

Παναγιώτης Πρίνος

Καθηγητής Υδραυλικής Μηχανικής, Τμήμα Πολιτικών Μηχανικών Α.Π.Θ

# Μηχανική Ρευστών

Ασυμπίεστα Ρευστά  
θεωρία, ασκήσεις



Π. Πρίνος  
Μηχανική Ρευστών  
Ασυμπίεστα ρευστά - Θεωρία και ασκήσεις

ISBN 978-960-456-419-4

© Copyright 2014, Εκδόσεις ΖΗΤΗ, Π. Πρίνος

---

*Το παρόν έργο πνευματικής ιδιοκτησίας προστατεύεται κατά τις διατάξεις του ελληνικού νόμου (Ν.2121/1993 όπως έχει τροποποιηθεί και ισχύει σήμερα) και τις διεθνείς συμβάσεις περί πνευματικής ιδιοκτησίας. Απαγορεύεται απολύτως η άνευ γραπτής άδειας του εκδότη κατά οποιοδήποτε τρόπο ή μέσο αντιγραφή, φωτοανατύπωση και εν γένει αναπαραγωγή, εκμίσθωση ή δανεισμός, μετάφραση, διασκευή, αναμετάδοση στο κοινό σε οποιαδήποτε μορφή (ηλεκτρονική, μηχανική ή άλλη) και η εν γένει εκμετάλλευση του συνόλου ή μέρους του έργου.*

---

**Φωτοστοιχειοθεσία**  
**Εκτύπωση**  
**Βιβλιοδεσία**

**Π. ΖΗΤΗ & Σια ΟΕ**  
18ο χλμ Θεσ/νίκης-Περαίας  
Τ.Θ. 4171 • Περαία Θεσσαλονίκης • Τ.Κ. 570 19  
Τηλ.: 2392.072.222 - Fax: 2392.072.229 • e-mail: info@ziti.gr



**www.ziti.gr**

**ΒΙΒΛΙΟΠΩΛΕΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ - ΚΕΝΤΡΙΚΗ ΔΙΑΘΕΣΗ:**  
Αρμενοπούλου 27, 546 35 Θεσσαλονίκη  
Τηλ.: 2310.203.720, Fax: 2310.211.305 • e-mail: sales@ziti.gr

**ΒΙΒΛΙΟΠΩΛΕΙΟ ΑΘΗΝΩΝ - ΠΩΛΗΣΗ ΛΙΑΝΙΚΗ-ΧΟΝΔΡΙΚΗ:**  
Χαριλάου Τρικούπη 22, 106 79 Αθήνα  
Τηλ.-Fax: 210.3816.650 • e-mail: athina@ziti.gr

**ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟ ΒΙΒΛΙΟΠΩΛΕΙΟ:** www.ziti.gr

*Scientists discover the world that exists;  
engineers create the world that never was.*

Theodore Von Karman

(1881-1963, Ουγγροαμερικανός επιστήμονας)

## Πρόλογος

Το βιβλίο αυτό απευθύνεται στους φοιτητές/τριες των Τμημάτων Πολιτικών Μηχανικών αλλά και άλλων Τμημάτων Πολυτεχνικών Σχολών που διδάσκονται το μάθημα της Μηχανικής Ρευστών (3ο εξάμηνο), το οποίο παρέχει το βασικό θεωρητικό υπόβαθρο για τα περισσότερα εφαρμοσμένα μαθήματα κορμού (Υδραυλική, Υδρεύσεις, Αποχετεύσεις) που σχετίζονται με τα ρευστά, όσο και για τα μαθήματα της αντίστοιχης κατεύθυνσης (Υδραυλική/Τεχνική Περιβάλλοντος).

Η Μηχανική Ρευστών είναι ένα ευρύ θεωρητικό αντικείμενο με πολλές σημαντικές εφαρμογές. Τα περισσότερα προβλήματα απαιτούν όχι μόνο την θεωρητική γνώση του αντικειμένου αλλά και φυσική 'διαίσθηση', κατάλληλη αξιολόγηση και εμπειρία. Η σύνδεση μεταξύ της θεωρητικής γνώσης και της σωστής εφαρμογής αυτής της γνώσης αποτελεί τον κύριο στόχο του βιβλίου αυτού.

Το βιβλίο περιλαμβάνει όλα τα βασικά κεφάλαια για την κατανόηση των βασικών φυσικών εννοιών, την εφαρμογή των αρχών διατήρησης μάζας, ορμής και ενέργειας για την επίλυση πρακτικών προβλημάτων και την περιγραφή χαρακτηριστικών ροών (σε σωλήνες και γύρω από αντικείμενα). Έμφαση δίνεται στην κατανόηση των σχετικών φυσικών φαινομένων με την ελάχιστη αλλά απαραίτητη μαθηματική ανάλυση για την περιγραφή και εξήγηση των φυσικών νόμων. Σε κάθε κεφάλαιο υπάρχουν παραδείγματα τα οποία αποσκοπούν στην κατανόηση των βασικών εννοιών και φαινομένων, δίνοντας έμφαση στην μεθοδολογία αντιμετώπισης και επίλυσης προβλημάτων. Για τον ίδιο σκοπό στο τέλος των περισσότερων κεφαλαίων υπάρχουν λυμένες ασκήσεις. Στο τέλος κάθε κεφαλαίου περιλαμβάνονται ασκήσεις για λύση, συναφείς και σχετικές με το περιεχόμενο του, που θα βοηθήσουν σημαντικά τον φοιτητή στις εξετάσεις.

Στα τέσσερα πρώτα κεφάλαια αναλύονται μερικές από τις θεμελιώδεις έννοιες της κίνησης των ρευστών, όπως οι σημαντικές χαρακτηριστικές ιδιότητες των ρευστών, οι μεταβολές της πίεσης σε ακίνητο ή κινούμενο ρευστό, η κινηματική του ρευστού και μέθοδοι περιγραφής και ανάλυσης της ροής.

Στο Κεφάλαιο 3 παρουσιάζεται και αναλύεται η εξίσωση Bernoulli, με αρκετές πρακτικές εφαρμογές, έτσι ώστε ο φοιτητής να αντιληφθεί γρήγορα την αλληλεπίδραση μεταξύ της κίνησης του ρευστού και της μεταβολής της πίεσης σε ένα ροικό πεδίο. Στο Κεφάλαιο 4 περιλαμβάνονται τα σημαντικά στοιχεία της Κινηματικής του ρευστού με ανάλυση των μεθοδολογιών κατά Euler και Lagrange για την περιγραφή της ροής.

Στα Κεφάλαια 5 και 6 δίνεται έμφαση στην μαθηματική ανάλυση της ροής, στην εφαρμογή των βασικών αρχών διατήρησης μάζας, ορμής και ενέργειας στην μηχανική των ρευστών και στην επιλογή και χρήση πεπερασμένων η απειροστών όγκων ελέγχου για την επίλυση προβλημάτων. Το Κεφάλαιο 7 αναδεικνύει τα πλεονεκτήματα της χρήσης της διαστατικής ανάλυσης και προσομοίωσης για την επεξεργασία των αποτελεσμάτων, την εξαγωγή συμπερασμάτων και τον σχεδιασμό πειραμάτων με κατάλληλα εργαστηριακά μοντέλα (ομοιώματα).

Τέλος στα Κεφάλαια 8 και 9 αναλύονται πρακτικά θέματα σχετικά με εσωτερικές ροές (ροή σε σωλήνες) και εξωτερικές ροές (ροή οριακού στρώματος, ροή γύρω από αντικείμενα).

Για την ολοκλήρωση του βιβλίου συνέβαλαν αρκετοί, είτε άμεσα είτε έμμεσα, και ιδιαίτερα η κ. Ολυμπία Καζαντζόγλου με την συγγραφή των σημειώσεων που βασίστηκε το βιβλίο αυτό και ο εκδοτικός οίκος Ζήτη με τον άψογο σχεδιασμό των σχημάτων, την βιβλιοδέτηση και την εκτύπωση, τους οποίους και ευχαριστώ ολόθερμα.

Η διδασκαλία του μαθήματος για πολλά χρόνια στο ΑΠΘ, η δυσκολία κατανόησης αρκετών βασικών εννοιών και η σημαντική προσπάθεια που καταβάλλουν οι φοιτητές για την επιτυχή εξέταση τους στο μάθημα αποτελούν τους πιο σημαντικούς παράγοντες για την συγγραφή αυτού του βιβλίου.

Ελπίζω ότι οι φοιτητές που θα μελετήσουν το βιβλίο αυτό και θα προσπαθήσουν να λύσουν αντιπροσωπευτικές ασκήσεις από αυτές που προτείνονται στο τέλος κάθε κεφαλαίου θα αποκτήσουν μία σημαντική και χρήσιμη γνώση των βασικών αρχών της Μηχανικής Ρευστών.

Ο Συγγραφέας

Παναγιώτης Πρίνος

Καθηγητής Υδραυλικής Μηχανικής

# Περιεχόμενα

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

### *Εισαγωγή – Ιδιότητες ρευστών*

1.1	Εισαγωγή .....	3
1.2	Χαρακτηριστικά των ρευστών .....	4
1.3	Το ρευστό ως συνεχές μέσο (continuum) .....	8
1.4	Διαστάσεις και μονάδες .....	9
1.5	Μετρήσεις της μάζας και του βάρους .....	12
1.5.1	Πυκνότητα .....	12
1.5.2	Ειδικό βάρος .....	13
1.5.3	Ειδική βαρύτητα .....	14
1.6	Νόμος ιδανικών αερίων .....	14
1.7	Ιξώδες .....	15
1.8	Συμπιεστότητα Ρευστών .....	25
1.8.1	Μέτρο Ελαστικότητας .....	25
1.8.2	Συμπίεση και διαστολή των αερίων .....	27
1.8.3	Ταχύτητα του ήχου .....	28
1.9	Πίεση ατμού .....	29
1.10	Επιφανειακή τάση .....	30

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

### *Υδροστατική*

2.1	Πίεση σε ένα σημείο .....	41
2.2	Βασική εξίσωση για το πεδίο πίεσης .....	43
2.3	Μεταβολή της πίεσης σε ένα ακίνητο ρευστό .....	45
2.3.1	Ασυμπίεστο ρευστό .....	46
2.3.2	Συμπιεστό ρευστό .....	49



2.4	Ατμοσφαιρική πίεση .....	50
2.5	Μέτρηση της πίεσης .....	53
2.6	Μανόμετρα .....	56
2.6.1	Πιεζομετρικός σωλήνας .....	56
2.6.2	Μανόμετρο τύπου U .....	57
2.6.3	Κεκλιμένο μανόμετρο .....	61
2.7	Μηχανικά και ηλεκτρονικά όργανα μέτρησης της πίεσης .....	63
2.8	Υδροστατική δύναμη σε επίπεδη επιφάνεια .....	66
2.9	Πρίσμα πίεσης .....	74
2.10	Υδροστατική δύναμη σε καμπύλη επιφάνεια .....	80
2.11	Υδροστατική δύναμη σε ρευστά με στρωμάτωση .....	83
2.12	Άνωση, επίπλευση και ευστάθεια .....	88
2.12.1	Η αρχή του Αρχιμήδη .....	88
2.12.2	Ευστάθεια .....	92
2.13	Μεταβολή πίεσης σε ρευστό με κίνηση στερεού σώματος .....	94
2.13.1	Γραμμική κίνηση .....	95
2.13.2	Περιστροφή στερεού σώματος .....	97
	Λυμένες ασκήσεις .....	101
	Ασκήσεις για λύση .....	104

### ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

#### **Στοιχειώδης Δυναμική των Ρευστών – Η εξίσωση Bernoulli**

3.1	Δεύτερος νόμος του Νεύτωνα .....	117
3.2	$F = ma$ κατά μήκος μιας ροϊκής γραμμής .....	121
3.3	$F = ma$ κάθετα σε μια ροϊκή γραμμή .....	127
3.4	Φυσική ερμηνεία .....	131
3.5	Στατική, δυναμική, ολική πίεση και πίεση ανακοπής .....	136
3.6	Παραδείγματα εφαρμογής της εξίσωσης Bernoulli .....	142
3.6.1	Ελεύθερες φλέβες .....	142
3.6.2	Εσωτερικές ροές .....	145
3.6.3	Μέτρηση παροχής .....	154
3.7	Γραμμή Ενέργειας και Πιεζομετρική Γραμμή .....	160
3.8	Περιορισμοί στη χρήση της εξίσωσης Bernoulli .....	164
3.8.1	Επιδράσεις συμπίεστικότητας .....	164
3.8.2	Μη μόνιμες επιδράσεις .....	168

3.8.3	Επιδράσεις περιστροφής .....	172
	Λυμένες ασκήσεις .....	174
	Ασκήσεις για λύση .....	177

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

	183
--	-----

### *Κινηματική του ρευστού*

4.1	Το πεδίο ταχύτητας .....	185
4.1.1	Eulerian και Lagrangian περιγραφή της ροής .....	188
4.1.2	Μονοδιάστατες, διδιάστατες και τριδιάστατες ροές .....	190
4.1.3	Μόνιμη και μη μόνιμη ροή .....	191
4.1.4	Ροϊκές γραμμές (streamlines), ακολουθίες (streaklines) και τροχιές (Pathlines) .....	192
4.2	Το πεδίο επιτάχυνσης .....	196
4.2.1	Η υλική παράγωγος .....	197
4.2.2	Μη μόνιμες επιδράσεις .....	201
4.2.3	Επιδράσεις συναγωγής .....	202
4.2.4	Συντεταγμένες κατά μήκος και κάθετα σε ροϊκές γραμμές .....	204
4.3	Κινηματική στοιχειώδους σωματιδίου .....	207
4.3.1	Γραμμική κίνηση και παραμόρφωση .....	208
4.3.2	Γωνιακή κίνηση και παραμόρφωση .....	210
4.4	Σύστημα και όγκος ελέγχου .....	214
4.5	Το θεώρημα μεταφοράς Reynolds .....	217
4.5.1	Εξαγωγή του θεωρήματος μεταφοράς Reynolds .....	219
4.5.2	Φυσική ερμηνεία .....	228
4.5.3	Σχέση με την υλική παράγωγο .....	229
4.5.4	Μόνιμες επιδράσεις .....	230
4.5.5	Μη μόνιμες επιδράσεις .....	231
4.5.6	Κινούμενος όγκος ελέγχου .....	233
4.5.7	Η επιλογή ενός όγκου ελέγχου .....	236
	Ασκήσεις για λύση .....	238

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

	247
--	-----

### *Ανάλυση της ροής σε όγκο ελέγχου*

5.1	Διατήρηση της μάζας – Εξίσωση συνεχείας .....	249
5.1.1	Εξαγωγή της εξίσωσης συνέχειας .....	249



5.1.2	Σταθερός, αμετάβλητος όγκος ελέγχου .....	253
5.1.3	Κινούμενος, αμετάβλητος όγκος ελέγχου .....	258
5.1.4	Μεταβαλλόμενος όγκος ελέγχου .....	261
5.2	Ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα	
	– Η γραμμική ορμή και η εξίσωση της ροπής της ορμής (στροφορμής) .....	263
5.2.1	Εξαγωγή της εξίσωσης της γραμμικής ορμής .....	263
5.2.2	Εφαρμογή της εξίσωσης γραμμικής ορμής .....	265
5.2.3	Η εξίσωση της στροφορμής .....	280
5.2.4	Η εφαρμογή της εξίσωσης της στροφορμής .....	282
5.3	Πρώτος νόμος της θερμοδυναμικής – Η εξίσωση ενέργειας .....	289
5.3.1	Εξαγωγή της εξίσωσης ενέργειας .....	289
5.3.2	Η εφαρμογή της εξίσωσης ενέργειας .....	294
5.3.3	Εξίσωση ενέργειας και εξίσωση Bernoulli .....	298
5.3.4	Η εφαρμογή της εξίσωσης ενέργειας σε ανομοιόμορφη ροή .....	303
5.4	Δεύτερος νόμος της θερμοδυναμικής .....	306
5.4.1	Η εξίσωση ενέργειας σε ημι-απειροστό όγκο ελέγχου .....	306
5.4.2	Ο δεύτερος νόμος της θερμοδυναμικής σε ημι-απειροστό όγκο ελέγχου .....	307
5.4.3	Συνδυασμός των εξισώσεων του 1ου και του 2ου νόμου της θερμοδυναμικής .....	309
5.4.4	Εφαρμογή της εξίσωσης ενέργειας με απώλειες .....	310
	Λυμένες ασκήσεις .....	312
	Ασκήσεις για λύση .....	320

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

	<b>Διαφορική ανάλυση της ροής – Εξισώσεις Navier-Stokes</b>	333
6.1	Διατήρηση της μάζας .....	335
6.1.1	Διαφορική μορφή της εξίσωσης συνέχειας .....	336
6.1.2	Κυλινδρικές πολικές συντεταγμένες .....	339
6.1.3	Η ροϊκή συνάρτηση .....	340
6.2	Διατήρηση της γραμμικής ορμής .....	344
6.2.1	Δυνάμεις σε απειροστό στοιχείο .....	345
6.2.2	Εξισώσεις της κίνησης .....	348
6.3	Μη συνεκτική ροή .....	349
6.3.1	Εξισώσεις Euler .....	349
6.3.2	Αστρόβιλη ροή .....	350

6.3.3	Δυναμικό της ταχύτητας .....	353
6.4	Συνεκτική ροή .....	356
6.4.1	Σχέσεις τάσεων-παραμορφώσεων .....	356
6.4.2	Οι εξισώσεις Navier–Stokes .....	357
6.5	Αναλυτικές λύσεις για συνεκτικά, ασυμπίεστα ρευστά .....	359
6.5.1	Μόνιμη, στρωτή ροή μεταξύ σταθερών, παράλληλων πλακών .....	359
6.5.2	Ροή Couette .....	362
6.5.3	Μόνιμη, στρωτή ροή σε σωλήνα .....	364
6.5.4	Μόνιμη, στρωτή ροή σε δακτύλιο .....	367
6.6	Βασικές ροές ιδεατών ρευστών .....	371
6.6.1	Ομοιόμορφη ροή .....	373
6.6.2	Πηγή και καταβόθρα .....	374
6.6.3	Στρόβιλος (Vortex) .....	376
6.6.4	Δίπολο (Doublet) .....	381
6.7	Επαλληλία βασικών, επίπεδων δυναμικών ροών .....	384
6.7.1	Πηγή σε ένα ομοιόμορφο ροϊκό πεδίο – Μισό σώμα (Half–Body) .....	384
6.7.2	Rankine οβάλ .....	388
6.7.3	Ροή γύρω από κυκλικό κύλινδρο .....	391
	Λυμένες ασκήσεις .....	399
	Ασκήσεις για λύση .....	405

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

		417
<b>Διαστατική ανάλυση, ομοιότητα και μοντελοποίηση</b>		
7.1	Διαστατική ανάλυση .....	419
7.2	Θεώρημα Π του Buckingham .....	423
7.3	Προσδιορισμός των Π όρων .....	424
7.4	Χαρακτηριστικά διαστατικής ανάλυσης .....	434
7.4.1	Επιλογή των μεταβλητών .....	434
	(1) Γεωμετρία .....	435
	(2) Ιδιότητες υλικού .....	435
	(3) Εξωτερικές επιδράσεις .....	435
7.4.2	Προσδιορισμός των διαστάσεων αναφοράς .....	437
7.4.3	Μοναδικότητα των Π όρων .....	437
7.5	Προσδιορισμός των Π όρων με επιθεώρηση .....	439
7.6	Χαρακτηριστικοί αδιάστατοι αριθμοί .....	441
7.7	Συσχέτιση των πειραματικών δεδομένων .....	448

7.7.1	Προβλήματα με έναν Π όρο .....	448
7.7.2	Προβλήματα με δύο ή περισσότερους Π όρους .....	450
7.8	Ομοιότητα και μοντελοποίηση .....	454
7.8.1	Θεωρία μοντέλων .....	455
7.8.2	Κλίμακες μοντέλου .....	460
7.8.3	Πρακτικά θέματα της χρήσης μοντέλων .....	461
7.9	Χαρακτηριστικές μελέτες μοντέλων .....	464
7.9.1	Ροή σε κλειστούς αγωγούς .....	464
7.9.2	Ροή γύρω από βυθισμένα σώματα .....	468
7.9.3	Ροή με ελεύθερη επιφάνεια .....	473
	Λυμένες ασκήσεις .....	479
	Ασκήσεις για λύση .....	488

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8

495

### *Στρωτή και τυρβώδης ροή σε σωλήνες*

8.1	Χαρακτηριστικά στρωτής και τυρβώδους ροής .....	498
8.1.1	Στρωτή ή τυρβώδης ροή .....	498
8.1.2	Περιοχή εισόδου και πλήρως αναπτυγμένη ροή .....	500
8.1.3	Πίεση και διατμητική τάση .....	502
8.2	Στρωτή ροή σε σωλήνες .....	504
8.2.1	Εφαρμογή του 2ου νόμου του Νεύτωνα σε ένα στοιχείο του ρευστού ....	504
8.2.2	Από τις εξισώσεις Navier-Stokes .....	512
8.2.3	Από διαστατική ανάλυση .....	514
8.2.4	Εξίσωση ενέργειας .....	516
8.3	Πλήρως αναπτυγμένη τυρβώδης ροή .....	517
8.3.1	Μετάβαση από στρωτή σε τυρβώδη ροή .....	518
8.3.2	Τυρβώδεις διατμητικές τάσεις .....	520
8.3.3	Προσομοίωση των τυρβωδών τάσεων – Μοντέλα τύρβης .....	528
8.3.4	Προφίλ ταχύτητας σε λεία και τραχεία τυρβώδη ροή .....	532
8.4	Διαστατική ανάλυση της ροής σε σωλήνα .....	539
8.4.1	Το διάγραμμα Moody .....	540
8.4.2	Τοπικές απώλειες .....	550
	Ασκήσεις για λύση .....	564

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9**

573

**Εξωτερικές ροές – Οριακή στοιβάδα**

9.1	Γενικά χαρακτηριστικά των εξωτερικών ροών .....	576
9.1.1	Οι έννοιες της αντίστασης (οπισθέλκουσας-Drag) και της άντωσης (Lift) .....	578
9.1.2	Χαρακτηριστικά της ροής γύρω από ένα αντικείμενο .....	583
9.2	Χαρακτηριστικά του οριακού στρώματος .....	590
9.2.1	Δομή και πάχος οριακού στρώματος σε επίπεδη πλάκα .....	590
9.2.2	Επίλυση οριακού στρώματος κατά Prandtl / Blasius .....	597
9.2.3	Ολοκληρωματική εξίσωση ορμής για οριακό στρώμα σε επίπεδη πλάκα .....	603
9.2.4	Η μετάβαση από στρωτή σε τυρβώδη ροή .....	611
9.2.5	Τυρβώδες οριακό στρώμα .....	614
9.2.6	Επιδράσεις κλίσης πίεσης .....	619
9.2.7	Ολοκληρωματική εξίσωση ορμής για οριακό στρώμα με μη μηδενική κλίση πίεσης .....	627
9.3	Οπισθέλκουσα (αντίσταση) (Drag) .....	629
9.3.1	Οπισθέλκουσα (αντίσταση) λόγω τριβής .....	630
9.3.2	Οπισθέλκουσα (αντίσταση) λόγω πίεσης .....	633
9.3.3	Δεδομένα συντελεστή οπισθέλκουσας και παραδείγματα .....	636
	Επίδραση του Σχήματος .....	637
	Επίδραση του αριθμού Reynolds .....	638
	Επίδραση της συμπίεσότητας .....	644
	Επίδραση της τραχύτητας της επιφάνειας .....	646
	Επίδραση του αριθμού Froude .....	649
	Οπισθέλκουσα σύνθετου σώματος .....	651
9.4	Άντωση (Δυναμική άνωση, Lift) .....	657
9.4.1	Κατανομή της επιφανειακής πίεσης .....	657
	Λυμένες ασκήσεις .....	666
	Ασκήσεις για λύση .....	671

<b>Βιβλιογραφία .....</b>	<b>679</b>
---------------------------	------------

<b>Ευρετήριο όρων .....</b>	<b>685</b>
-----------------------------	------------

# Κεφάλαιο 1

## Εισαγωγή – Ιδιότητες ρευστών



## 1.1 Εισαγωγή

Η μηχανική των ρευστών είναι η μελέτη των ρευστών είτε αυτά είναι σε κίνηση (δυναμική των ρευστών) ή σε κατάσταση ηρεμίας (στατική των ρευστών) και οι επακόλουθες αλληλεπιδράσεις του ρευστού με διάφορα όρια, τα οποία μπορεί να είναι είτε στερεές επιφάνειες είτε διεπιφάνειες με άλλα ρευστά. Και τα αέρια και τα υγρά έχουν ταξινομηθεί ως ρευστά, και ο αριθμός των ρευστο-μηχανικών εφαρμογών είναι τεράστιος. Στην επιστήμη του πολιτικού μηχανικού οι τεχνολογικές εφαρμογές που σχετίζονται με το νερό (Σωλήνες και Κανάλια μεταφοράς νερού, Δίκτυα ύδρευσης, αποχέτευσης και άρδευσης, Έργα αντιπλημμυρικής προστασίας, Φράγματα, Υδροηλεκτρικά έργα μεταξύ άλλων) βασίζονται στις αρχές διατήρησης της μάζας, ορμής και ενέργειας και στην σωστή εφαρμογή τους.

Η ροή των ρευστών είναι ένας κλάδος της μηχανικής που ικανοποιεί μια σειρά από καλά τεκμηριωμένους βασικούς νόμους της φυσικής, και έτσι υπάρχει και είναι διαθέσιμο ένα σημαντικό θεωρητικό υπόβαθρο για την αντιμετώπιση και λύση πολλών πρακτικών προβλημάτων. Ωστόσο, η θεωρία είναι συχνά ανεπαρκής, διότι εφαρμόζεται κυρίως σε ιδανικές καταστάσεις που μπορεί να μην προσεγγίζουν ικανοποιητικά την πράξη και οι παραδοχές που θεωρούνται να μην ισχύουν. Τα δύο μεγαλύτερα εμπόδια για μια λειτουργική θεωρία είναι η γεωμετρία και το ιξώδες. Οι βασικές εξισώσεις της κίνησης του ρευστού (Κεφάλαιο 6) είναι πολύ δύσκολο να επιλυθούν (αναλυτικά ή αριθμητικά) σε πεδία σύνθετης και πολύπλοκης γεωμετρίας. Έτσι, τα περισσότερα βιβλία επικεντρώνονται σε επίπεδες πλάκες, σωλήνες και άλλα απλά γεωμετρικά πεδία. Με την ανάπτυξη των υπολογιστών είναι δυνατόν να εφαρμοστούν αριθμητικές τεχνικές για πολύπλοκες γεωμετρίες, και τα τελευταία χρόνια η υπολογιστική ρευστοδυναμική και οι μέθοδοι που εφαρμόζονται (πεπερασμένες διαφορές, πεπερασμένα στοιχεία, πεπερασμένοι όγκοι) για την μετατροπή των βασικών διαφορικών εξισώσεων σε αλγεβρικές έχουν αναπτυχθεί σημαντικά και έχουν δώσει λύσεις σε αρκετά σύνθετα προβλήματα.

Το δεύτερο εμπόδιο σε μια εφαρμόσιμη θεωρία είναι η δράση του ιξώδους, η οποία μπορεί να αγνοηθεί μόνο σε ορισμένες ιδανικές ροές (Κεφάλαιο 3). Το ιξώδες αυξάνει τη δυσκολία των βασικών εξισώσεων, αν και η προσέγγιση του οριακού στρώματος που βρέθηκε από τον L. Prandtl το 1904 (Κεφάλαιο 9) έχει απλοποιήσει σε μεγάλο βαθμό την ανάλυση της συνεκτικής ροής. Επίσης, το ιξώδες έχει αποσταθεροποιητικές επιπτώσεις σε όλα τα ρευστά, προκαλώντας, ακόμα και για μικρές ταχύτητες, ένα άτακτο τυχαίο φαινόμενο που ονομάζεται τύρ-

βη. Η θεωρία της τυρβώδους ροής είναι αρκετά γενική και σε μεγάλο βαθμό υποστηρίζεται από πειράματα, αν και τα τελευταία χρόνια έχουν αναπτυχθεί αριθμητικά μοντέλα τύρβης και τεχνικές προσομοίωσης των μεγάλων δινών που συνεισφέρουν σημαντικά στην επίλυση σημαντικών εφαρμογών (Κεφάλαιο 8).

Έτσι, υπάρχει η θεωρία που χρησιμοποιείται για τα προβλήματα της ροής των ρευστών, αλλά σε όλες τις περιπτώσεις θα πρέπει να υποστηρίζεται από το πείραμα. Συχνά, τα πειραματικά δεδομένα παρέχουν την κύρια πηγή πληροφοριών σχετικά με συγκεκριμένες ροές, όπως η αντίσταση (οπισθέλκουσα) και η άντωση (δυναμική άνωση) αντικειμένων (σωμάτων) βυθισμένων στο ρευστό (Κεφάλαιο 9). Στην μηχανική των ρευστών υπάρχουν εξαιρετικά όργανα μέτρησης των βασικών χαρακτηριστικών της ροής (πίεση, ταχύτητα, παροχή κλπ) και η χρήση της διαστατικής ανάλυσης και της προσομοίωσης (μοντελοποίησης) (Κεφάλαιο 7) είναι αρκετά διαδεδομένη. Έτσι το πείραμα (στο εργαστήριο ή στο πεδίο) παρέχει ένα φυσικό και εύκολο συμπλήρωμα της θεωρίας.

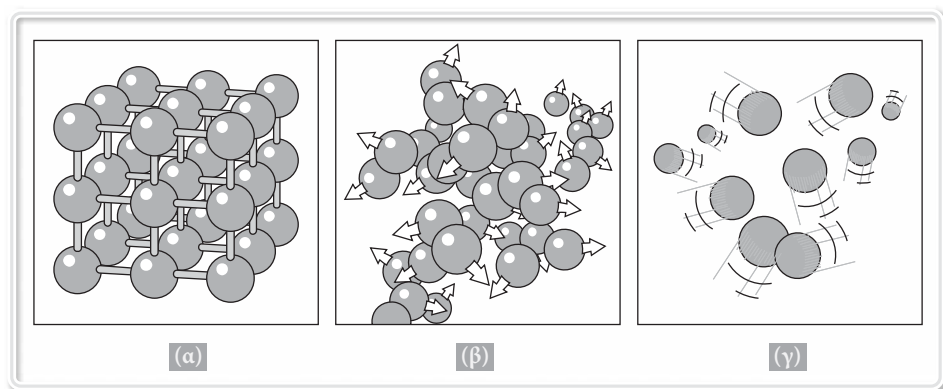
## 1.2 Χαρακτηριστικά των ρευστών

Από την άποψη της μηχανικής των ρευστών, η ύλη αποτελείται από ρευστά και στερεά. Η διαφορά μεταξύ των δύο είναι απόλυτα προφανής με μία απλή παρατήρηση, αλλά, από επιστημονική ή τεχνολογική άποψη θα πρέπει η διαφορά αυτή να διατυπωθεί ειδικότερα. Οι διαφορές μεταξύ στερεών και ρευστών μπορούν να εξηγηθούν ποιοτικά με βάση την μοριακή δομή τους και με βάση την συμπεριφορά τους στην δράση εξωτερικών δυνάμεων.

Τα μόρια σε ένα στερεό είναι διατεταγμένα σε ένα μοτίβο που επαναλαμβάνεται σε όλο το στερεό. Λόγω των μικρών αποστάσεων μεταξύ των μορίων σε ένα στερεό, οι ελκτικές δυνάμεις μεταξύ των μορίων είναι μεγάλες και διατηρούν τα μόρια σε σταθερές θέσεις (Σχήμα 1.1).

Η μοριακή απόσταση στην υγρή φάση δεν είναι πολύ διαφορετική από εκείνη της στερεάς φάσης, εκτός από το ότι τα μόρια δεν είναι πλέον σε σταθερές θέσεις μεταξύ τους και μπορούν να περιστρέφονται και να μετακινούνται ελεύθερα. Σε ένα υγρό, οι διαμοριακές δυνάμεις είναι ασθενέστερες σε σχέση με τα στερεά, αλλά πιο ισχυρές σε σύγκριση με τα αέρια. Στην αέρια φάση, η απόσταση μεταξύ των μορίων είναι πολύ μεγάλη και δεν υπάρχει ένα καθορισμένο μοτίβο. Τα μόρια του αερίου κινούνται τυχαία, συγκρούονται συνεχώς μεταξύ τους όπως επίσης και στα τοιχώματα του δοχείου στο οποίο περιέχονται. Ιδιαίτερα σε χαμηλές



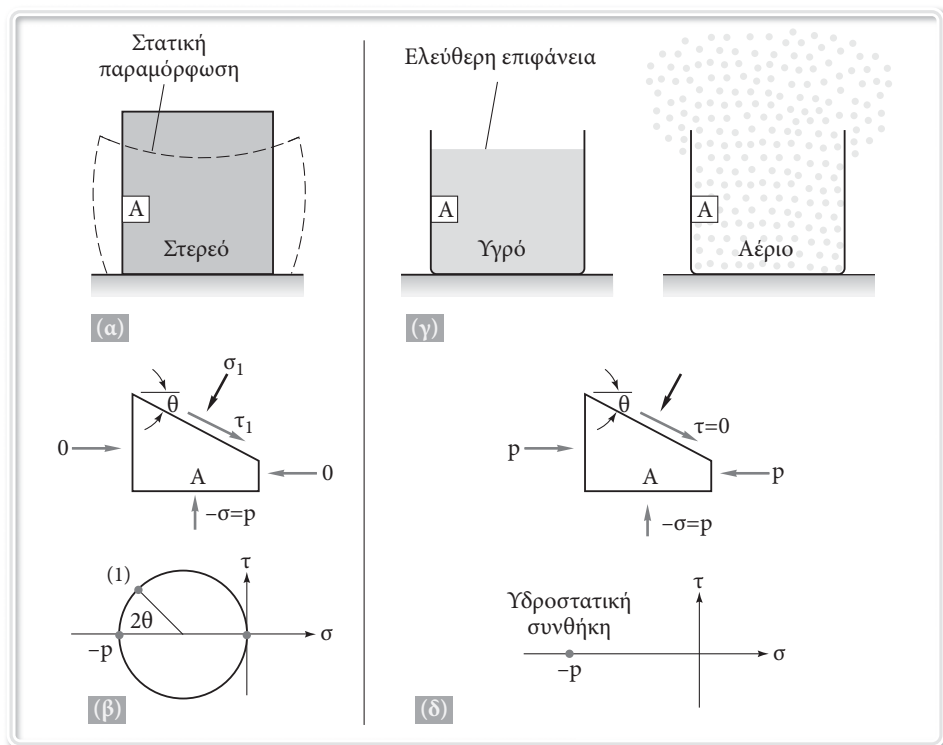


**Σχήμα 1.1.** Η διάταξη των μορίων σε στερεό, υγρό και αέριο (α) μόρια σε σχετικά σταθερές θέσεις σε στερεό, (β) κίνηση μορίων σε υγρά, (γ) κίνηση μορίων σε αέρια.

πυκνότητες, οι διαμοριακές δυνάμεις είναι πολύ μικρές και οι συγκρούσεις είναι ο μόνος τρόπος αλληλεπίδρασης μεταξύ των μορίων. Τα μόρια σε αέρια φάση βρίσκονται σε σημαντικά υψηλότερο επίπεδο ενέργειας από ό,τι είναι σε υγρή ή στερεή φάση. Ως εκ τούτου, το αέριο πρέπει να απελευθερώσει ένα μεγάλο ποσό της ενέργειας του πριν να συμπυκνωθεί ή να ψυχθεί.

Η τεχνική διάκριση έγκειται στην αντίδραση των δύο σε μία εφαρμοζόμενη διατμητική ή εφαπτομενική τάση (δύναμη ανά εμβαδό επιφάνειας). **Ένα στερεό μπορεί να αντισταθεί σε μια διατμητική τάση με μία στατική παραμόρφωση ενώ ένα ρευστό δεν μπορεί.** Η εφαρμογή μιας διατμητικής τάσης σε ένα ρευστό, όσο μικρή και αν είναι, θα έχει ως αποτέλεσμα την κίνηση του ρευστού. Το ρευστό κινείται και παραμορφώνεται συνεχώς για όσο διάστημα εφαρμόζεται η διατμητική τάση. Ως επιστέγασμα, μπορούμε να πούμε ότι ένα ρευστό σε ηρεμία είναι σε κατάσταση μηδενικής διατμητικής τάσης. Με βάση τον παραπάνω ορισμό για το ρευστό, υπάρχουν δύο κατηγορίες ρευστών, τα υγρά και τα αέρια. Και πάλι η διάκριση είναι τεχνικής φύσεως σχετική με την επίδραση των συνεκτικών δυνάμεων. Ένα υγρό, που αποτελείται από μόρια σε μικρή απόσταση μεταξύ τους, με ισχυρές δυνάμεις συνοχής, τείνει να διατηρήσει τον όγκο του και θα σχηματίσει μία ελεύθερη επιφάνεια σε ένα βαρυτικό πεδίο, αν είναι ελεύθερο από πάνω. Οι ροές με ελεύθερη επιφάνεια κυριαρχούνται από τις επιδράσεις της βαρύτητας. Δεδομένου ότι τα μόρια του αερίου είναι σε μεγάλη απόσταση με αμελητέες συνεκτικές δυνάμεις, ένα αέριο είναι ελεύθερο να επεκταθεί μέχρι να συναντήσει στερεά τοιχώματα. Ένα αέριο δεν έχει καθορισμένο όγκο και όταν δεν περιορίζεται, σχηματίζει μια ατμόσφαιρα η οποία είναι ουσιαστικά υδροστατική. Η υδροστατική συμπεριφορά των υγρών και των αερίων αναλύεται στο Κεφάλαιο 2.

Το Σχήμα 1.2α απεικονίζει ένα στερεό μπλοκ σε μία άκαμπτη επιφάνεια. Το στερεό υπόκειται σε μία στατική παραμόρφωση λόγω του βάρους του, που φαίνεται στο σχήμα με διακεκομμένη γραμμή (αρκετά παραμορφωμένη για λόγους ευκρίνειας), χωρίς να ρέει. Το διάγραμμα ελευθέρου σώματος για το στοιχείο A στην πλευρά του μπλοκ δείχνει ότι υπάρχει διάτμηση στο μπλοκ κατά μήκος ενός επιπέδου σε γωνία  $\theta$  μέσω του A. Δεδομένου ότι οι πλευρές του μπλοκ δεν υποστηρίζονται, το στοιχείο A έχει μηδενική τάση στην αριστερή και δεξιά πλευρά και ορθή τάση (τάση συμπίεσης)  $\sigma = -p$  στη πάνω και κάτω πλευρά. Ο κύκλος του Mohr δεν μειώνεται σε ένα σημείο, και υπάρχει μη μηδενική διατμητική τάση στο μπλοκ.



Σχήμα 1.2. (α) Στατική Παραμόρφωση στερεού, ισορροπία και κύκλος του Mohr για στερεό στοιχείο A, (β) Υγρό και αέριο, ισορροπία και κύκλος του Mohr για ρευστό στοιχείο A.

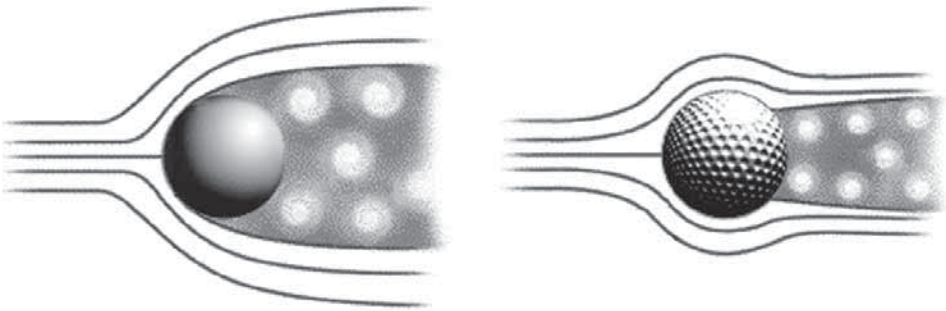
Σε αντίθεση, το υγρό και το αέριο σε κατάσταση ηρεμίας (Σχήμα 1.2γ) χρειάζονται τοιχώματα για την εξάλειψη της διατμητικής τάσης. Τα τοιχώματα ασκούν μια τάση συμπίεσης  $\sigma = -p$  και μειώνουν τον κύκλο του Mohr σε ένα σημείο με

μηδενική διάτμηση παντού, δηλαδή, υδροστατική κατάσταση. Το υγρό διατηρεί τον όγκο του και σχηματίζει μία ελεύθερη επιφάνεια στο δοχείο. Εάν αφαιρεθούν τα τοιχώματα, αναπτύσσεται διάτμηση στο υγρό με αποτέλεσμα την κίνηση του υγρού. Εάν το δοχείο είναι κεκλιμένο, και πάλι αναπτύσσεται διάτμηση, σχηματίζονται κυματισμοί και η ελεύθερη επιφάνεια τείνει να γίνει οριζόντια. Το αέριο δεν συγκρατείται και επεκτείνεται έξω από το δοχείο, γεμίζοντας όλο το διαθέσιμο χώρο. Το στοιχείο Α στο αέριο είναι επίσης υδροστατικό και ασκεί μια τάση συμπίεσης  $\sigma = -p$  στα τοιχώματα.

Στην παραπάνω ανάλυση, υπάρχουν σαφείς διαφοροποιήσεις σχετικές με τα στερεά, υγρά και αέρια. Στα περισσότερα προβλήματα μηχανικής ρευστών ασχολούμαστε με κοινά υγρά, όπως το νερό, το πετρέλαιο, ο υδράργυρος, η βενζίνη, και με κοινά αέρια, όπως ο αέρας, το ήλιο, το υδρογόνο και ο ατμός, σε συνθήκες τυπικών θερμοκρασιών και πιέσεων. Ωστόσο, υπάρχουν πολλές οριακές περιπτώσεις τις οποίες θα πρέπει να γνωρίζουμε. Ορισμένες φαινομενικά «στερεές» ουσίες, όπως η άσφαλτος, ασκούν αντίσταση στις διατμητικές τάσεις για μικρό χρονικό διάστημα, αλλά στην πραγματικότητα παραμορφώνονται αργά και παρουσιάζουν σαφή ρευστή συμπεριφορά για μεγάλες χρονικές περιόδους. Άλλες ουσίες, κυρίως κολλοειδή και κονιάματα, αντιστέκονται σε μικρές διατμητικές τάσεις, αλλά 'υποχωρούν' σε μεγάλες τάσεις και αρχίζουν να ρέουν όπως και τα υγρά. Η μελέτη της γενικότερης παραμόρφωσης και της ροής, είναι ένα εξειδικευμένο πεδίο που ονομάζεται **ρεολογία**. Επίσης, τα υγρά και τα αέρια μπορούν να συνυπάρξουν σε μίγματα δύο φάσεων, όπως μίγματα ατμού-νερού ή νερό με παγιδευμένες φυσαλίδες αέρα. Η ανάλυση των λεγόμενων **διφασικών ροών** αποτελεί και αυτό ένα εξειδικευμένο αντικείμενο με πολλές εφαρμογές. Τέλος, υπάρχουν περιπτώσεις όπου η διάκριση μεταξύ υγρού και αέριου δεν είναι εύκολη. Αυτό συμβαίνει σε θερμοκρασίες και πιέσεις πάνω από το λεγόμενο **κρίσιμο σημείο** μιας ουσίας, όπου υπάρχει μόνο μια ενιαία φάση. Καθώς η πίεση αυξάνεται κατά πολύ πάνω από το κρίσιμο σημείο, το στοιχείο, φαινομενικά αέριο, γίνεται τόσο πυκνό έτσι ώστε να υπάρχει κάποια ομοιότητα με υγρό και οι συνήθεις θερμοδυναμικές προσεγγίσεις όπως ο νόμος του τέλει αέριου καθίστανται ανακριβείς. Η κρίσιμη θερμοκρασία και η πίεση του νερού είναι  $T_{κρ} = 647 \text{ K}$  και  $p_{κρ} = 219 \text{ atm}$  ( $1 \text{ atm} = 101300 \text{ N/m}^2$ ), και επομένως τυπικά προβλήματα που αφορούν το νερό και τον ατμό είναι κάτω από το κρίσιμο σημείο. Ο αέρας, που είναι ένα μίγμα αερίων, δεν έχει κάποιο διακριτό κρίσιμο σημείο, αλλά η κύρια συνιστώσα του, το άζωτο, έχει  $T_{κρ} = 126 \text{ K}$  και  $p_{κρ} = 34 \text{ atm}$ . Έτσι, τυπικά προβλήματα που αφορούν τον αέρα είναι στην περιοχή της υψηλής θερμοκρασίας και χαμηλής πίεσης όπου ο αέρας είναι σίγουρα ένα αέριο.

## Κεφάλαιο 9

### Εξωτερικές ροές - Οριακή στοιβάδα

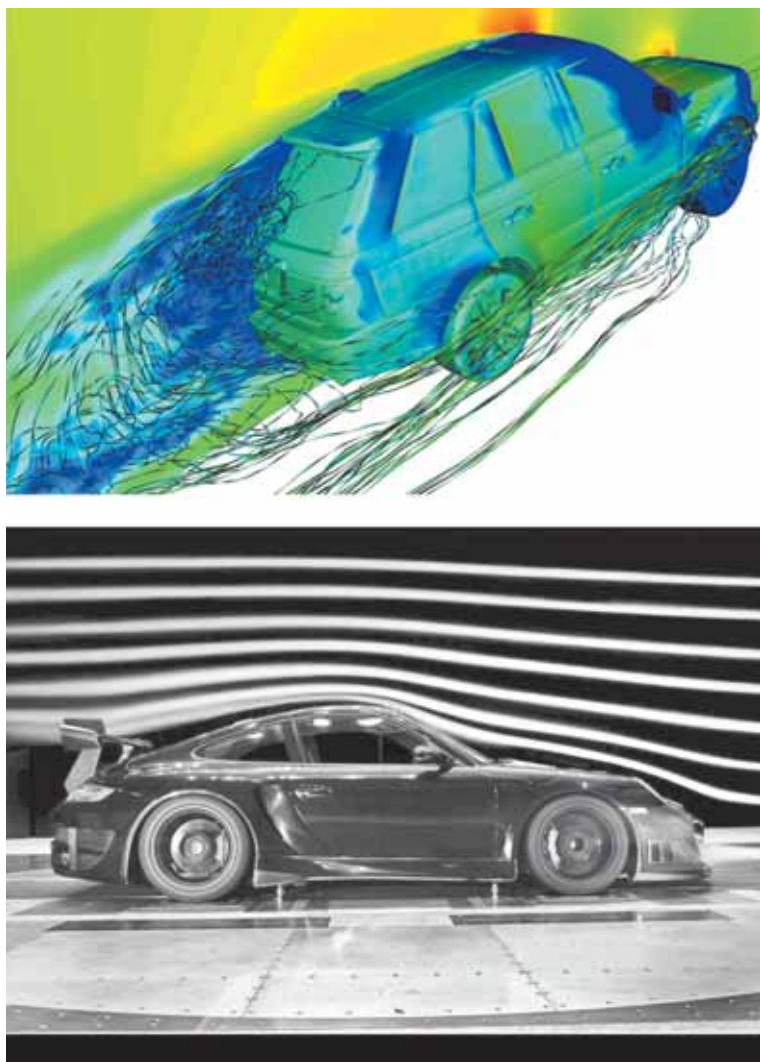


Στο κεφάλαιο αυτό εξετάζουμε τα χαρακτηριστικά της ροής γύρω από αντικείμενα (σώματα) που είναι βυθισμένα σε ένα ρευστό. Παραδείγματα περιλαμβάνουν τη ροή του αέρα γύρω από αεροπλάνα, οχήματα, κτίρια ή τη ροή του νερού γύρω από υποβρύχια και υδρόβιους οργανισμούς. Σε αυτές τις περιπτώσεις το αντικείμενο περιβάλλεται πλήρως από το ρευστό και οι ροές αυτές ονομάζονται εξωτερικές ροές.

Οι εξωτερικές ροές που αφορούν τη ροή αέρα συχνά ονομάζονται αεροδυναμικές όπως σε ένα αεροπλάνο που πετά στην ατμόσφαιρα. Επίσης άλλες εξωτερικές ροές είναι εξαιρετικά σημαντικές. Η δύναμη του ρευστού (άντωση και οπισθέλκουσα) σε οχήματα (αυτοκίνητα, φορτηγά, ποδήλατα) έχει γίνει ένα πολύ σημαντικό θέμα. Με τον σωστό σχεδιασμό αυτοκινήτων και φορτηγών, έχει καταστεί δυνατό να μειωθεί σε μεγάλο βαθμό η κατανάλωση καυσίμου και η βελτίωση της συμπεριφοράς του οχήματος. Παρόμοιες προσπάθειες έχουν οδηγήσει στη βελτίωση των πλοίων, είτε αυτά είναι σκάφη επιφάνειας ή υποβρύχια σκάφη. Άλλες εφαρμογές των εξωτερικών ροών περιλαμβάνουν αντικείμενα που δεν είναι εντελώς βυθισμένα στο ρευστό, όπως για παράδειγμα, ο σωστός σχεδιασμός ενός κτιρίου που θα πρέπει να περιλαμβάνει την εξέταση των επιπτώσεων του ανέμου.

Μεγάλο μέρος των πληροφοριών σχετικά με τις εξωτερικές ροές προέρχεται από πειράματα που διεξάγονται σε μοντέλα υπό κλίμακα και στη συνέχεια τα αποτελέσματα χρησιμοποιούνται για τα πραγματικά αντικείμενα. Εργαστηριακές δοκιμές έχουν πραγματοποιηθεί σε αεροσήραγγες με μοντέλα αεροπλάνων, κτιρίων, ακόμα και ολόκληρων πόλεων. Σε ορισμένες περιπτώσεις ένα πραγματικό μοντέλο (πρωτότυπο) έχει δοκιμαστεί σε αεροσήραγγες. Το *σχήμα 9.1* δείχνει τις δοκιμές που έχουν γίνει σε αεροσήραγγες για τον σχεδιασμό οχημάτων. Επίσης η χρήση εργαστηριακών καναλιών νερού και δεξαμενών ρυμούλκησης παρέχει επίσης χρήσιμες πληροφορίες σχετικά με τη ροή γύρω από πλοία και άλλα αντικείμενα.

Στο κεφάλαιο αυτό περιγράφονται αρχικά τα γενικά χαρακτηριστικά των εξωτερικών ροών, οι έννοιες της οπισθέλκουσας (αντίστασης) και άντωσης (δυναμικής άνωσης), τα χαρακτηριστικά του οριακού στρώματος (στρωτού και τυρβώδους) και οι διάφορες λύσεις για τον προσδιορισμό των χαρακτηρισικών παραμέτρων του. Επίσης περιγράφεται αναλυτικά η οπισθέλκουσα λόγω τριβής και λόγω πίεσης, και η εξάρτηση του συντελεστή αντίστασης από χαρακτηριστικές παραμέτρους (σχήμα σώματος, αριθμός Reynolds, αριθμό Froude, συμπίεσθота κλπ). Τέλος, αναλύεται διεξοδικά η έννοια της άντωσης και οι παράγοντες που επιδρούν σε αυτήν.



Σχήμα 9.1. Χαρακτηριστικά της ροής γύρω από δύο τύπους αυτοκινήτων.

### 9.1 Γενικά χαρακτηριστικά των εξωτερικών ροών

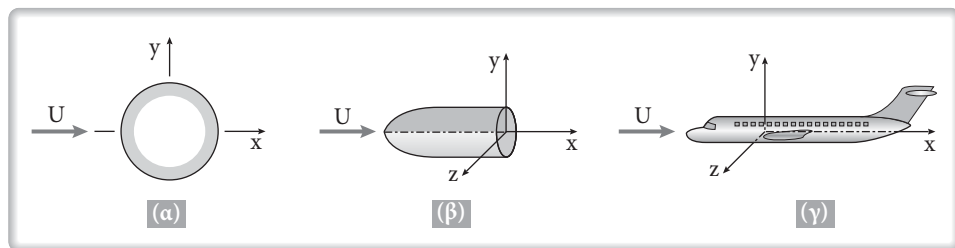
Ένα ρευστό που ρέει γύρω από ένα αντικείμενο ασκεί μια συνισταμένη δύναμη που οφείλεται στην αλληλεπίδραση μεταξύ του σώματος και του ρευστού που το περιβάλλει. Σε ορισμένες περιπτώσεις (όπως ενός αεροπλάνου σε πτήση) το ρευστό μακριά από το σώμα είναι στάσιμο και το σώμα κινείται μέσα στο ρευστό με

ταχύτητα  $U$ . Σε άλλες περιπτώσεις (όπως ο άνεμος που φυσά γύρω από ένα κτίριο) το σώμα είναι ακίνητο και το ρευστό μακριά από το σώμα ρέει με ταχύτητα  $U$ . Σε κάθε περίπτωση, μπορούμε να έχουμε το σύστημα συντεταγμένων στο σώμα και να αναλύσουμε το πρόβλημα όπως ένα ρευστό που ρέει γύρω από ένα ακίνητο σώμα με ταχύτητα  $U$  (ανάντη ταχύτητα).

Στα προβλήματα που θα εξετάσουμε θα υποθέσουμε ότι η ανάντη ταχύτητα είναι σταθερή στον χρόνο και στον χώρο. Δηλαδή, υπάρχει μία ομοιόμορφη, σταθερή ταχύτητα ρευστού που ρέει γύρω από το αντικείμενο. Σε πραγματικά προβλήματα αυτό δεν είναι συχνά αλήθεια. Για παράδειγμα, ο άνεμος που φυσά γύρω από μία καπνοδόχο είναι σχεδόν πάντα τυρβώδης και ασταθής και πιθανόν με μη ομοιόμορφη ταχύτητα από την κορυφή στη βάση της καπνοδόχου. Συνήθως, η αστάθεια και ανομοιομορφία είναι ήσσονος σημασίας.

Ακόμη και με μία μόνιμη, ομοιόμορφη ανάντη ροή, η ροή στην περιοχή ενός αντικείμενου μπορεί να είναι μη μόνιμη. Παραδείγματα αυτού του τύπου της συμπεριφοράς είναι ο πτερυγισμός που συναντάμε στην ροή γύρω από αεροτομές, η ταλάντωση των τηλεφωνικών καλωδίων που “τραγουδούν” στον άνεμο, και οι τυχαίες τυρβώδεις διακυμάνσεις στην περιοχή του απόρρου (ολκού wake) πίσω από σώματα.

Η δομή μιας εξωτερικής ροής και η ευκολία με την οποία η ροή μπορεί να περιγραφεί και να αναλυθεί, συχνά εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά του σώματος στη ροή. Οι τρεις γενικές κατηγορίες των σωμάτων φαίνονται στο Σχήμα 9.2. Περιλαμβάνουν (α) αντικείμενα δύο διαστάσεων (απείρως μακρά και σταθερής διατομής και σχήματος), (β) αξονοσυμμετρικά αντικείμενα (που σχηματίζονται με την περιστροφή της διατομής τους γύρω από τον άξονα συμμετρίας), και (γ) σώματα τριών διαστάσεων που μπορεί να έχουν μία γραμμή ή ένα επίπεδο συμμετρίας. Στην πράξη δεν υπάρχουν πραγματικά διδιαστάτα σώματα. Ωστόσο, πολλά αντικείμενα έχουν αρκετά μεγάλο μήκος έτσι ώστε οι επιδράσεις των άκρων μπορούν να θεωρηθούν αμελητέες.



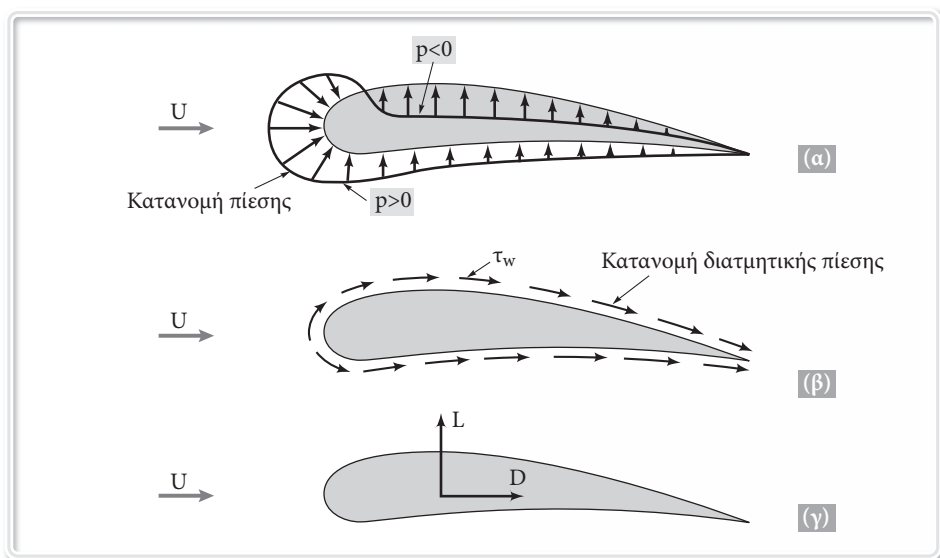
Σχήμα 9.2. Τύποι ροής: (α) διδιάστατη (β) αξονοσυμμετρική, (γ) τριδιάστατη.



Μία άλλη κατάταξη του σχήματος των αντικειμένων μπορεί να γίνει ανάλογα με το αν το σώμα είναι στρογγυλεμένο (streamlined) ή μη-στρογγυλεμένο (αμβλύ, blunt). Τα χαρακτηριστικά της ροής εξαρτώνται σημαντικά από τον βαθμό του στρογγυλέματος. Σε γενικές γραμμές, στρογγυλεμένα σώματα (π.χ., αεροτομές, αγωνιστικά αυτοκίνητα, κλπ), έχουν μικρή επίδραση στο περιβάλλον ρευστό, σε σύγκριση με την επίδραση που έχουν στο ρευστό τα μη στρογγυλεμένα σώματα (π.χ., αλεξίπτωτα, κτίρια, κλπ).

### 9.1.1 Οι Έννοιες της αντίστασης (οπισθέλκουσας-Drag) και της ανώσης (Lift)

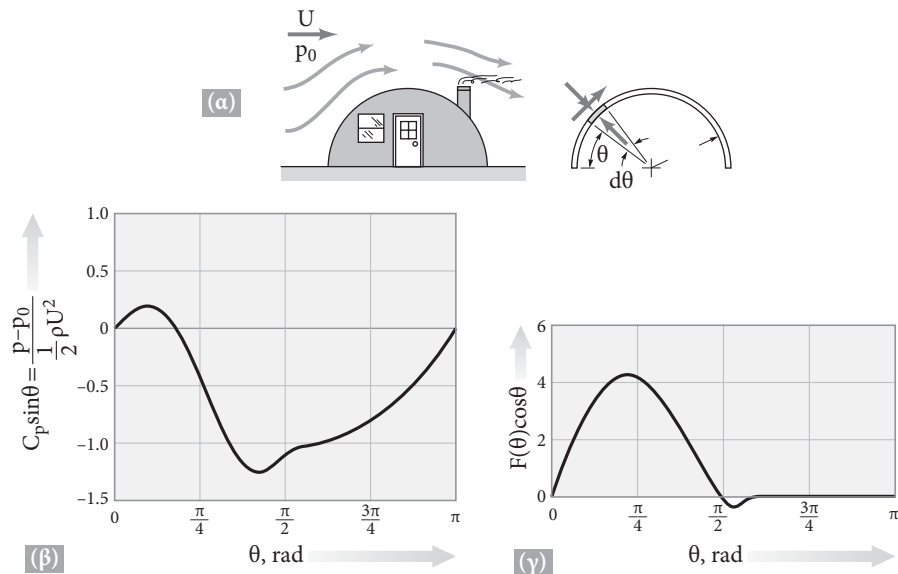
Όταν ένα σώμα κινείται μέσα σε ένα ρευστό, δημιουργείται μια αλληλεπίδραση μεταξύ του σώματος και του ρευστού. Αυτή η αλληλεπίδραση μπορεί να περιγραφεί με βάση τις δυνάμεις που δρουν στη διεπιφάνεια ρευστού-σώματος. Αυτό μπορεί να περιγραφεί από τις διατμητικές τάσεις,  $\tau_w$ , λόγω επιδράσεων του ιξώδους και από τις κάθετες τάσεις λόγω της πίεσης,  $p$ . Τυπικές κατανομές της διατμητικής τάσης και της πίεσης παρουσιάζονται στα Σχήματα 9.3α και 9.3β. Τόσο το  $\tau_w$  όσο και το  $p$  μεταβάλλονται σε μέγεθος και κατεύθυνση κατά μήκος της επιφάνειας.



**Σχήμα 9.3.** Δυνάμεις από το περιβάλλον ρευστό σε ένα διδιάστατο αντικείμενο: (α) δύναμη πίεσης, (β) συνεκτική δύναμη (λόγω ιξώδους), (γ) συνισταμένη δύναμη (άντωση και οπισθέλκουσα (αντίσταση)).

## ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 9.12

Για άνεμο που φυσάει με ταχύτητα  $U$  γύρω από το ημικυκλικό κτίριο του σχήματος οι κατανομές της διατμητικής τάσης τοιχώματος και της πίεσης στο εξωτερικό του κτιρίου φαίνονται στα σχήματα των Παραδειγμάτων 9.7 και 9.8 αντίστοιχα. Εάν η πίεση στο κτίριο είναι ατμοσφαιρική (η τιμή,  $p_0$ , μακριά από το κτίριο) να προσδιορισθεί ο συντελεστής άντωσης και η άντωση στη στέγη του κτιρίου.



## Λύση

Από την εξίσωση (9.2) υπολογίζουμε την άντωση, όπως

$$L = \int dF_y = - \int p \sin \theta dA + \int \tau_w \cos \theta dA \quad (1)$$

Όπως φαίνεται στο Σχήμα υποθέτουμε ότι στο εσωτερικό του κτιρίου η πίεση είναι ομοιόμορφη,  $p = p_0$ , και ότι δεν υπάρχει διατμητική τάση. Έτσι, η εξίσωση (1) μπορεί να γραφεί ως

$$L = - \int_0^\pi (p - p_0) \sin \theta b \left( \frac{D}{2} \right) d\theta + \int_0^\pi \tau_w \cos \theta b \left( \frac{D}{2} \right) d\theta$$

$$\text{ή} \quad L = \frac{bD}{2} \left[ - \int_0^\pi (p - p_0) \sin \theta d\theta + \int_0^\pi \tau_w \cos \theta d\theta \right] \quad (2)$$

όπου  $b$  και  $D$  είναι το μήκος και η διάμετρος του κτιρίου, αντίστοιχα, και  $dA = b (D/2) d\theta$ . Η εξίσωση (2) μπορεί να τεθεί σε αδιάστατη μορφή χρησιμοποιώντας την δυναμική πίεση,  $0.5\rho U^2$ , το εμβαδό  $A = bD$  και την αδιάστατη διατμητική τάση

$$F(\theta) = \frac{\tau_w(Re)^{1/2}}{\rho U^2/2}$$

και δίνει

$$L = \frac{1}{2}\rho U^2 A \left[ -\frac{1}{2} \int_0^\pi \frac{p-p_0}{\frac{1}{2}\rho U^2} \sin\theta d\theta + \frac{1}{2\sqrt{Re}} \int_0^\pi F(\theta) \cos\theta d\theta \right] \quad (3)$$

Οι τιμές των δύο ολοκληρωμάτων στην εξίσωση (3), μπορούν να ληφθούν με προσδιορισμό του εμβαδού κάτω από τις καμπύλες  $\left[ (p-p_0)/(\rho U^2/2) \right] \sin\theta$  με το  $\theta$  και  $F(\theta) \cos\theta$  με το  $\theta$  που απεικονίζονται στο σχήμα. Τα αποτελέσματα είναι

$$\int_0^\pi \frac{(p-p_0)}{\frac{1}{2}\rho U^2} \sin\theta d\theta = -1.76$$

και

$$\int_0^\pi F(\theta) \cos\theta d\theta = 3.92$$

Έτσι, η άντωση είναι

$$L = \frac{1}{2}\rho U^2 A \left[ \left( -\frac{1}{2} \right) (-1.76) + \frac{1}{2\sqrt{Re}} (3.92) \right]$$

$$\text{ή } L = \left( 0.88 + \frac{1.96}{\sqrt{Re}} \right) \left( \frac{1}{2}\rho U^2 A \right)$$

$$\text{και } C_L = \frac{L}{\frac{1}{2}\rho U^2 A} = 0.88 + \frac{1.96}{\sqrt{Re}} \quad (4)$$

Αν θεωρήσουμε μια τυπική κατάσταση με  $D = 6 \text{ m}$ ,  $U = 9 \text{ m/s}$ ,  $b = 15 \text{ m}$ , και κανονικές ατμοσφαιρικές συνθήκες ο αριθμός Reynolds ( $Re = UD/\nu$ ) υπολογίζεται ισος με  $3.8 \cdot 10^6$ .

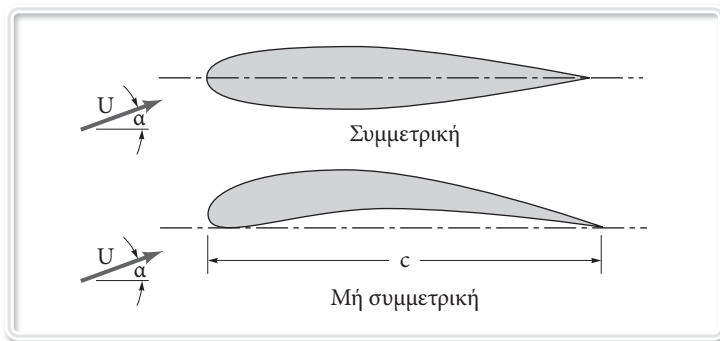
Ως εκ τούτου, ο συντελεστής άντωσης είναι

$$C_L = 0.88 + \frac{1.96}{(3.82 \times 10^6)^{1/2}} = 0.88 + 0.001 = 0.881.$$

Όπως φαίνεται η συνεισφορά της πίεσης στο συντελεστή άντωσης είναι 0.88, ενώ η συνεισφορά της διατμητικής τάσης τοιχώματος είναι μόλις  $1.96/(Re^{1/2}) = 0.001$ . Η εξάρτηση του  $C_L$  από τον αριθμό  $Re$  είναι αρκετά μικρή. Η άντωση εξαρτάται κύρια από την πίεση. Από το Παράδειγμα 9.9 επίσης φαίνεται ότι αυτό ισχύει και για την οπισθέλκουσα σε ένα παρόμοιο σχήμα.

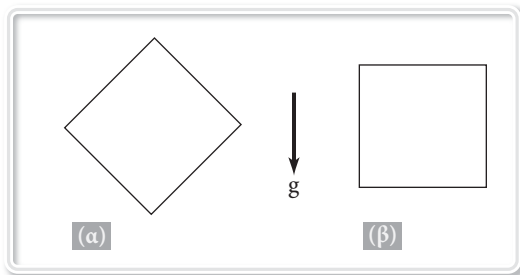
Από την εξίσωση (4), προσδιορίζουμε την αντωση για τις συνθήκες αυτές ίση με 4199 N. Υπάρχει μια σημαντική τάση για το κτίριο για να σηκωθεί από το έδαφος. Σαφώς αυτό οφείλεται στο αντικείμενο που είναι μη συμμετρικό. Η δύναμη άντωσης σε έναν πλήρη κυκλικό κυλίνδρο είναι μηδέν. ♦

Ένα αντικείμενο σχεδιασμένο για να παράγει άντωση δημιουργεί μια κατανομή πίεσης που είναι διαφορετική στην πάνω και κάτω επιφάνεια του αντικειμένου. Για ροές με μεγάλους αριθμούς Reynolds οι κατανομές της πίεσης είναι συνήθως ευθέως ανάλογες προς τη δυναμική πίεση,  $\rho U^2/2$  ενώ οι επιδράσεις του ιξώδους είναι δευτερεύουσας σημασίας. Δύο αεροτομές που χρησιμοποιούνται για την παραγωγή άντωσης φαίνονται στο Σχήμα 9.32. Είναι σαφές ότι η συμμετρική αεροτομή δεν μπορεί να παράγει άντωση εκτός εάν η γωνία προσβολής,  $\alpha$ , είναι μη μηδενική. Λόγω της ασυμμετρίας της μη συμμετρικής αεροτομής, οι κατανομές της πίεσης στην άνω και κάτω επιφάνεια είναι διαφορετικές και επομένως παράγεται άντωση ακόμη και για  $\alpha=0$ . Φυσικά, θα υπάρχει μια ορισμένη τιμή του  $\alpha$  (μικρότερη από το μηδέν για αυτή την περίπτωση) για την οποία η άντωση είναι μηδέν. Για την κατάσταση αυτή, οι κατανομές πίεσης στην άνω και



Σχήμα 9.32. Συμμετρική και μη συμμετρική αεροτομή.

**9.3** Ένας κύβος 500 N και ειδικής βαρύτητας  $SG = 1.8$  πέφτει στο νερό με σταθερή ταχύτητα  $U$ . Να προσδιορισθεί η ταχύτητα  $U$  όταν ο κύβος πέφτει όπως στο σχήμα (α) και όπως στο (β).



### Λύση

Για σταθερή πτώση,  $\Sigma F = ma = 0$  και επομένως από ισορροπία δυνάμεων έχουμε

$$W = D + F_B, \quad (1)$$

όπου  $W = \text{βάρος} = 500\text{N}$ ,  $D = \text{αντίσταση}$ ,  $F_B = \text{άνωση}$ .

Η αντίσταση και η άνωση υπολογίζονται από τις σχέσεις

$$F_B = \gamma D^3 \quad \text{και} \quad D = \frac{1}{2} \rho U^2 C_D A.$$

$$\text{Αλλά, } W = \gamma_c D^3 = SG \gamma D^3, \quad \text{ή} \quad 500\text{N} = 1.8 \left( 9.80 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}^3} \right) D^3$$

Έτσι,  $D = 0.305\text{ m}$  και από την εξίσωση (1)

$$500\text{N} = \frac{1}{2} \left( 999 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) U^2 C_D (0.305\text{m})^2 + \left( 9.80 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}^3} \right) (0.305\text{m})^3$$

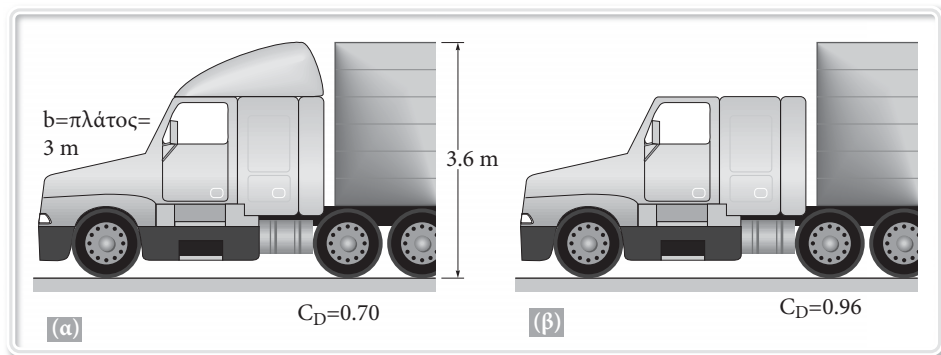
$$\text{ή} \quad U^2 C_D = 4.78$$

(α) Για την περίπτωση (α)  $C_D = 0.80$  (από τον πίνακα με τιμές του  $C_D$  για τριδιάστατα αντικείμενα)

$$\text{Επομένως, } U = \left( \frac{4.78}{0.80} \right)^{1/2} = 2.44 \text{ m/s}$$

(β) Για την περίπτωση (β)  $C_D = 1.05$ . Επομένως,  $U = \left( \frac{4.78}{1.05} \right)^{1/2} = 2.13 \text{ m/s}$

**9.4** Όπως φαίνεται στο σχήμα η αεροδυναμική οπισθέλκουσα σε ένα φορτηγό αυτοκίνητο μπορεί να μειωθεί με την χρήση ανεμοθραυστών. Αν ο συντελεστής  $C_D$  μειωθεί από 0.96 σε 0.70 και η ταχύτητα του φορτηγού είναι 80 km/h ποια είναι η μείωση της ισχύος;



### Λύση

Η ισχύς  $P$  δίνεται από την σχέση  $P = DU$  όπου  $D = \frac{1}{2}\rho U^2 C_D A$

Επομένως η μείωση στην ισχύ,  $\Delta P$ , θα είναι

$$\Delta P = P_b - P_a = \frac{1}{2}\rho U^3 A [C_{D_b} - C_{D_a}]$$

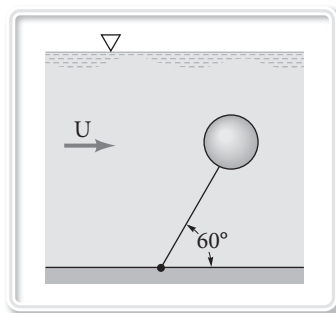
Για ταχύτητα  $U = 80 \text{ km/h} = 22.2 \text{ m/s}$

$$\Delta P = \frac{1}{2} \left( 1.204 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \left( 22.2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^3 (3\text{m})(3.6\text{m}) [0.96 - 0.70] = 18494.9 \text{ W} = 24.8 \text{ hp}$$

**9.5** Μια σφαίρα διαμέτρου 5 cm και πυκνότητας  $200 \text{ kg/m}^3$  είναι δεμένη στον πυθμένα ενός ποταμού με ένα λεπτό καλώδιο όπως φαίνεται στο σχήμα. Αν ο συντελεστής οπισθέλκουσας της σφαίρας είναι 0.5 να υπολογισθεί η ταχύτητα ροής  $U$  του ποταμού.

### Λύση

Από την ισορροπία δυνάμεων που ασκούνται στην διεύθυνση  $x$  (διεύθυνση της ροής) και στην διεύθυνση  $y$ , έχουμε:



$$\sum F_x = 0 \quad \text{ή} \quad D = T \cos 60^\circ \quad (1)$$

και

$$\sum F_y = 0 \quad \text{ή} \quad F_B - W = T \sin 60^\circ \quad (2)$$

Ο όγκος της σημαδούρας είναι

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \pi (0.025 \text{ m})^3 = 6.54 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$$

και από την εξίσωση (2) έχουμε:

$$\gamma_{\text{νερ}} V - \gamma_{\text{σημ}} V = T \sin 60^\circ \Rightarrow (9810 - 1962)(6.54 \cdot 10^{-5}) = T \sin 60^\circ$$

$$\Rightarrow T = 0.592 \text{ N}$$

Από την εξίσωση (1)

$$D = C_D \frac{1}{2} \rho U^2 A = T \cos 60^\circ \quad \text{όπου} \quad A = \pi r^2$$

Επομένως

$$U = \left[ \frac{2T \cos 60^\circ}{C_D \rho \pi r^2} \right]^{1/2} = \left[ \frac{2(0.592) \cos 60^\circ}{0.5(200) \pi (0.025)^2} \right]^{1/2} = 0.765 \text{ m/s}$$



## Ασκήσεις για λύση

**9.1** Αν θεωρήσουμε ότι στο άκρο του στρωτού οριακού στρώματος η δύναμη λόγω αδράνειας ανά μονάδα όγκου, είναι της ίδιας τάξης μεγέθους με την συνεκτική δύναμη ανά μονάδα όγκου, προσδιορίστε την μεταβολή του  $\delta$  και  $\tau_w$  κατά μήκος μίας επίπεδης πλάκας.

**9.2** Μία αεροσήραγγα έχει διατομή τετραγωνική με διαστάσεις  $1.0 \cdot 1.0 \text{ m}^2$  στην είσοδο και μήκος  $10 \text{ m}$ . Αέρας με ταχύτητα  $15 \text{ m/s}$  εισρέει στην αεροσήραγγα. Να προσδιορισθούν οι διαστάσεις της διατομής στο τέλος της αεροσήραγγας έτσι ώστε η κλίση πίεσης σε όλο το μήκος της να είναι μηδέν. Η κατανομή της ταχύτητας στο τυρβώδες οριακό στρώμα δίνεται από την σχέση

$$\frac{u}{U} = \left( \frac{y}{\delta} \right)^{1/5}.$$



## Ευρετήριο όρων

Αγγλικό σύστημα, 11-12

αδιάστατα γινόμενα, 421-423

» » ή αδιάστατες ομάδες, 421  
αδρανειακό, 263, 265, 276-277, 280

ακολουθία, 193, 195-196

αναπαράσταση του ροϊκού πεδίου, 185

αντίσταση, 394, 396, 410

» (οπισθέλκουσα), 579-581, 605, 608,  
610, 618, 623, 630-631, 646, 648-649, 652  
άντωση, 394, 396

» (δυναμική άνωση), 579

άνωση, 88-93

απαιτήσεις ομοιότητας, 456

απειροστό όγκο ελέγχου, 335, 344

απόλυτη πίεση, 49, 52-53, 106

» ταχύτητα, 235, 236  
απώλεια, 299-302, 304, 306, 309, 311, 322,  
327-328, 332

» στήριξης (stall), 627, 664

αριθμός Cauchy, 442, 446

» Euler, 445

» Froude, 441, 444-445, 458, 462, 468,  
473, 478

» Mach, 442, 446

» Reynolds, 430, 433, 444, 452,  
458-459, 462-464, 466, 468,  
472, 475, 479, 482, 499-500,  
511, 518-519, 532, 551, 561

» Strouhal, 442, 446

» Weber, 442, 447

» σπηλαίωσης, 445, 482, 491

αρχή του Αρχιμήδη, 88, 90

ασταθή θέση ισορροπίας, 92

αστρόβιλα, 211

αστρόβιλη, 350-353, 355, 371-372, 377, 379,  
386, 399-400, 405, 415

ασυμπέστο ρευστό, 209, 239

Γενική εξίσωση της κίνησης, 45, 94

γεωμετρία, 424, 435-436, 464

γεωμετρική ομοιότητα, 457, 464, 467-469,  
480, 492

γραμμή ενέργειας, 160-163

γραμμική παραμόρφωση, 207, 209, 245

γραμμικό, 609

γωνιακή ορμή, 280, 332

» παραμόρφωση, 207, 209-212, 245

δευτερεύουσες διαστάσεις, 9

» ή τοπικές απώλειες, 550

δεύτερη ροπή της επιφάνειας (ροπή αδρά-  
νειας), Ix, 68

διάγραμμα Moody, 540, 543, 545-546, 548-550

» ελεύθερου σώματος, 215

διάνυσμα θέσης, 186

διασταλτικά, 19

διαστάσεις, 8-9, 20, 23, 26, 31

διαστατική ανάλυση, 423-424, 427, 430, 434,  
436, 438, 444, 448-450, 452, 456, 458-459,  
484, 488, 490-492

διατήρηση της μάζας, 251-252, 259, 289, 305

διατμητικές τάσεις, 346-347, 349, 351, 356-357,  
370

διαφορά πίεσης, 44, 47, 54, 58-59, 62, 64-65,  
105

διαφορική ανάλυση, 335, 356

διδιάστατη ροή, 186, 190, 204-206, 212, 240

δίκτυο ροής, 372

διφασικών ροών, 7

δυνάμεις σώματος, 345, 348

δυναμική ομοιότητα, 458, 467, 478, 480

» πίεση, 136, 137, 164

» της κίνησης, 185

δυναμικό της ταχύτητας, 353-355, 372,  
373-378, 380, 382, 384, 386, 391,  
401-402, 409, 412, 414-415

Βαρόμετρο, 54, 56

βάρος, 8, 10-11, 13-15, 32

Ειδικό βάρος, 11, 13-15

εισροή, 251, 254, 257, 269, 273, 283, 288

εκροή, 251, 254, 256-257, 269, 273, 284, 286, 288, 324

εκτατική, 218, 220, 224

εκτοπιζόμενος όγκος, 90, 93

ενέργεια ανά μονάδα βάρους, 301

» » » όγκου, 300

ενθαλπία, 295, 296

ένταση της τύρβης, 522

» του δίπολου, 382, 391

εντροπία, 307

εξισώσεις Euler, 118

» Navier–Stokes, 357-360, 362, 365

» του Euler, 350

εξίσωση Bernoulli, 124, 126-127, 130, 132-134,

136-138, 141-142, 146-147, 149,

151-153, 155-157, 160, 165,

168-169, 172-176, 180-181

» Darcy-Weisbach, 541

» Laplace, 353-354, 371-372, 384

» γραμμικής ορμής, 264-265

» ενέργειας για μονοδιάστατη, μόνιμη ροή, 296, 306

» μηχανικής ενέργειας, 300

» πρόβλεψης, 456-457, 462

» συνέχειας, 252, 259, 312

» της ροπής της ορμής, 263, 280

» της συνέχειας, 146

εξωτερικές επιδράσεις, 424, 435-436

επαναλαμβανόμενες μεταβλητές, 424, 426,

430, 434, 437, 440-441

επικύρωση του σχεδιασμού των μοντέλων, 461

επίπεδη ροή Poiseuille, 367

επιτάχυνση συναγωγής, 202, 206

» της βαρύτητας, 441

επιφανειακές δυνάμεις, 43, 345, 348

επιφανειακή τάση, 31-33, 35, 441

επιφάνειες του όγκου ελέγχου, 216

έργο, 10, 12

ευσταθή θέση ισορροπίας, 92

**Η**μιτονοειδές κύμα, 610

**Θ**ερμίδα, 12

θερμοβαθμίδα, 52

θεώρημα μεταφοράς Reynolds, 217, 219, 228-230, 236-237

» Π του Buckingham, 423

**Ι**δανική ροή, 353

ιδεατά, η μη συνεκτικά, 349

ιδιότητες του ρευστού, 424, 444

ιξώδες, 3, 18-20, 23-24, 441, 492

ιξώδους της τύρβης, 526, 529-530, 565

ισοθερμικές συνθήκες, 50

**Κ**άθετη (ορθή) τάση, 345

» δύναμη, 41, 43, 55, 66-68, 72, 74, 80

κατακόρυφη απόσταση, 57, 62, 68

κέντρο άνωσης, 90, 92

» βάρους, 68-70, 73, 75-76, 80, 88, 90, 92-93

» της πίεσης, 70-71

κινηματική ομοιότητα, 458

» της κίνησης, 185

κινηματικό ιξώδες, 23

κλίμακα μήκους, 461, 465-466, 470, 472, 474-475, 478

κρίσιμο σημείο, 7

κυβικό, 609

κυκλοφορία, 378-380, 394-396, 412, 414

κύριες απώλειες, 550

» ή θεμελιώδεις διαστάσεις, 9

κωνικό διαχύτη, 558-559

**Λ**ειτουργία on-off, 562

» αντεπιστροφής, 562

» ασφαλείας, 562

» στραγγαλισμού, 562

λόγος διαστάσεων, 433

λύση Blasius, 610

μαθηματικά ή υπολογιστικά μοντέλα, 454

μανόμετρο, 56, 63

» κεκλιμένου σωλήνα, 56

» σχήματος U, 56, 62

μέθοδος Euler, 188

» Lagrange, 188

» της επαλληλίας, 384

μετατροπείας πίεσης, 65

μετρητής Venturi, 154

μετρητής ακροφύσιο, 154  
 » διαφράγματος, 154  
 μετρικό σύστημα SI, 11  
 μέτρο ελαστικότητας, 441  
 » ελαστικότητας  $E_v$ , 25-26  
 μη μόνιμες ροές, 191-193, 196  
 μη συνεκτικός πυρήνας, 501  
 μη-εκτατική, 218  
 μήκος ανάμιξης, 527-528  
 » εισόδου, 501  
 μισό σώμα, 385, 386, 413  
 μόνιμη ροή, 118-119, 121, 124-126, 128-130,  
 132-133, 135, 141, 146-147, 149, 151, 155,  
 158-161, 165, 168-170, 172, 175-177, 179,  
 181, 191-193, 201, 203, 205, 229-231, 245  
 μονοδιάστατη εξίσωση ενέργειας, 295, 296  
 μονοδιάστατο πεδίο ροής, 191  
 μοντέλα, 419, 448, 451, 454, 461-464, 469-470,  
 472, 474-477, 488-489

**Νόμοι ομοιότητας**, 456  
 νόμος Kutta-Joukowski, 397  
 » Stokes, 449  
 » του Poiseuille, 367

**Όγκος ελέγχου**, 214-217, 219, 221-222, 224-  
 225, 228, 232-234, 236-237  
 ολική πίεση,  $p_{ολ}$ , 138  
 ομοιότητα, 419, 423, 456-460, 462-470,  
 472-475, 480, 493  
 οπισθέλκουσα, 394  
 οριακό στρώμα, 352, 387, 390, 501

**Παραβολικό**, 609  
 παράγωγος συναγωγής, 202  
 παράμετρος συχνότητας, 447  
 παραμορφωμένα (στρεβλά) μοντέλα, 462  
 παροχή μάζας, 146, 179  
 » όγκου, 146, 157, 180  
 πάχος μετατόπισης, 593-594, 602, 618, 628,  
 673  
 » ορμής του οριακού στρώματος, 596,  
 617, 628  
 » του οριακού στρώματος, 593, 596, 600,  
 612-614, 619, 628, 667, 673

πεδίο ταχύτητας, 185-186, 191-193, 196, 198,  
 207, 241  
 περιοχή εισόδου, 352, 500, 502, 553  
 » συναρμογής, 525  
 περιστροφή, 209-213, 241, 243-244  
 πιεζομετρική γραμμή, 160-163  
 πιεζομετρικό φορτίο, 161  
 » σωλήνας, 56-57  
 πίεση, 441  
 » ανακοπής, 136, 138, 140-141, 164, 167  
 » ατμού, 30  
 πλαστικό Bingham, 19  
 πλήρως ανεπτυγμένη περιοχή, 352  
 » τυρβώδεις ροές, 545  
 πρίσμα πίεσης, 74, 76, 84  
 πρότυπη ατμόσφαιρα, 50, 52  
 πρώτη ροπή της επιφάνειας, 68  
 πρωτότυπο, 454-467, 469-470, 472-475,  
 477-478, 480, 482-483, 489, 491-493  
 πυκνότητα, 8-9, 11-15, 20, 23, 25, 27-28,  
 441, 492

**Ρεολογία**, 7  
 ροή Couette, 363  
 » Hagen-Poiseuille, 364  
 » καταβόθρας, 374  
 » μεταβατική, 498-500, 519, 525, 532  
 » ομοιόμορφη, 350-351, 373-374, 385,  
 388-389, 391, 394-395, 397, 414  
 » πηγής, 374  
 » πλήρως αναπτυγμένη, 500-501, 504-507,  
 512, 514, 532, 541, 551, 568  
 » στρωτή, 498-501, 503-504, 506-507, 509,  
 511-512, 514-520, 523-526, 528-529, 532,  
 537-538, 540-541, 545, 549, 565, 568, 570  
 » τυρβώδης, 498-501, 503, 506-507, 509,  
 516-520, 522-526, 528, 530-532, 534-  
 537, 540-541, 549, 564-565, 567  
 ροϊκές γραμμές, 118-119, 127, 129, 130, 133,  
 135-136, 143-144, 173, 192-193, 195,  
 204-206  
 ροϊκή γραμμή ανακοπής, 137  
 » συνάρτηση, 340, 342-344, 353-354,  
 371-372, 374-376, 380-381, 386,  
 388-389, 391, 394, 399, 401, 406, 409

ροπή στρέψης, 280, 285  
 ρυθμός γωνιακής παραμόρφωσης, 212, 245

**Σ**ημείο ανακοπής, 126, 137, 140-141, 160, 166

σπηλαιώση, 30

στατική πίεση, 136, 137, 139-141, 164

στρατόσφαιρα, 51

στροβίλος ελεύθερος, 378, 396

» εξαναγκασμένος, 378

» σύνθετος, 378

στροβιλικότητα ζ, 211

στροφορμή, 280, 282, 287, 319, 326

στρωτή ροή, 191

στρωτό υπόστρωμα, 525-526, 535, 538,  
 540, 545

συνεσταλμένη διατομή, 144

συνεχές, 8-9

συνθήκες σχεδιασμού του μοντέλου, 456

συνθήκη «μη-ολίσθησης», 16

συνισταμένη δύναμη, 43, 45, 48, 66, 68-70,  
 74-77, 80-81, 83, 88

συνολικό φορτίο, 160-161

συντελεστή απώλειων, 550-551

συντελεστής συστολής, 145

» αντίστασης (οπισθέλκουσας), 582,  
 610, 632, 634

» άντωσης, 582, 657, 659, 661,  
 663-664, 677

» αποκατάστασης πίεσης, 559

» κινητικής ενέργειας, 303-304

» οπισθέλκουσας, 468, 470-471

» πίεσης, 445

» τριβής, 515, 542, 545, 548, 551-552

» τριβής Darcy, 515

σύστημα, 186, 204, 214-220, 222-224, 228-232,  
 234-237

συχνότητα ταλάντωσης ροής, 441

σχετική πίεση, 53-54, 57, 64, 76

» ταχύτητα, 235-236

σωλήνας Pitot, 138-140, 154, 161

**Τ**άσεις Reynolds, 525-526, 532, 538

ταχύτητα, 441, 452, 492

» του ήχου, 441

» του ήχου, c, 28

» τριβής, 532, 534, 538, 564-570

τοπική επιτάχυνση, 201-202

τριδιάστατα χαρακτηριστικά της ροής, 190

τροπόσφαιρα, 51-53

τροχιές, 192-194

τυρβώδη ροή, 191

» διατμητική τάση, 525, 527

**Υ**δραυλικά λείοι, 545

υδραυλική διάμετρος,  $D_h$ , 369

υδροστατική κατανομή, 47

» πίεση, 137

υποπίεση η πίεση κενού, 53

υψομετρικό φορτίο, 133, 143, 161

**Φ**αινόμενο Magnus, 396

φορτίο πίεσης, 47, 54, 133, 149, 161-162

» ταχύτητας, 133, 143, 149, 157-158,  
 161-162

φυσικά μοντέλα, 454

**Χ**αρακτηριστικό μήκος, 441

χρήσιμη ή διαθέσιμη ενέργεια, 299

**Ψ**(x,y) συνάρτηση, 340

ψευδοπλαστικά, 19

**B**ourdon, 63-65

Btu, 12

**H**agen-Poiseuille, 509

**R**ankine οβάλ, 388-389, 414

**V**ena contracta, 144-145