μετά, στη λεγόμενη Παλαιολόγεια Αναγέννηση, παρατηρείται μεγάλη επιστημονική δραστηριότητα και ανάπτυξη σε σχέση με προηγούμενες εποχές.

Στο μεταξύ, **οι Άραβες** από τον 7^ο και για έξι περίπου αιώνες κυριαρχούν στη Μεσόγειο και την Ευρώπη (Αραβική Ισπανία, Βαγδάτη) αναπτύσσοντας έναν αξιοζήλευτο πολιτισμό βασισμένο στον ελληνικό. Δικαίως θεωρούνται από



Σχήμα 1.16: Η Αγία Σοφία στην Κωνσταντινούπολη (532-537 μ.Χ.) σπουδαίο αρχιτεκτονικό έργο της Βυζαντινής εποχής. Οι μιναρέδες (μετατροπή σε τζαμί) και άλλες εσωτερικές παρεμβάσεις (π.χ. επιγραφές πάνω σε εικόνες) έγιναν μετά το 1453 από του Τούρκους. Σήμερα η Αγία Σοφία λειτουργεί ως Μουσείο.

πολλούς ως άξιοι συνεχιστές της αρχαίας ελληνικής σκέψης. Μετέφρασαν πολλά έργα των αρχαίων Ελλήνων, ανέπτυξαν τα μαθηματικά και μετέφεραν στην Ευρώπη μέσω της Αραβικής Ισπανίας και γνώσεις γεωδαισίας και αστρονομίας. Οι Άραβες πίστευαν ακλόνητα στη γεωκεντρική θεωρία. Γύρω στα 813 μ.Χ., με διαταγή του **Χαλίφη Μαμούν**, πραγματοποιείται μέτρηση μήκους τόξου μεσημβρινού βορειοδυτικά της Βαγδάτης (πιθανό μήκος γήινης περιμέτρου ίσο με 39 780 000 m) και επαληθεύεται η μέτρηση του Ερατοσθένη. Βελτίωσαν τον αστρολάβο και μετρούσαν το ύψος του πολικού αστέρα για τον υπολογισμό της διαφοράς του γεωγραφικού πλάτους μεταξύ των άκρων τόξου μεσημβρινού. Για τη μέτρηση του μήκους τόξου χρησιμοποιούσαν ξύλινους κανόνες.



Σχήμα 1.17: (α) ο μοναδικός σωζόμενος Βυζαντινός αστρολάβος του 11ου αιώνα (Μουσείο Μπρέσια), (β) αραβικός αστρολάβος του 10ου αιώνα (Μουσείο Κουβέιτ (X. Λάζος 2005).

Τον 14^ο αιώνα η σκυτάλη περνά στην **Αναγέννηση** (στροφή προς την ελληνική αρχαιότητα) όπου μεταξύ άλλων αναπτύσσεται η Χαρτογραφία. Ο 15^{ος} αιώνας χαρακτηρίζεται από τις **Μεγάλες Ανακαλύψεις** οι οποίες βοηθήθηκαν αρκετά από τη μεταφρασμένη Γεωγραφία του Πτολεμαίου. Ταυτόχρονα όμως οι ανακαλύψεις νέων χωρών συνοδεύονται και από τις καταστροφές των πολιτισμών της Κεντρικής και Νότιας Αμερικής.