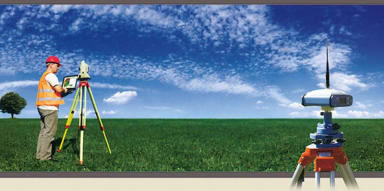


Ορέστης - Θωμάς Ντίνης

Αγρονόμος & Τοπογράφος Μηχανικός



ΤΟΠΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

- Τα θεμελιώδη προβλήματα
- Αποτύπωση
- Αλληλοτομίες
- Στοιχεία από τη θεωρία των ασφαμάτων
- Το δορυφορικό σύστημα προσδιορισμού θέσης G.P.S.
- Τυπολόγιο
- Οδεύσεις
- Προσδιορισμός υψομέτρων

Λυμένες Ασκήσεις • Ασκήσεις για λύση

Πρόλογος

Η Τοπογραφία είναι ο επιστημονικός χώρος μέσω του οποίου κατόρθωσε να επιτύχει ο άνθρωπος την απεικόνιση τμημάτων της γήινης επιφάνειας στο επίπεδο. Ενδιάμεσο και απαραίτητο στάδιο είναι τα όργανα και οι μέθοδοι που χρησιμοποιούνται για το σκοπό αυτό. Έτσι από τα θεοδόλεια και τις μετροταινίες φτάσαμε σήμερα στην εποχή του δορυφορικού συστήματος προσδιορισμού θέσης (G.P.S.) Για τη μεγαλύτερη δυνατή ακρίβεια στα αποτελέσματα των τοπογραφικών παρατηρήσεων (γωνίες, αποστάσεις) αναπτύχθηκε και η θεωρία των σφαλμάτων προκειμένου να αντιμετωπιστεί το πρόβλημα των αναπόφευκτων λαθών που υπεισέρχονται σε αυτές είτε λόγω κατασκευαστικών ατελειών των οργάνων είτε εξαιτίας ανθρώπινων λαθών.

Έχοντας στόχο να διατυπωθούν τα κυριότερα στοιχεία της θεωρίας με σαφή τρόπο σε συνδυασμό με πλήθος ασκήσεων από απλές και εύκολες ως σύνθετες και πιο απαιτητικές γράφηκε το βιβλίο αυτό. Με τον τρόπο αυτόν θεωρώ ότι θα επιτευχθεί σε μεγάλο βαθμό από τους αναγνώστες η πρακτική κατανόηση των διαφορών εννοιών, οι οποίες είναι πραγματικά απαραίτητες στις θετικές επιστήμες.

Συγκεκριμένα στο *πρώτο κεφάλαιο* αναφέρονται τα θεμελιώδη προβλήματα που είναι η βάση της Τοπογραφίας, στο *δεύτερο* η αποτύπωση με την αρχή και τις διάφορες μορφές της (κλασική - ηλεκτρονική), στο *τρίτο* οι οδεύσεις μέσω των οποίων γίνονται οι αποτυπώσεις, στο *τέταρτο* οι αλληλοτομίες για την υλοποίηση όλων των περιπτώσεων που είναι δυνατό να παρουσιαστούν στην προσπάθεια προσδιορισμού των συντεταγμένων των σημείων, στο *πέμπτο* τυπολόγιο με πολύ χρήσιμες γεωμετρικές και όχι μόνο σχέσεις, στο *έκτο* στοιχεία για τον προσδιορισμό υψομέτρων και στο *έβδομο* αναλυτικά λυμένες ασκήσεις που σχετίζονται με τα προαναφερθέντα θέματα αλλά και ασκήσεις προς λύση με τις απαντήσεις τους για να δοκιμάσει ο αναγνώστης πρακτικά τις δυνάμεις του.

Ακολουθεί στο *όγδοο κεφάλαιο* παρουσίαση στοιχείων από τη θεωρία των σφαλμάτων και στο *ένατο* λυμένες και άλυτες ασκήσεις για την ύλη αυτήν. Τέλος στο *δέκατο κεφάλαιο* γίνεται αναφορά στο δορυφορικό σύστημα προσδιορισμού θέσης (G.P.S.) που στην εποχή μας έχει πλέον διαδοθεί σε σημαντικό βαθμό προσφέροντας μεγάλη ακρίβεια στην εύρεση της θέσης των ενδιαφερόμενων σημείων.

Θεωρώ ότι το βιβλίο αυτό με το περιεχόμενο του και τη δομή του θα αποτελέσει ένα σημαντικό βοήθημα για τους φοιτητές και σπουδαστές των Πολυτεχνικών σχολών και των αντίστοιχων των Τ.Ε.Ι. και όσων ασχολούνται με το αντικείμενο της Τοπογραφίας.

Δεκέμβριος 2008

Ο συγγραφέας

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1

Τα θεμελιώδη προβλήματα	11
1.1 Γενικά	11
1.2 Α΄ θεμελιώδες	11
1.2 Β΄ θεμελιώδες	12
1.3 Γ΄ θεμελιώδες	13

Κεφάλαιο 2

Αποτύπωση	15
2.1 Η αρχή της	15
2.2 Κλασική ταχυμετρική αποτύπωση	16
2.3 Ηλεκτρονική ταχυμετρική αποτύπωση	17

Κεφάλαιο 3

Οδεύσεις	19
3.1 Ορισμός	19
3.2 Είδη οδεύσεων	19
3.3 Επίλυση οδεύσεων	21

Κεφάλαιο 4

Αλληλοτομίες	25
4.1 Απλή εμπροσθοτομία	25
4.2 Γενική εμπροσθοτομία	26
4.3 Οπισθοτομία	26
4.4 Πρόβλημα απρόσιτης βάσης (Hansen)	27
4.5 Καταβιβασμός	28
4.6 Έκκεντρη στάση	29
4.7 Πλαγιοτομία	30
4.8 Εμπροσθοτομία με τη βοήθεια πλευρομετρήσεων	31

Κεφάλαιο 5

Τυπολόγιο	33
5.1 Άθροισμα γωνιών τριγώνου	33
5.2 Άθροισμα γωνιών τετραπλεύρου	33
5.3 Νόμος ημιτόνων	33
5.4 Νόμος συνημιτόνων	34
5.5 Τριγωνομετρικοί τύποι	34
5.6 Εξίσωση ευθείας	34
5.7 Εύρεση εξίσωσης ευθείας	35
5.8 Συνθήκες παραλληλίας και καθετότητας	35
5.9 Χαρακτηριστικά ευθείας	36
5.10 Εξίσωση κύκλου	37
5.11 Εύρεση κέντρου κύκλου από τρία γνωστά σημεία στη περιφέρεια	37
5.12 Εμβαδά	38
5.13 Όγκοι	41
5.14 Γωνία διεύθυνσης	43
5.15 Συντεταγμένες	43
5.16 Μονάδες γωνιών	43

Κεφάλαιο 6

Προσδιορισμός υψομέτρων	45
6.1 Εισαγωγή	45
6.2 Πεδίο υψομετρίας	45
α) Γενικά	45
β) Χωροσταθμικά δίκτυα	46
6.3 Μέθοδοι εύρεσης υψομετρικών διαφορών	46
α) Γεωμετρική χωροστάθμιση	46
β) Τριγωνομετρική χωροστάθμιση	47
γ) Ειδική τριγωνομετρική χωροστάθμιση	47

Κεφάλαιο 7

Ασκήσεις Τοπογραφίας	49
Ασκήσεις για λύση	139

Κεφάλαιο 8

Στοιχεία από τη θεωρία των σφαλμάτων	145
8.1 Σφάλματα	145
8.2 Μετρήσεις	146

8.3	Πιθανότερη τιμή (Π)	146
8.4	Τυχαία σφάλματα (πιθανές αποχές) (U_i)	147
8.5	Κατανομή των τυχαίων σφαλμάτων	147
8.6	Μέτρα ακρίβειας των παρατηρήσεων	149
8.7	Μέσο τετραγωνικό σφάλμα της πιθανότερης τιμής (M)	149
8.8	Νόμος μετάδοσης σφαλμάτων για ισοβαρείς μετρήσεις	150
8.9	Μετρήσεις διαφορετικής ακρίβειας (ανισοβαρείς)	151
8.10	Νόμος μετάδοσης βαρών	152
8.11	Μέσο τετραγωνικό σφάλμα του βαρυκεντρικού μέσου όρου (M^2)	153
8.12	Μέσο τετραγωνικό σφάλμα της μονάδας βάρους (m_o)	153
8.13	Μέσο τετραγωνικό σφάλμα μέτρησης k_i βάρους p_i (m_i)	154
8.14	Μέσο τετραγωνικό σφάλμα της πιθανότερης τιμής ανισοβαρών μετρήσεων (M)	154

Κεφάλαιο 9

<i>Ασκήσεις – Στοιχεία από τη Θεωρία των Σφαλμάτων</i>	155
Ασκήσεις για λύση	163

Κεφάλαιο 10

Το δορυφορικό σύστημα προσδιορισμού θέσης G.P.S.	167
10.1 Γενικά	167
10.2 Τα τμήματα του G.P.S.	167
Τα εκπεμπόμενα σήματα και οι κώδικες του G.P.S.	169
10.3 Λειτουργία	169
10.4 Απόλυτος κινηματικός προσδιορισμός θέσης	171
Η εξίσωση παρατήρησης στον απόλυτο κινηματικό προσδιορισμό θέσης	172
10.5 Σχετικός κινηματικός προσδιορισμός θέσης	173
α) Λειτουργία	174
β) Μαθηματικό μοντέλο	174
γ) Επιλογή δορυφόρων και ποιοτικός έλεγχος	174
10.6 Μετρήσεις φάσης	175
Η εξίσωση παρατήρησης φάσης	175
10.7 Τεχνικές για τη βελτίωση της ακρίβειας των G.P.S.	177

<i>Βιβλιογραφία</i>	179
---------------------------	-----

<i>Ευρετήριο όρων</i>	181
-----------------------------	-----

1

Τα Θεμελιώδη Προβλήματα

1.1 Γενικά

Τα θεμελιώδη προβλήματα είναι ουσιαστικά ο θεμέλιος λίθος στην Τοπογραφία διότι με την εφαρμογή τους καθίσταται δυνατή η εύρεση των απαραίτητων στοιχείων (γωνίες, συντεταγμένες, αποστάσεις) για όλες τις εργασίες που ακολουθούν από τις πιο απλές ως και τις σύνθετες.

Για την εφαρμογή τους απαιτείται σε κάθε θεμελιώδες ξεχωριστά να είναι γνωστά ορισμένα αριθμητικά στοιχεία αφενός και αφετέρου να είναι σωστή η γεωμετρική σχέση μεταξύ των σημείων που συμμετέχουν. Στις επόμενες παραγράφους αναλύονται με λεπτομέρειες οι τύποι και δίνονται τα σχήματα που είναι απαραίτητα για την εύκολη αλλά συγχρόνως ουσιαστική κατανόηση αυτού του «χρυσού κλειδιού» της Τοπογραφίας.

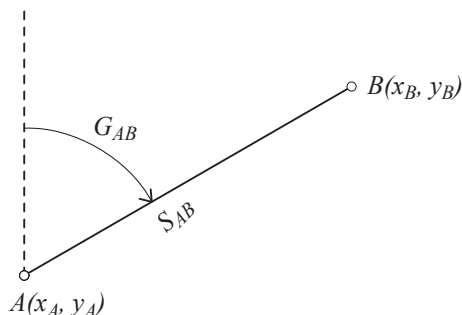
1.2 Α' Θεμελιώδες

Βρίσκονται οι συντεταγμένες ενός σημείου B όταν είναι γνωστές οι συντεταγμένες του σημείου A , η απόσταση S_{AB} και η γωνία διεύθυνσης G_{AB} .

Τύποι:

$$x_B = x_A + S_{AB} \cdot \sin G_{AB}$$

$$y_B = y_A + S_{AB} \cdot \sin G_{AB}$$



Σχ. 1.1: Α' θεμελιώδες

1.3 Β' Θεμελιώδεις

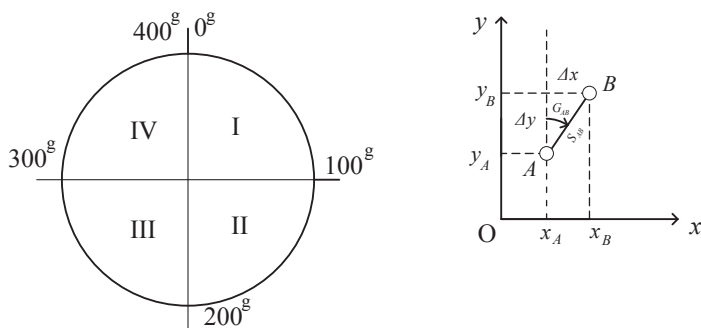
Προσδιορίζεται η γωνία διεύθυνσης G_{AB} όταν είναι γνωστές οι συντεταγμένες των σημείων A και B . Χρειάζεται προσοχή στα πρόσημα των $\Delta x, \Delta y$ καθώς βάση αυτών στη διερεύνηση που ακολουθεί βρίσκεται το τεταρτημόριο που είναι η γωνία διεύθυνσης.

Τύποι: $\tan G_{AB} = \frac{\Delta x}{\Delta y} = \frac{x_B - x_A}{y_B - y_A}$

Αναλόγως του πρόσημου των $\Delta x, \Delta y$ είναι διακριτές οι εξής περιπτώσεις (θεωρώντας: $\tan \alpha = \left| \frac{\Delta x}{\Delta y} \right|$)

- $\Delta x > 0, \Delta y > 0 \xrightarrow{I\tau\epsilon\tau} G_{AB} = \alpha$
- $\Delta x > 0, \Delta y < 0 \xrightarrow{II\tau\epsilon\tau} G_{AB} = 200^g - \alpha$
- $\Delta x < 0, \Delta y > 0 \xrightarrow{IV\tau\epsilon\tau} G_{AB} = 400^g - \alpha$
- $\Delta x < 0, \Delta y < 0 \xrightarrow{III\tau\epsilon\tau} G_{AB} = 200^g + \alpha$
- $\Delta x > 0, \Delta y = 0 \xrightarrow{\acute{\alpha}\zeta\omicron\nu\alpha\varsigma Ox} G_{AB} = 100^g$
- $\Delta x < 0, \Delta y = 0 \xrightarrow{\acute{\alpha}\zeta. Ox'} G_{AB} = 300^g$
- $\Delta x = 0, \Delta y > 0 \xrightarrow{\acute{\alpha}\zeta. Oy} G_{AB} = 0^g$
- $\Delta x = 0, \Delta y < 0 \xrightarrow{\acute{\alpha}\zeta. Oy'} G_{AB} = 200^g$

Με το Β' θεμελιώδεις υπολογίζεται επίσης και η απόσταση S_{AB} όταν είναι γνωστές οι συντεταγμένες των σημείων A και B .



Σχ. 1.2: Β' θεμελιώδεις

Τύπος: $S_{AB} = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$

Σημείωση: Ισχύουν οι σχέσεις :

$$\sin G_{AB} = \frac{\Delta x_{AB}}{S_{AB}} \Rightarrow S_{AB} = \frac{\Delta x_{AB}}{\sin G_{AB}}$$

$$\cos G_{AB} = \frac{\Delta y_{AB}}{S_{AB}} \Rightarrow S_{AB} = \frac{\Delta y_{AB}}{\cos G_{AB}}$$

1.4 Γ' Θεμελιώδες

Βρίσκεται η γωνία διεύθυνσης οποιασδήποτε πλευράς μιας τεθλασμένης γραμμής όταν είναι γνωστή η G_{01} και οι γωνίες θλάσης β_i .

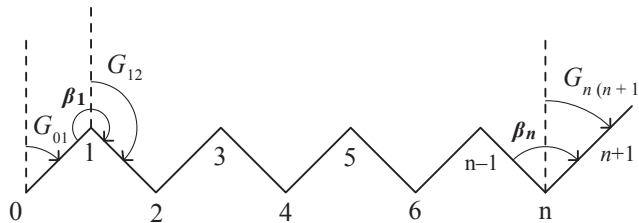
Τύπος: $G_{n(n+1)} = G_{01} + \sum_{i=1}^n \beta_i + n \cdot 200^\circ - \kappa \cdot 400, \quad (\kappa \in \mathbb{Z})$

Παραδείγματα εφαρμογής:

$$G_{12} = G_{01} + \beta_1 + 1 \cdot 200^\circ - \kappa \cdot 400$$

$$G_{23} = G_{01} + (\beta_1 + \beta_2) + 2 \cdot 200^\circ - \kappa \cdot 400$$

$$G_{23} = G_{12} + \beta_2 + 1 \cdot 200^\circ - \kappa \cdot 400$$



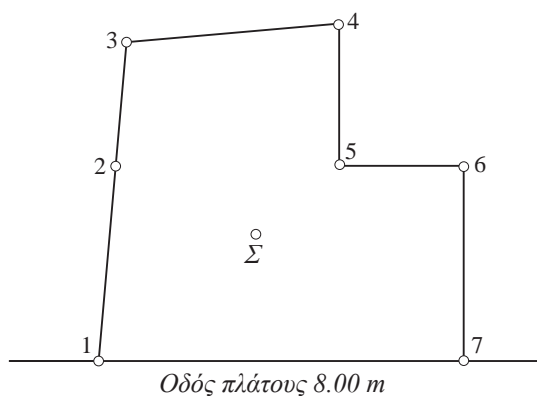
Σχ. 1.3: Γ' θεμελιώδες

Άσκηση 1

§1.2: Α' θεμελιώδες, §1.3: Β' θεμελιώδες, §1.4: Γ' θεμελιώδες, §5.12: Εμβαδά

Για την αποτύπωση γηπέδου χρησιμοποιήθηκε ταχύμετρο για τη μέτρηση οριζοντίων γωνιών από μία στάση Σ και μετροταινία για τη μέτρηση των αποστάσεων. Τα στοιχεία υπαίθρου δίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Σημείο	Ανάγνωση οριζόντιου κύκλου (grad)	Απόσταση
1	00.00	22.25
2	56.40	16.80
3	96.03	25.25
4	167.64	21.40
5	199.05	11.50
6	220.51	23.00
7	274.02	25.50



Οι μετρήσεις αποστάσεων που γίνονται είναι:

$$\begin{array}{l} S_{12}=17.45 \text{ m}, \quad S_{23}=15.20 \text{ m}, \quad S_{34}=25.10 \text{ m}, \quad S_{45}=12.50 \text{ m}, \\ S_{56}=12.75 \text{ m}, \quad S_{67}=19.95 \text{ m}, \quad S_{71}=39.95 \text{ m} \end{array}$$

Ζητούνται να προσδιοριστούν:

α) Οι ορθογώνιες συντεταγμένες των κορυφών του γηπέδου, αν θεωρηθεί ότι:

$$G_{\Sigma 1}=0^g, \quad x_{\Sigma}=y_{\Sigma}=0 \text{ m}$$

β) Το εμβαδόν του γηπέδου.

ΛΥΣΗ

α) Όπως είναι προφανές εφόσον ζητείται η εύρεση συντεταγμένων θα χρησιμοποιηθεί το Α' θεμελιώδες. Έτσι ισχύει:

Κορυφή 1

$$\left. \begin{array}{l} x_1 = x_{\Sigma} + S_{\Sigma 1} \cdot \sin G_{\Sigma 1} \\ y_1 = y_{\Sigma} + S_{\Sigma 1} \cdot \cos G_{\Sigma 1} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x_1 = 0 + 22.25 \cdot \sin 0^g \\ y_1 = 0 + 22.25 \cdot \cos 0^g \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} x_1 = 0 \text{ m} \\ y_1 = 22.25 \text{ m} \end{array}}$$

Κορυφή 2

$$\left. \begin{array}{l} G_{\Sigma 2} = G_{\Sigma 1} + \beta_1 = 0^g + \beta_1 \\ \beta_1 = Hz_2 - Hz_1 = 56^g.40 - 0^g.00 = 56^g.40 \end{array} \right\} \Rightarrow G_{\Sigma 2} = 56^g.40$$

$$\left. \begin{array}{l} x_2 = x_{\Sigma} + S_{\Sigma 2} \cdot \sin G_{\Sigma 2} \\ y_2 = y_{\Sigma} + S_{\Sigma 2} \cdot \cos G_{\Sigma 2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x_2 = 0 + 16.80 \cdot \sin 56^g.40 \\ y_2 = 0 + 16.80 \cdot \cos 56^g.40 \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} x_2 = 13.01 \text{ m} \\ y_2 = 10.63 \text{ m} \end{array}}$$

Κορυφή 3

$$\left. \begin{array}{l} G_{\Sigma 3} = G_{\Sigma 1} + \beta_2 = 0^g + \beta_2 \\ \beta_2 = Hz_3 - Hz_1 = 96^g.03 - 0^g.00 = 96^g.03 \end{array} \right\} \Rightarrow G_{\Sigma 3} = 96^g.03$$

$$\left. \begin{array}{l} x_3 = x_{\Sigma} + S_{\Sigma 3} \cdot \sin G_{\Sigma 3} \\ y_3 = y_{\Sigma} + S_{\Sigma 3} \cdot \cos G_{\Sigma 3} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x_3 = 0 + 25.25 \cdot \sin 96^g.03 \\ y_3 = 0 + 25.25 \cdot \cos 96^g.03 \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} x_3 = 25.20 \text{ m} \\ y_3 = 1.57 \text{ m} \end{array}}$$

Κορυφή 4

$$\left. \begin{array}{l} G_{\Sigma 4} = G_{\Sigma 1} + \beta_3 = 0^g + \beta_3 \\ \beta_3 = Hz_4 - Hz_1 = 167^g.64 - 0^g.00 = 167^g.64 \end{array} \right\} \Rightarrow G_{\Sigma 4} = 167^g.64$$

$$\left. \begin{array}{l} x_4 = x_{\Sigma} + S_{\Sigma 4} \cdot \sin G_{\Sigma 4} \\ y_4 = y_{\Sigma} + S_{\Sigma 4} \cdot \cos G_{\Sigma 4} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x_4 = 0 + 21.40 \cdot \sin 167^g.64 \\ y_4 = 0 + 21.40 \cdot \cos 167^g.64 \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} x_4 = 10.42 \text{ m} \\ y_4 = -18.69 \text{ m} \end{array}}$$

Κορυφή 5

$$\left. \begin{aligned} G_{\Sigma 5} &= G_{\Sigma 1} + \beta_4 = 0^\circ + \beta_4 \\ \beta_4 &= H_{Z_5} - H_{Z_1} = 199^\circ.05 - 0^\circ.00 = 199^\circ.05 \end{aligned} \right\} \Rightarrow G_{\Sigma 5} = 199^\circ.05$$

$$\left. \begin{aligned} x_5 &= x_\Sigma + S_{\Sigma 5} \cdot \sin G_{\Sigma 5} \\ y_5 &= y_\Sigma + S_{\Sigma 5} \cdot \cos G_{\Sigma 5} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} x_5 &= 0 + 11.50 \cdot \sin 199^\circ.05 \\ y_5 &= 0 + 11.50 \cdot \cos 199^\circ.05 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \boxed{\begin{aligned} x_5 &= 0.17 \text{ m} \\ y_5 &= -11.50 \text{ m} \end{aligned}}$$

Κορυφή 6

$$\left. \begin{aligned} G_{\Sigma 6} &= G_{\Sigma 1} + \beta_5 = 0^\circ + \beta_5 \\ \beta_5 &= H_{Z_6} - H_{Z_1} = 220^\circ.51 - 0^\circ.00 = 220^\circ.51 \end{aligned} \right\} \Rightarrow G_{\Sigma 6} = 220^\circ.51$$

$$\left. \begin{aligned} x_6 &= x_\Sigma + S_{\Sigma 6} \cdot \sin G_{\Sigma 6} \\ y_6 &= y_\Sigma + S_{\Sigma 6} \cdot \cos G_{\Sigma 6} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} x_6 &= 0 + 23.00 \cdot \sin 220^\circ.51 \\ y_6 &= 0 + 23.00 \cdot \cos 220^\circ.51 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \boxed{\begin{aligned} x_6 &= -7.28 \text{ m} \\ y_6 &= -21.82 \text{ m} \end{aligned}}$$

Κορυφή 7

$$\left. \begin{aligned} G_{\Sigma 7} &= G_{\Sigma 1} + \beta_6 = 0^\circ + \beta_6 \\ \beta_6 &= H_{Z_7} - H_{Z_1} = 274^\circ.02 - 0^\circ.00 = 274^\circ.02 \end{aligned} \right\} \Rightarrow G_{\Sigma 7} = 274^\circ.02$$

$$\left. \begin{aligned} x_7 &= x_\Sigma + S_{\Sigma 7} \cdot \sin G_{\Sigma 7} \\ y_7 &= y_\Sigma + S_{\Sigma 7} \cdot \cos G_{\Sigma 7} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} x_7 &= 0 + 25.50 \cdot \sin 274^\circ.02 \\ y_7 &= 0 + 25.50 \cdot \cos 274^\circ.02 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \boxed{\begin{aligned} x_7 &= -23.41 \text{ m} \\ y_7 &= -10.12 \text{ m} \end{aligned}}$$

β) Για τον υπολογισμό του εμβαδού του γηπέδου εφαρμόζουμε έναν από τους διαθέσιμους τύπους. Έτσι ισχύει:

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} \cdot \left[(y_1 + y_2)(x_2 - x_1) + (y_2 + y_3)(x_3 - x_2) + (y_3 + y_4)(x_4 - x_3) + (y_4 + y_5)(x_5 - x_4) + \right. \\ &\quad \left. + (y_5 + y_6)(x_6 - x_5) + (y_6 + y_7)(x_7 - x_6) + (y_7 + y_1)(x_1 - x_7) \right] \\ \Rightarrow E &= \frac{1}{2} \cdot \left[(32.88)(13.01) + (12.20)(12.19) + (-17.12)(-14.78) + (-30.19)(-10.25) + \right. \\ &\quad \left. + (-33.32)(-7.45) + (-31.94)(-16.13) + (12.13)(23.41) \right] \Rightarrow \\ \Rightarrow E &= \frac{1}{2} \cdot (2186.3574) \Rightarrow \boxed{E = 1093.18 \text{ m}^2} \end{aligned}$$