

ΓΕΩΡΓΙΟΥ Α. ΤΕΡΖΙΑΝ M. Sc., Ph. D.  
ΚΑΘΗΓΗΤΗ ΥΔΡΑΥΛΙΚΗΣ  
ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟΥ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

# ΜΑΘΗΜΑΤΑ ΥΔΡΑΥΛΙΚΗΣ

## 1. γενική υδραυλική

υδροστατική  
υδροδυναμική  
υδραυλικές κατασκευές  
υδρομετρήσεις  
προβλήματα

ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΖΗΤΗ  
ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ 1985

## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Το βιβλίο αυτό αποτελεί τον πρώτο τόμο μιας σειράς από τρεις τόμους που καλύπτουν σε μεγάλο ποσοστό τις διδακτικές και ερευνητικές ανάγκες των μαθημάτων Υδραυλικής που διδάσκονται στους προπτυχιακούς και μεταπτυχιακούς φοιτητές της Ειδικότητας των Εργείων Βελτιώσεων του Τμήματος Γεωπονίας του Αριστοτελείου Πανεπιστημίου της Θεσσαλονίκης.

Η σειρά διατάξεως της ύλης, η περιγραφή των φυσικών φαινομένων και η μαθηματική ανάλυσή τους γίνονται έτσι ώστε να είναι εύκολη η κατανόηση, αυστηρή η εμπέδωση και απλή η χρήση των απαραίτητων γνώσεων της σύγχρονης Υδραυλικής τόσο από τους φοιτητές των Γεωπονικών και Πολυτεχνικών Σχολών όσο και από τους επιστήμονες Γεωπόνους και Μηχανικούς που ασχολούνται με την έρευνα και εφαρμογή της Υδραυλικής Επιστήμης.

Ο τόμος αυτός αποσκοπεί στο να δώσει στον αναγνώστη τις απαραίτητες γνώσεις των θεμελιωδών αρχών και νόμων που διέπουν το νερό σε καταστάσεις ηρεμίας και κίνησης σε τοπικά φαινόμενα κοντά σε υδραυλικές κατασκευές και υδραυλικά όργανα μετρήσεων.

Στο πρώτο κεφάλαιο γίνεται μια σύντομη εισαγωγή στην Υδραυλική και περιγράφονται συνοπτικά οι θεμελιακές έννοιες και ορισμοί, καθώς και οι φυσικές ιδιότητες των ρευστών.

Στο δεύτερο κεφάλαιο περιγράφονται οι νόμοι και οι εξισώσεις της υδροστατικής και εφαρμόζονται σε πρακτικά προβλήματα.

Στο τρίτο κεφάλαιο περιγράφονται οι νόμοι και οι εξισώσεις της υδροδυναμικής με ιδιαίτερη έμφαση στη μονοδιάστατη ροή. Η εξαγωγή των διαφορών μορφών των εξισώσεων συνέχειας, ενέργειας και ποσότητας κινήσεως γίνεται με σχετικά απλό μαθηματικό τρόπο. Η εφαρμογή τους σε πρακτικά προβλήματα της υδροδυναμικής γίνεται θεωρητικά για τη γενικότερη περίπτωση και εμπεδώνεται με αριθμητικά παραδείγματα στις διάφορες υποπεριπτώσεις.

Στο τέταρτο κεφάλαιο παρουσιάζονται οι εφαρμογές των εξισώσεων της υδροδυναμικής σε συγκεκριμένα τοπικά φαινόμενα υδραυλικών κατασκευών και οργάνων που έχουν μεγάλη πρακτική σημασία στις υδρομετρήσεις. Στο κεφάλαιο αυτό προστέθηκε σαν τελευταία παράγραφος η νεώτερη θεωρητική

ανάλυση και οι εφαρμογές της στους καταβαθμούς με ελεύθερη υδατόπτωση γιατί σχετίζονται άμεσα με τους εκχειλιστές μηδενικού ύψους.

Στο τέλος κάθε κεφαλαίου παρουσιάζονται οι λύσεις επιλεγμένων προβλημάτων έτσι ώστε να γίνεται συμπλήρωση και καλύτερη εμπέδωση της θεωρίας.

Τα χειρόγραφα αυτού του τόμου δακτυλογραφήθηκαν με προσοχή από την κ. Νίκη Τάκου, αρκετά δε σχέδια σχεδιάστηκαν με επιμέλεια από την κ. Αθηνά Σιγανού-Χαλούλα. Η. κ. Μαίρη Παπαδοπούλου-Παναγιωτίδου βοήθησε πολύ στη διάρκεια της εκτυπώσεως. Αρκετή βοήθεια στη διόρθωση των δοκιμίων είχα από τους συνεργάτες μου Θωμά Ζήση, Νίκη Καλαϊτζίδου-Παϊκου, Σοφία Παπουτσή-Ψυχουδάκη και Ευαγγελία Αναστασιάδου-Παρθενίου. Την πιο μεγάλη όμως βοήθεια είχα από τη σύζυγό μου Ισμήνη που με συμπαραστάθηκε με κατανόηση και υπομονή σε όλη τη διάρκεια της συγγραφής ιδιαίτερα αυτού του τόμου.

Όλους αυτούς καθώς και άλλους που βοήθησαν στην τελική εμφάνιση του τόμου αυτού, ευχαριστώ θερμά.

Θεσσαλονίκη, Σεπτέμβριος 1985

Γ. ΤΕΡΖΙΑΗΣ

## ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

		Σελ.
1.	<b>ΕΙΣΑΓΩΓΗ</b>	
1.1.	Αντικείμενο της Υδραυλικής .....	1
1.2.	Σύντομη ιστορική ανασκόπηση .....	2
1.3.	Θεμελιακές έννοιες και ορισμοί .....	4
1.4.	Φυσικές ιδιότητες των ρευστών .....	6
1.5.	Επιφανειακή τάση - Τριχοειδή φαινόμενα .....	10
1.6.	Πίνακες φυσικών ιδιοτήτων ρευστών και συμβολισμών στα διάφορα συστήματα μονάδων .....	18
2.	<b>ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΗ</b>	
2.1.	Υδροστατική πίεση .....	29
2.2.	Μεταβολή της πίεσως με το υψόμετρο μέσα σε ένα ρευστό .....	31
2.3.	Μέτρηση υδροστατικών πιέσεων - Μανόμετρα .....	34
2.4.	Υδροστατική πίεση συμπιεστών ρευστών .....	38
2.5.	Υδροστατικές πιέσεις σε επιφάνειες .....	40
2.6.	Αρχή του Αρχιμήδη. Συνθήκες ισορροπίας σωμάτων μέσα σε υγρό ...	47
2.7.	Κέντρα θάρους και τετράγωνα ακτίνων αδρανείας για διάφορες επίπεδες επιφάνειες .....	53
2.8.	Προβλήματα υδροστατικής .....	53
3.	<b>ΥΔΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ</b>	
3.1.	Γενικότητες και ορισμοί .....	89
3.2.	Νόμος διατηρήσεως της μάζας. Εξίσωση συνεχείας .....	93
3.2.1.	Εξαγωγή της εξισώσεως συνεχείας σε καρτεσιανές συντεταγμένες ....	93
3.2.2.	Εξαγωγή της εξισώσεως συνεχείας σε κυλινδρικές συντεταγμένες ....	96
3.2.3.	Εξίσωση συνεχείας για μέση μονοδιάστατη ροή .....	100
3.3.	Εξισώσεις Κινήσεως .....	
3.3.1.	Γενικότητες .....	102
3.3.2.	Εξισώσεις κινήσεως στο φυσικό σύστημα συντεταγμένων .....	103
3.3.3.	Περιστροφή και στροβιλισμός .....	109
3.3.4.	Εξισώσεις κινήσεως σε καρτεσιανές συντεταγμένες .....	112
3.3.5.	Επέκταση του θεωρήματος Bernoulli στα πραγματικά ρευστά. Εξίσωση Ενεργείας .....	115

3.3.6.	Ο νόμος διατηρήσεως της ποσότητας κινήσεως .....	119
3.4.	Εφαρμογές των εξισώσεων συνεχείας, κινήσεως, ενεργείας και ποσότητας κινήσεως .....	
3.4.1.	Μάζα ρευστού υπό την επίδραση επιταχύνσεως .....	123
3.4.2.	Στρόβιλοι .....	128
3.4.2.	Δύναμη που εξασκείται από ροή ρευστού πάνω σε γωνία σωληνωτού αγωγού .....	134
3.4.4.	Κρούση ρευστής φλέβας πάνω σε πτερύγιο έλικας ή πλάκας .....	137
3.4.5.	Υδραυλικό άλμα σε ανοικτούς αγωγούς .....	141
3.4.6.	Κινούμενα υδραυλικά άλματα .....	144
3.4.7.	Τοπικές απώλειες φορτίου λόγω απότομης διευρύνσεως αγωγού .....	146
3.4.8.	Ο σωλήνας Pitot .....	149
3.4.9.	Μετρητής Venturi .....	152
3.4.10.	Λυμένα προβλήματα υδροδυναμικής .....	155
4.	ΥΔΡΟΜΕΤΡΗΣΗ ΡΟΗΣ ΣΕ ΟΠΕΣ, ΕΠΙΣΤΟΜΙΑ, ΕΚΧΕΙΛΙΣΤΕΣ, ΚΑΤΑΒΑΘΜΟΥΣ ΚΑΙ ΔΙΩΡΥΓΕΣ	
4.1.	Ροή σε οπές .....	191
4.1.1.	Γενικότητες - Συντελεστές συστολής, ταχύτητας και παροχής .....	191
4.1.2.	Βυθισμένες οπές .....	194
4.1.3.	Εκκένωση δεξαμενής .....	195
4.1.4.	Διάφραγμα με οπή μέσα σε σωληνωτό αγωγό .....	197
4.2.	Ροή διαμέσου επιστομιών .....	207
4.2.1.	Γενικότητες .....	207
4.2.2.	Εξέχον επιστόμιο του Poleni .....	210
4.2.3.	Εισέχοντας (ή Borda) επιστόμια .....	213
4.3.	Ροή πάνω από εκχειλιστές (ή υπερχειλιστές) .....	214
4.3.1.	Γενικότητες και ορισμοί .....	214
4.3.2.	Ορθογωνικοί εκχειλιστές χωρίς πλευρική συστολή .....	216
4.3.3.	Ορθογωνικός εκχειλιστής με πλευρική συστολή .....	221
4.3.4.	Τριγωνικοί εκχειλιστές .....	223
4.3.5.	Τραπεζοειδείς εκχειλιστές .....	224
4.3.6.	Παραβολικοί εκχειλιστές .....	227
4.3.7.	Παραδείγματα .....	228
4.4.	Καταβαθμοί ελεύθερης υδατόπτωσης .....	231
4.4.1.	Γενικότητες .....	231
4.4.2.	Ορθογωνικός καταβαθμός ελεύθερης υδατόπτωσης .....	237
4.4.2.1.	Θεωρητική ανάλυση του Rouse .....	238
4.4.2.2.	Θεωρητική ανάλυση με την εξίσωση ποσότητας κινήσεως .....	241
4.4.2.3.	Μέθοδος Τερζιδη για ορθογωνικούς καταβαθμούς με κρίσιμη και υπερκρίσιμη ροή .....	255
4.5.	Λυμένα προβλήματα τετάρτου κεφαλαίου .....	271
	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....	313

### 1.1. Αντικείμενο της Υδραυλικής

Η κλασσική μηχανική κατατάσσει τα υλικά σώματα σε στερεά, υγρά και αέρια ανάλογα με τη μορφή ή τη φάση που έχουν αυτά κάτω από κανονικές συνθήκες θερμοκρασίας και πίεσεως. Τα υγρά και τα αέρια έχουν σαν κοινό χαρακτηριστικό τη «ρευστότητα» και σαν συνέπεια αυτού είναι γνωστά και τα δύο μαζί σαν ρευστά. Ο κλάδος της μηχανικής που μελετάει τις ιδιότητες και τη συμπεριφορά των ρευστών, σε ηρεμία και σε κίνηση, καθώς και τις δυνάμεις που επενεργούν πάνω σ' αυτά και πάνω στα σώματα μέσα ή γύρω απ' αυτά ονομάζεται *Μηχανική των Ρευστών*.

Η *Υδραυλική* αποτελεί εφαρμοσμένο κλάδο της Μηχανικής των Ρευστών και μελετάει τους νόμους ισορροπίας και κινήσεως των ρευστών κατά τις ασυμπίεστες ροές, καθώς και τις εφαρμογές αυτών στη λύση των πρακτικών προβλημάτων. Παλιότερα η υδραυλική ασχολιόταν κυρίως με το νερό σε ηρεμία και σε κίνηση και ήταν μία εφαρμοσμένη «εμπειρική επιστήμη», που βασιζόταν σε παρατηρήσεις και πειράματα πολλών ετών. Τα δεδομένα που συλλέγονταν συνήθως εμφανίζονταν με μορφή εμπειρικών εξισώσεων-πολλές φορές διαστατικά ανομοιογενών-και η ισχύς τους ήταν περιορισμένη μόνο για τις συνθήκες κάτω από τις οποίες βγήκαν.

Η σύγχρονη υδραυλική βασίζεται στους παρακάτω θεμελιώδεις φυσικούς νόμους:

1. Το νόμο της διατηρήσεως της μάζας.
2. Το νόμο της διατηρήσεως της ενέργειας.
3. Το νόμο της διατηρήσεως της ποσότητας κινήσεως.

Οι παραπάνω τρεις βασικοί νόμοι σε συνδυασμό με τους «νόμους» που διέπουν και περιγράφουν τη συμπεριφορά των φυσικών ιδιοτήτων των ρευστών, σε διάφορες συνθήκες και καταστάσεις, μπορούν να περιγράψουν μαθηματικά σχεδόν όλα τα φυσικά φαινόμενα, που αφορούν την υδραυλική. Τα πειραματικά δεδομένα χρησιμοποιούνται είτε για την επαλήθευση των θεωρητικών λύσεων ή για τη συμπλήρωση και απλοποίηση της θεωρητικής αναλύσεως όταν αυτή είναι πολύ πολύπλοκη.

Η ερευνητική μέθοδος, που ακολουθείται σήμερα στην υδραυλική για τη μελέτη των διαφόρων φαινομένων ονομάζεται θεωρητικοεμπειρική και είναι βασικά η παρακάτω: Το φαινόμενο που ερευνάται στην αρχή απλοποιείται και εξιδανικεύεται, έτσι ώστε να εφαρμοστούν πάνω σ' αυτό οι νόμοι της θεωρητικής μηχανικής. Ακολουθεί η θεωρητική ανάλυση, δηλαδή η εξαγωγή και επίλυση των μαθηματικών εξισώσεων που περιγράφουν το φαινόμενο που ερευνάται. Τα αποτελέσματα της θεωρητικής αναλύσεως συγκρίνονται με πειραματικά δεδομένα και αν υπάρχουν μικρές διαφορές, οι θεωρητικές λύσεις και τύποι προσαρμόζονται κατάλληλα έτσι ώστε να γίνουν ευκολόχρηστοι στην πρακτική εφαρμογή.

Υπάρχουν όμως και πολλά υδραυλικά φαινόμενα που είναι τόσο πολύπλοκα ώστε να μην επιδέχονται ακόμη θεωρητική ανάλυση. Τα φαινόμενα αυτά περιγράφονται με εμπειρικές εξισώσεις. Οπότε, η υδραυλική μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι ακόμη μία ημιθεωρητική επιστήμη.

## 1.2. Σύντομη ιστορική ανασκόπηση

Η Υδραυλική θα πρέπει ν' απασχόλησε τον άνθρωπο από την εμφάνισή του πάνω στη γη. Οι λιμναίοι συνοικισμοί, η κιβωτός του Νώε, τα πρώτα πλοία κλπ. αποτελούν αποδείξεις των πρώτων υδραυλικών γνώσεων του ανθρώπου. Αρχαιολογικές ανασκαφές στην Αίγυπτο και Μεσοποταμία απόδειξαν την ύπαρξη αρδευτικών συστημάτων κοντά στο 3000 π.Χ.

Οι αρχαίοι Έλληνες αναγνώρισαν το νερό και τον αέρα σαν δύο από τις τέσσερις μορφές της ύλης (οι άλλες δύο ήταν η φωτιά και η γη). Ο Αριστοτέλης (384-322 π.Χ.) μελέτησε την κίνηση των σωμάτων μέσα στον αέρα και στο νερό και πέτυχε μία λογική εξήγηση του παλιρροιακού φαινομένου του Ευρίπου. Ο Αρχιμήδης (287-212 π.Χ.) διατύπωσε τους νόμους της ανώσεως και της ισορροπίας των σωμάτων που επιπλέουν. Ο Ήρων ο Αλεξανδρεύς το 2ο π.Χ. αιώνα, διατύπωσε τη βασική

εξίσωση της συνέχειας και περιέγραψε τη μέθοδο καταμετρήσεως της παροχής με ογκομετρικά δοχεία.

Οι Ρωμαίοι χρησιμοποίησαν τις σχετικές με την υδραυλική γνώσεις των Ελλήνων στην κατασκευή υδραγωγείων, υπονόμων κλπ. Οι Ιταλοί *Da Vinci* (1452-1519), *Castelli* (1577-1644) και *Torricelli* (1608-1647) μπορούν να θεωρηθούν σαν οι πρωτεργάτες της πειραματικής υδραυλικής. Οπωσδήποτε όμως ο Άγγλος *Newton* (1642-1727) είναι ο επιστήμονας που έβαλε τις βάσεις της Υδραυλικής Επιστήμης τόσο με τους περίφημους νόμους του πάνω στην κίνηση, όσο και με τις μελέτες του πάνω στο ιξώδες και τις αντιστάσεις των πραγματικών ρευστών.

Ο μαθηματικός κλάδος της θεωρητικής υδραυλικής, η Υδροδυναμική, οφείλει την ανάπτυξή του στους μαθηματικούς του 18ου αιώνα: τους Ελβετούς *Bernoulli* (1700-1782) και *Euler* (1707-1783) και τους Γάλλους *D' Alembert* (1717-1783), *Lagrange* (1736-1813) και *Laplace* (1749-1827).

Οι πειραματιστές του 18ου αιώνα συντέλεσαν κατά πολύ στην ανάπτυξη της θεωρητικής και εφαρμοσμένης Υδραυλικής. Σ' αυτούς περιλαμβάνονται ο *Poleni* (1683-1761), που έβγαλε τον τύπο των εκχειλιστών και επιστομίων, ο *de Pitot* (1695-1771), που κατασκεύασε τον περίφημο σωλήνα μετρήσεως των ταχυτήτων, ο *Chezy* (1718-1798), που πειραματίστηκε με τις ροές μέσα από οπές και επιστόμια και πολλοί άλλοι.

Στον 19ο αιώνα, οι Γάλλοι *Coulomb* (1736-1806) και *Prony* (1755-1839) μελέτησαν τις αντιστάσεις ροής· οι Γερμανοί αδελφοί *Ernst* (1795-1878) και *Wilhem Weber* (1804-1896) μελέτησαν την κίνηση των κυμάτων· οι Γάλλοι μηχανικοί *Burdin* (1790-1873), *Fourneyman* (1802-1867), *Coriolis* (1792-1843) και ο Αμερικανός *Francis* (1815-1892) συντέλεσαν στην ανάπτυξη των αντλιών και υδροστροβίλων. Ο Γερμανός *Hagen* (1797-1889), ο Γάλλος *Poiseuille* (1799-1869) και ο Σάξονας *Weisbach* (1806-1871) μελέτησαν τη ορή των κλειστών αγωγών· οι Γάλλοι *Saint-Venant* (1797-1886), *Bresse* (1822-1883), *Bazin* (1829-1917) και ο Ιρλανδός *Manning* (1816-1897) μελέτησαν την υδραυλική των ανοικτών αγωγών. Οι Γάλλοι *Darcy* (1803-1858), *Dupuit* (1804-1866) και *Boussinesq* (1842-1929) μελέτησαν τη ροή μέσα από πορώδες υλικό και έβαλαν τις βάσεις των στραγγίσεων. Οι Άγγλοι *William Froude* (1810-1879) και *Robert Froude* (υιός) (1846-1924) μελέτησαν την τεχνική των ομοιωμάτων σε πλοία.

Η Θεωρητική και Εφαρμοσμένη Υδραυλική αναπτύχθηκαν περισσότερο κατά τη διάρκεια του 19ου αιώνα και από τους Γάλλους *Navier* (1785-1836), *Cauchy* (1789-1857), *Poisson* (1781-1840), *Saint-Venant* και *Boussinesq*· τους Άγγλους *Stokes* (1819-1903), *Airy* (1801-1892), *Reynolds* (1842-1921), *Lord Kelvin* (1824-1907), *Lord Rayleigh* (1842-1919) και *Lamb*



(1894-1934)· τους Γερμανούς *Helmholtz* (1821-1894) και *Kirchoff* (1824-1887) και τους Ρώσους *Joukowsky* (1847-1921) και *Petrov* (1836-1920).

Στο τέλος του 19ου αιώνα, η θεωρητική υδροδυναμική, βασιζόμενη πάνω στις εξισώσεις του *Euler* πάνω στην κίνηση των τελείων (χωρίς ιξώδες) ρευστών, έφθασε βέβαια σε υψηλό βαθμό αναπτύξεως, δεν πέτυχε όμως να εξηγήσει πολλά πρακτικά προβλήματα, όπως π.χ. την απόλεια φορτίου στους αγωγούς και έτσι οι εφαρμοστές υδραυλικοί κατέφυγαν στις εμπειρικές εξισώσεις της Υδραυλικής. Αυτοί οι δύο κλάδοι της επιστήμης, η Υδροδυναμική και η Υδραυλική, δεν είχαν τίποτε κοινό μεταξύ τους. Το 1904 ο Γερμανός *Prandtl* (1875-1953) έβαλε την έννοια της οριακής στιβάδας, δηλαδή μιας λεπτής στιβάδας κοντά στα τοιχώματα, όπου συγκεντρώνονται οι επιδράσεις του ιξώδους. Η έννοια αυτή της οριακής στιβάδας αποτέλεσε το συνδετικό κρίκο, που συνέδεσε την υδροδυναμική, αεροδυναμική, υδραυλική και μέρος της θερμοδυναμικής σε μία επιστήμη τη σύγχρονη Μηχανική των Ρευστών. Οπότε ο *Prandtl* σωστά θεωρείται ότι είναι ο πατέρας της σύγχρονης Μηχανικής της Ρευστών.

### 1.3. Θεμελιακές έννοιες και ορισμοί

Η κατάταξη των υλικών σωμάτων σε στερεά, υγρά και αέρια βασίζεται στον όγκο και στο σχήμα τους σε κανονικές συνθήκες θερμοκρασίας και πίεσεως. Τα στερεά έχουν ορισμένο όγκο και ορισμένο σχήμα. Τα υγρά έχουν ορισμένο όγκο αλλά δεν έχουν ορισμένο σχήμα και συνήθως παίρνουν το σχήμα του δοχείου μέσα στο οποίο βρίσκονται. Αν η πάνω επιφάνεια του υγρού βρίσκεται σε επαφή με τον ατμοσφαιρικό αέρα αυτή είναι οριζόντια και ονομάζεται ελεύθερη επιφάνεια. Τα αέρια δεν έχουν ορισμένο όγκο ούτε ορισμένο σχήμα, αλλά καταλαμβάνουν ολόκληρο το χώρο που βρίσκεται στη διαθεσή τους.

Στα στερεά σώματα τα μόρια είναι πολύ κοντά το ένα στο άλλο και οι ενδομοριακές δυνάμεις συνοχής είναι πολύ μεγάλες. Στα υγρά και πολύ περισσότερο στα αέρια, οι αποστάσεις μεταξύ των μορίων είναι σχετικά μεγάλες και οι δυνάμεις συνοχής μικρές. Επιπλέον τα μόρια των ρευστών πάλλονται γύρω από τη μέση θέση ισορροπίας τους, στα αέρια μάλιστα εντονότερα, ώστε να λαμβάνει χώρα και μεταφορά ποσότητας κινήσεως σε σχετικά μικροσκοπικές αποστάσεις, καθώς και ένα πανδαιμόνιο συγκρούσεων μεταξύ των κινουμένων μορίων.

Μία άλλη διαφορά μεταξύ των στερεών και ρευστών σωμάτων είναι

η σχετική ικανότητά τους ν' αντιδρούν σε εξωτερικές δυνάμεις. Τα στερεά μπορούν ν' αντιστέκονται σε εφελκυστικές (τανυστικές), συμπιεστικές και διατμητικές τάσεις μέχρι ένα ορισμένο όριο. Τα ρευστά δεν αντιστέκονται πρακτικά σε τανυστικές τάσεις, αλλά αντιστέκονται στις συμπιεστικές τάσεις όταν βρίσκονται μέσα σε δοχείο. Κάτω από την επίδραση των διατμητικών τάσεων τα ρευστά παραμορφώνονται συνέχεια. Η τελευταία αυτή συμπεριφορά χρησιμοποιείται για τον ορισμό των ρευστών:

*Σαν ρευστό μπορεί να οριστεί το υλικό σώμα, που παραμορφώνεται συνέχεια κάτω από την επίδραση μιας διατμητικής (εφαπτομενικής) τάσεως, ανεξάρτητα από το πόσο μικρή είναι η τάση. Η ένταση της τάσεως εξαρτάται από την τιμή (ή ταχύτητα) της γωνιακής παραμορφώσεως ενός όγκου του ρευστού.*

Με βάση τη διατμητική τάση και τη γωνιακή παραμόρφωση σαν στερεό μπορεί να οριστεί το υλικό σώμα που παραμορφώνεται κατά ένα ποσοστό ανάλογο με την εφαρμοσμένη τάση, μετά το οποίο λαμβάνει χώρα στατική ισορροπία. Η ένταση της διατμητικής τάσεως εξαρτάται από την ένταση της γωνιακής παραμορφώσεως.

Τα ρευστά, που υπακούουν στον παραπάνω ορισμό, ονομάζονται κλασσικά ή νευτώνεια, προς τιμή του μεγάλου Άγγλου Φυσικού *Sir Isaac Newton*, που πρώτος απόδειξε πειραματικά ότι η διατμητική τάση στο καθαρό νερό είναι ευθέως ανάλογη προς την ταχύτητα της γωνιακής παραμορφώσεως, ξεκινώντας με μηδενική τάση και μηδενική παραμόρφωση. Η σταθερή αυτή αναλογίας μεταξύ τάσεως και παραμορφώσεως ονομάζεται όπως θα δούμε παρακάτω, *απόλυτο ή δυναμικό ιξώδες*. Οπότε τα νευτώνεια ρευστά χαρακτηρίζονται από την ιδιότητα του δυναμικού ιξώδους, που είναι ανεξάρτητο της κινητικής καταστάσεως του ρευστού. Τα περισσότερα κοινά ρευστά, όπως ο αέρας και το νερό, είναι νευτώνεια.

Υπάρχουν όμως ορισμένα ρευστά, κυρίως υγρά, που έχουν μία μεταβλητή αναλογίας μεταξύ τάσεως και ταχύτητας παραμορφώσεως. Τα ρευστά αυτά ονομάζονται *μη κλασσικά ή μη νευτώνεια*. Οι πλαστικές ουσίες, οι διαλύσεις ζελατίνας, οι χυμοί των δένδρων κλπ. ανήκουν στην κατηγορία των μη νευτώνειων ρευστών.

Μία άλλη υποδιαίρεση των ρευστών, σε δύο κατηγορίες, δηλαδή σε *συμπιεστά* και *ασυμπίεστα* ρευστά, βασίζεται στον τρόπο αντιδράσεώς τους στις συμπιεστικές τάσεις. Όλα τα αέρια και οι ατμοί είναι πολύ συμπιεστά ρευστά, ενώ τα υγρά είναι ελαφρά συμπιεστά και στην πράξη θεωρούνται ασυμπίεστα.

Τέλος, τα ρευστά διακρίνονται σε *πραγματικά ή ιξώδη* ρευστά και σε

ιδανικά ή τέλεια ρευστά, ανάλογα με τη θεώρηση υπάρξεως ή μη της ιδιότητας του ιξώδους κατά τη μελέτη της κινήσεώς τους.

#### 1.4. Φυσικές ιδιότητες των ρευστών

Οι ορισμοί και οι περιγραφές των κυριώτερων φυσικών ιδιοτήτων των ρευστών δίνονται παρακάτω περιληπτικά. Οι αριθμητικές τιμές τους δίνονται στους πίνακες στο τέλος του παρόντος κεφαλαίου.

Η πυκνότητα  $\rho$  μιας ουσίας αποτελεί το μέτρο συγκεντρώσεως της ύλης και εκφράζεται σαν η μάζα ανά μονάδα όγκου. Ο προσδιορισμός της πυκνότητας γίνεται με τη λήψη του λόγου της μάζας μιας ουσίας που περιέχεται μέσα σε ορισμένη περιοχή και διαιρώντας με τον όγκο αυτής της περιοχής. Στα ρευστά η περιοχή πρέπει να έχει τέτοιο μέγεθος, ώστε να μην υπάρχουν σημαντικές μεταβολές στην πυκνότητα σε υποπεριοχές μέσα σ' αυτή. Η πυκνότητα εκφράζεται στο σύστημα *C.G.S.*, σε γραμμάρια μάζας ανά κυβικό εκατοστό ( $gr/cm^3$ ), ενώ στο διεθνές σύστημα *S.I.* σε χιλιόγραμμα μάζας ανά κυβικό μέτρο ( $kg/m^3$ ). Η πυκνότητα του νερού θερμοκρασίας  $4^\circ C$  είναι  $1\ gr/cm^3$  ή  $1000\ kg/m^3$ . Οι διαστάσεις\* της πυκνότητας είναι  $[\rho] = ML^{-3}$ .

Το ειδικό βάρος  $\gamma$  μιας ουσίας είναι το βάρος της ανά μονάδα όγκου ή η δύναμη της βαρύτητας που επενεργεί πάνω στη μάζα που περιέχεται σε μία μονάδα όγκου της ουσίας. Οπότε

$$\gamma = \frac{\text{Βάρος}}{\text{Όγκο}} = \frac{Mg}{V} = \rho g \quad (1.4.1)$$

όπου  $g$  = η ένταση ή επιτάχυνση της βαρύτητας,  $M$  = η μάζα και  $V$  = ο όγκος της ουσίας.

Οι διαστάσεις\* του ειδικού βάρους είναι  $[\gamma] = ML^{-2}T^{-2}$  ή  $FL^{-3}$  και έτσι εκφράζεται, στο σύστημα *C.G.S.*, σε δύνες ανά κυβικό εκατοστό ( $dyn/cm^3$ ), ενώ στο διεθνές σύστημα *S.I.*, σε νιούτον ανά κυβικό μέτρο ( $N/m^3$ ) ή σε  $kg/m^2s^2$ .

Στο τεχνικό σύστημα χρησιμοποιείται η πρακτική μονάδα γραμμάρια βάρους ανά κυβικό εκατοστό ( $gr^*/cm^3$ ) ή τόνος ανά κυβικό μέτρο ( $ton/m^3$ ).

Η ειδική πυκνότητα ή βαρύτητα  $\delta$  είναι ο λόγος του ειδικού βάρους μιάς ουσίας προς το ειδικό βάρος του νερού θερμοκρασίας  $4^\circ C$ .

\* Για τις διαστάσεις των διάφορων ποσοτήτων βλέπε και στον πίνακα 1.6.3.

$$\delta = \frac{\gamma}{\gamma_{\text{H}_2\text{O}}} = \frac{\rho}{\rho_{\text{H}_2\text{O}}} \quad (1.4.2)$$

Η ειδική πυκνότητα είναι αδιάστατη. Επειδή η πυκνότητα των ρευστών εξαρτάται από τη θερμοκρασία και την πίεση, κατά τον προσδιορισμό της ειδικής πυκνότητας ενός ρευστού, πρέπει ν' αναφέρεται η θερμοκρασία του.

Το *ιξώδες* ή *συνεκτικότητα*  $\mu$ . Επειδή το *ιξώδες* ενός ρευστού αποτελεί την κυριώτερη ιδιότητα, που χαρακτηρίζει τη μηχανική συμπεριφορά όλων των πραγματικών ρευστών, θα το περιγράψουμε αναλυτικότερα. Από φυσική άποψη εξεταζόμενο το *ιξώδες* χαρακτηρίζει την εσωτερική τριβή του ρευστού, δηλαδή την αντίστασή του στις παραμορφώσεις και τη σχετική μετατόπιση των διαδοχικών ρευστών στιβάδων.

Το *ιξώδες* ενός αερίου αυξάνει με τη θερμοκρασία γιατί η μοριακή δραστηριότητα των αερίων είναι εντονότερη για μεταλύτερες θερμοκρασίες. Η κινητική θεωρία των αερίων δείχνει ότι καθώς τα μόρια του αερίου κινούνται τυχαία προς όλες τις διευθύνσεις, που είναι επιπρόσθετες προς τη μέση κίνηση του ρευστού, αυτά συγκρούονται με άλλα μόρια γειτονικών στιβάδων. Αν τα μόρια με τα οποία συγκρούονται κινούνται ταχύτερα, η σύγκρουση θ' αύξησει τη μέση ταχύτητά τους και αντίστροφα. Αυτή η ανταλλαγή της μοριακής ποσότητας κίνησης εκδηλώνεται σαν το *ιξώδες* του αερίου.

Στα υγρά οι αποστάσεις μεταξύ των μορίων είναι πολύ μικρότερες και η μοριακή συνοχή είναι πολύ ισχυρή. Η αύξηση της θερμοκρασίας προκαλεί μείωση της μοριακής συνοχής και σαν συνέπεια το *ιξώδες* των υγρών μειώνεται με την αύξηση της θερμοκρασίας.

Ο *Newton* απόδειξε πειραματικά ότι η διατμητική τάση μέσα σε ένα ρευστό είναι ανάλογη προς την τιμή της μεταβολής της ταχύτητας κατά την κάθετη προς τη ροή κατεύθυνση, δηλαδή

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad (1.4.3)$$

όπου  $\tau$  = διατμητική τάση ή δύναμη τριβής ανά μονάδα επιφάνειας,  $du/dy$  = η τιμή της μεταβολής της ταχύτητας  $u$  κατά την κάθετη προς τη ροή διεύθυνση  $y$  (το  $du/dy$  ονομάζεται επίσης και βαθμίδα της ταχύτητας) και  $\mu$  = ο συντελεστής του απολύτου ή δυναμικού *ιξώδους* (ή απλά δυναμικό *ιξώδες*).

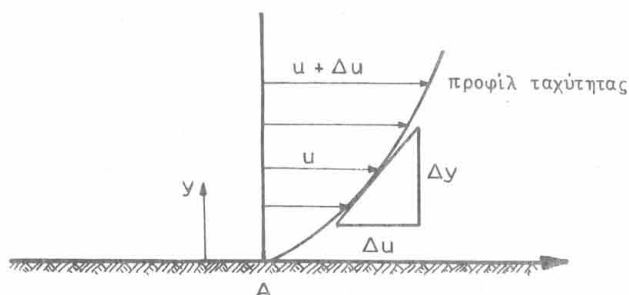
Το Σχ. 1.4.1 δείχνει την ταχύτητα  $u$  σε οποιαδήποτε απόσταση  $y$  από το τοίχωμα, όπου η  $u$  μετρήθηκε στη διατομή Α. Πάνω στο στερεό τοίχωμα ( $y = 0$ ) η ταχύτητα των πραγματικών ρευστών είναι μηδενική

( $u = 0$ ) και η διατμητική τάση παίρνει σταθερή τιμή ( $\tau = \tau_0$ ).

Οι διαστάσεις του συντελεστή του δυναμικού ιξώδους, όπως βγαίνει και από την εξίσωση (1.4.3), είναι

$$[\mu] = \frac{[\tau]}{[du/dy]} = \frac{FT}{L^2} = \frac{M}{LT} \quad (1.4.4)$$

όπου οι διαστάσεις της δύναμης,  $[F] = MLT^{-2}$  παίρνονται σύμφωνα με το δεύτερο νόμο του *Newton*.



Σχήμα 1.4.1. Προφίλ ταχύτητας και βαθμίδα ταχύτητας.

Οι μονάδες μετρήσεως του δυναμικού ιξώδους, στο σύστημα *C.G.S.* είναι το *poise* και το *centipoise* = 0,01 *poise*.

$$1 \text{ poise} = 100 \text{ centipoise} = 1 \text{ dyn.sec/cm}^2$$

Στο διεθνές σύστημα *S.I.* χρησιμοποιείται το *Poiseuille (Pl)* = 1 *N.s.m*<sup>-2</sup> ή *kgm*<sup>-1s</sup><sup>-1</sup>.

Πολλές φορές στις εφαρμογές χρησιμοποιείται ο συντελεστής του κινηματικού ιξώδους (ή απλά κινηματικό ιξώδες), που προσδιορίζεται από τη σχέση:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (1.4.5)$$

Οι διαστάσεις του κινηματικού ιξώδους είναι  $[\nu] = L^2T^{-1}$ , από τις οποίες προκύπτει και το όνομα «κινηματικό» ιξώδες. Το κινηματικό ιξώδες μετράται, στο σύστημα *C.G.S.*, σε μονάδες *stokes*.

$$1 \text{ stoke} = 1 \text{ cm}^2/\text{sec} = 10^{-4} \text{ m}^2/\text{sec}$$

Το ιξώδες αποτελεί χαρακτηριστική ιδιότητα των πραγματικών ρευστών και παραμένει σταθερό για δεδομένη θερμοκρασία και πίεση. Η εξίσωση (1.4.3), που εκφράζει το δυναμικό ιξώδες κατά το νόμο του *Newton*, σαν σταθερή αναλογίας μεταξύ διατμητικής τάσεως και βαθμίδας ταχύτητας, αφορά ορισμένη κατηγορία ροής, που ονομάζεται *στρωτή ή παράλληλη ροή*.

Για *τυρβώδη ροή* η εξίσωση (1.4.3) δεν ισχύει, αλλά ισχύει μία άλλη εξίσωση που αναπτύχθηκε από τον *J. Boussinesq*:

$$\bar{\tau} = (\mu + \eta) \frac{du}{dy} \quad (1.4.6)$$

όπου το  $\eta$  ονομάζεται δυναμικό ιξώδες λόγω τυρβώδους ροής ή δυναμικός συντελεστής τυρβώδους. Κατ' αναλογία προς την εξίσωση (1.4.5) το κινηματικό ιξώδες λόγω τυρβώδους ροής, ή κινηματικός συντελεστής τυρβώδους, ορίζεται από τη σχέση:

$$\varepsilon = \frac{\eta}{\rho} \quad (1.4.7)$$

Το ιξώδες λόγω τυρβώδους ροής δεν αποτελεί ιδιότητα του ρευστού γιατί εξαρτάται από την κατάσταση ροής, από την απόσταση του ρευστού από τα στερεά τοιχώματα των αγωγών μέσα στους οποίους αυτό κινείται. Για στρωτή ροή,  $\eta = 0$ , η εξίσωση (1.4.6) υποβιβάζεται στη μορφή της εξισώσεως (1.4.3).

Το κινηματικό ιξώδες  $\nu$  μετράται με ιξωδόμετρα, δηλαδή όργανα με τα οποία προσδιορίζεται ο χρόνος σε δευτερόλεπτα που απαιτείται για τη διαρροή ενός ορισμένου όγκου υγρού μέσα από οπή ή τριχοειδή σωλήνα. Υπάρχουν διάφοροι τύποι ιξωδομέτρων όπως το ιξωδόμετρο *Saybolt Universal* (Η.Π.Α.), *Redwood* (Αγγλίας) και *Engler* (Ευρώπης).

Η εξίσωση που μετατρέπει τα δευτερόλεπτα που μετρήθηκαν στα διάφορα ιξωδόμετρα σε μονάδες  $m^2/sec$  είναι:

$$\nu = At - \frac{B}{t} \quad m^2/sec$$

όπου  $A$  και  $B$  είναι σταθερές με τιμές :

Για το *Saybolt Universal*:  $A = 0,219 \times 10^{-6}$ ,  $B = 180,23 \times 10^{-6}$

Για το *Redwood* :  $A = 0,260 \times 10^{-6}$ ,  $B = 171,86 \times 10^{-6}$

Για το *Engler* :  $A = 0,147 \times 10^{-6}$ ,  $B = 376,25 \times 10^{-6}$

### 1.5. Επιφανειακή τάση - Τριχοειδή φαινόμενα

Μία άλλη χαρακτηριστική ιδιότητα των ρευστών είναι η *επιφανειακή τάση*, που εμφανίζεται στις διαχωριστικές επιφάνειες μεταξύ δύο ή περισσοτέρων ρευστών, συνήθως μεταξύ ενός υγρού και ενός αερίου. Η επιφανειακή τάση οφείλεται στις ασύμμετρες δυνάμεις των μοριακών έλξεων, που εξασκούνται πάνω στα μόρια που βρίσκονται στη διαχωριστική επιφάνεια των δύο ρευστών και αναγκάζουν την υγρή επιφάνεια επαφής να συμπεριφέρεται σαν μεμβράνη κάτω από την επίδραση τάσεως.

Τα μόρια πάνω στην υγρή επιφάνεια επαφής εξασκούν ελκτικές δυνάμεις προς όλες τις διευθύνσεις. Οι δυνάμεις εκείνες, που διευθύνονται προς το εσωτερικό του υγρού εξουδετερώνονται από τις ελκτικές των άλλων μορίων του υγρού. Οι δυνάμεις όμως, που διευθύνονται προς το αέριο δεν εξουδετερώνονται, με αποτέλεσμα να περισσεύει ορισμένο ποσό ελεύθερης ενέργειας πάνω στην επιφάνεια επαφής που είναι ανάλογο του εμβαδού της επιφάνειας. Επειδή κάθε ελεύθερη ενέργεια εμφανίζεται με τη μικρότερη δυνατή τιμή, πρέπει και η επιφάνεια επαφής του υγρού να παίρνει τη μικρότερη τιμή. Πραγματικά, κάθε υγρό σε μικρή ποσότητα έχει την τάση να παίρνει σφαιρική μορφή γιατί η σφαίρα έχει τη μικρότερη επιφάνεια από όλα τα σχήματα που περικλείουν τον ίδιο όγκο.

Η επιφανειακή τάση εκφράζεται σε μονάδες ενεργείας ανά μονάδα επιφανείας ή σε μονάδες δυνάμεως ανά μονάδα μήκους, δηλαδή

$$\begin{aligned} [\sigma] &= \frac{\text{έργο}}{\text{επιφάνεια}} = \frac{\text{δύναμη} \times \text{απόσταση}}{\text{επιφάνεια}} = \\ &= \frac{\text{δύναμη}}{\text{μήκος}} = FL^{-1} \end{aligned}$$

Στο σύστημα *C.G.S.* η επιφανειακή τάση εκφράζεται σε μονάδες *ergs/cm<sup>2</sup>* ή *dynes/cm*, που είναι αριθμητικά ισοδύναμες, ενώ στο διεθνές σύστημα *S.I.* αυτή εκφράζεται σε *N/m*.

Η επιφανειακή τάση ελαττώνεται σιγά καθώς αυξάνεται η θερμοκρασία, συνήθως με γραμμική μεταβολή. Για το νερό, σαν παράδειγμα, η μεταβολή αυτή μπορεί να δοθεί κατά προσέγγιση από την εξίσωση:

$$\sigma_{\theta} = 75,7 (1 - 0,002\theta) \quad (1.5.1)$$

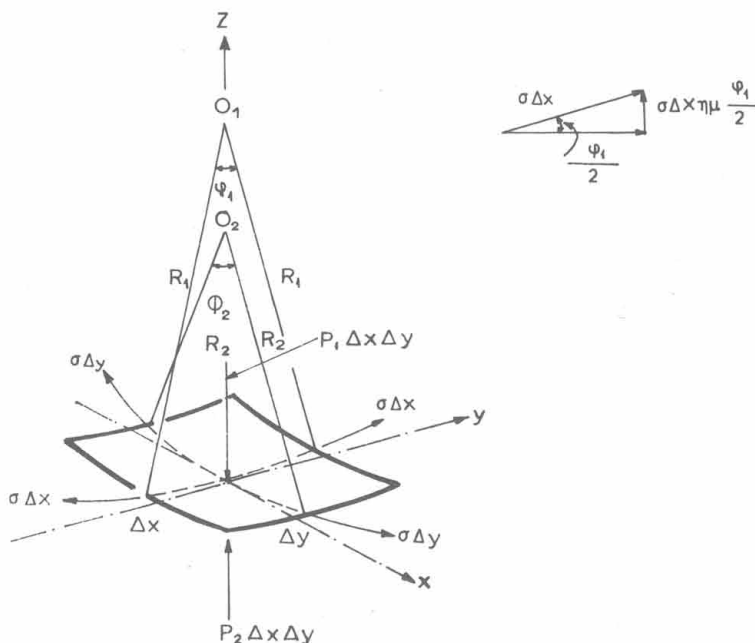
όπου  $\sigma_{\theta}$  = η επιφανειακή τάση σε *dynes/cm* και  $\theta$  = η θερμοκρασία σε βαθμούς Κελσίου.

Ας θεωρήσουμε μία καμπυλόγραμμη επιφάνεια επαφής μεταξύ δύο

ρευστών (π.χ. νερού και αέρα) και ας πάρουμε ένα απειροστικό καμπυλόγραμμο «ορθογώνιου» σχήματος με πλευρές  $\Delta x$  και  $\Delta y$ , όπως φαίνεται και στο Σχ. 1.5.1.

Αν  $\sigma$  είναι η επιφανειακή τάση του νερού, η  $z$ -συνιστώσα δύναμη με διεύθυνση παράλληλη προς το κέντρο καμπυλότητας  $O_1$ , που ενεργεί πάνω στην πλευρά  $\Delta x$ , θα είναι  $\sigma \Delta x \eta \mu \left( \frac{\varphi_1}{2} \right)$  ενώ η  $z$ -συνιστώσα δύναμη με διεύθυνση παράλληλη προς το κέντρο καμπυλότητας  $O_2$ , που ενεργεί πάνω στην πλευρά  $\Delta y$ , θα είναι  $\sigma \Delta y \eta \mu \left( \frac{\varphi_2}{2} \right)$ . Το άθροισμα των τεσσάρων αυτών συνιστωσών δυνάμεων της επιφανειακής τάσεως, πρέπει να ισούται με τη διαφορά πιέσεως μεταξύ της κοίλης και της κυρτής πλευράς της επιφάνειας επαφής, δηλαδή

$$\Delta p \Delta x \Delta y = 2\sigma \Delta x \eta \mu \left( \frac{\varphi_1}{2} \right) + 2\sigma \Delta y \eta \mu \left( \frac{\varphi_2}{2} \right) \quad (1.5.2)$$



Σχ. 1.5.1. Ισορροπία κάτω από την επίδραση επιφανειακής τάσεως.



Επειδή οι γωνίες  $\varphi_1$  και  $\varphi_2$  είναι πολύ μικρές, θα έχουμε

$$\eta\mu\left(\frac{\varphi_1}{2}\right) \approx \frac{\varphi_1}{2} \approx \frac{\Delta y}{2R_1} \text{ και } \eta\mu\left(\frac{\varphi_2}{2}\right) \approx \frac{\varphi_2}{2} \approx \frac{\Delta x}{2R_2} \quad (1.5.3)$$

Από τις εξισώσεις (1.5.2) και (1.5.3) παίρνουμε :

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \sigma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (1.5.4)$$

όπου  $R_1$  και  $R_2$  είναι οι ακτίνες καμπυλότητας της επιφάνειας.

Τα *τριχοειδή φαινόμενα* οφείλονται στις δυνάμεις της επιφανειακής τάσεως, που αναπτύσσονται στη διαχωριστική επιφάνεια μεταξύ ενός υγρού και ενός αερίου, που βρίσκονται μέσα σε πολύ λεπτούς (τριχοειδείς) σωλήνες. Στις περιπτώσεις τριχοειδών φαινομένων παρατηρείται μία υπερύψωση της ελεύθερης επιφάνειας του υγρού με σχηματισμό ενός *κοίλου μηνίσκου*, όταν το υγρό διαβρέχει την παρειά του σωλήνα ή ένας υποβιβασμός της ελεύθερης επιφάνειας με σχηματισμό ενός *κυρτού μηνίσκου*, όταν το υγρό δε διαβρέχει την παρειά του σωλήνα.

Αν η καμπυλόγραμμη επιφάνεια επαφής του Σχ. 1.5.1, ήταν τμήμα ενός κοίλου (ή κυρτού) μηνίσκου, που βρίσκεται μέσα σε τριχοειδή σωλήνα, τότε λόγω συμμετρίας θα έχουμε:  $R_1 = R_2 = R$ , όπου  $R = \eta$  ακτίνα καμπυλότητας του μηνίσκου (Βλέπε Σχ. 1.5.2) και η εξίσωση (1.5.4) θα γίνει:

$$\Delta p = \frac{2\sigma}{R} \quad (1.5.4a)$$

Για σωλήνες διαμέτρου μικρότερης των  $0,25 \text{ mm}$ , ο μηνίσκος είναι σφαιρικός και έχουμε :

$$R = \frac{r}{\sin \varphi} \quad (1.5.5)$$

όπου  $r = \eta$  ακτίνα του σωλήνα και  $\varphi = \eta$  γωνία στο σημείο επαφής του υγρού και του στερεού τοιχώματος. Άρα η εξίσωση (1.5.4a) γίνεται:

$$\Delta p = \frac{2\sigma}{r} \sin \varphi \quad (1.5.6)$$

Στην υδροστατική θα δούμε ότι  $\Delta p = \gamma \Delta h$ , όπου  $\Delta h$  η τριχοειδής ανύψωση του υγρού μέσα στο σωλήνα. Άρα η εξίσωση (1.5.6) γίνεται:

$$\Delta h = \frac{2\sigma}{\gamma r} \sin \varphi \quad (1.5.7)$$

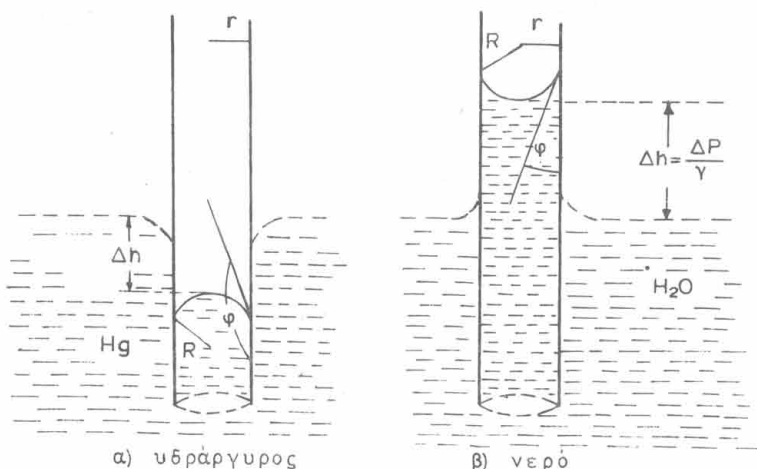
Για το καθαρό νερό μέσα σε καθαρό γυάλινο σωλήνα ή γωνία  $\varphi \approx 0$  και άρα η εξίσωση (1.5.7) γίνεται :

$$\Delta h = \frac{2\sigma}{\gamma r} \quad (1.5.8)$$

Για τον υδράργυρο  $\varphi \approx 130^\circ$  και άρα η εξίσωση (1.5.7) γίνεται :

$$\Delta h = -\frac{2\sigma}{\gamma r} (0,643) \quad (1.5.9)$$

δηλαδή στον υδράργυρο έχουμε τριχοειδή πτώση (υποβιβασμό).



Σχ. 1.5.2. Τριχοειδή φαινόμενα σε λεπτούς γυάλινους σωλήνες

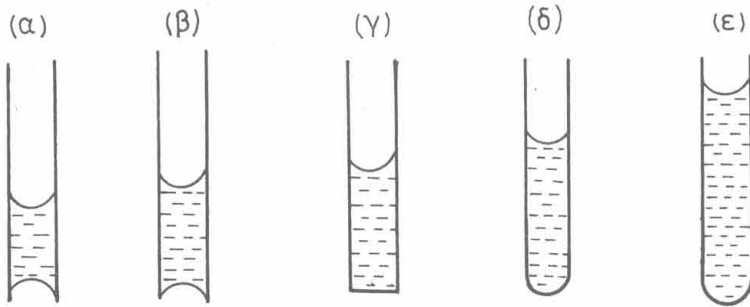
Από τις εξισώσεις (1.5.1) και (1.5.8) παίρνουμε :

$$\Delta h = \frac{151,4 (1 - 0,002\theta)}{r (981)} = \frac{0,172 (1 - 0,002\theta)}{r} \quad (1.5.10)$$

Η εξίσωση (1.5.10) δίνει την τριχοειδή ανύψωση του νερού μέσα σε γυάλινο λεπτό σωλήνα σε συνάρτηση με τη θερμοκρασία και την ακτίνα του σωλήνα. Το  $\Delta h$  (σε cm) είναι αντιστρόφως ανάλογο με την ακτίνα (σε cm) και ελαττώνεται σιγά καθώς αυξάνεται η θερμοκρασία (σε βαθμούς Κελσίου).

Η εξίσωση (1.5.7) μπορεί να θγει ευκολότερα με τον παρακάτω

Επειδή το αριστερό μέλος της εξίσωσης (1.5.15) είναι πάντοτε θετικό, θα πρέπει και το δεξιό μέλος της να είναι θετικό. Άρα  $R_2 > R_1$ , δηλαδή ο πάνω μηνίσκος με τη μικρότερη ακτίνα  $R_1$  έχει μεγαλύτερη καμπυλότητα. Η συνθήκη  $R_2 > R_1$  είναι η αναγκαία και ικανή συνθήκη για να συγκρατηθεί το νερό «σε αιώρηση» μέσα στον τριχοειδή σωλήνα όπως φαίνεται και στο Σχ. 1.5.3 (α).



Σχήμα 1.5.3. Νερό σε αιώρηση μέσα σε τριχοειδείς σωλήνες.

Αν η ποσότητα του νερού που βρίσκεται μέσα στο σωλήνα αυξηθεί, τότε η ποσότητα  $\gamma \Delta h$  της εξίσωσης (1.5.15) θα αυξηθεί και σαν συνέπεια για να έχουμε ισορροπία πρέπει και η ποσότητα  $2\sigma \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$  να αυξηθεί. Αφού το  $\sigma$  είναι σταθερό και το  $R_1 = r/\sin\phi$  είναι επίσης σταθερό, το δεξιό μέλος της εξίσωσης (1.5.15) θα αυξηθεί μόνο αν αυξηθεί το  $R_2$ . Αυτό σημαίνει ότι η καμπυλότητα του κάτω μηνίσκου πρέπει να ελαττωθεί, όπως φαίνεται στο Σχ. 1.5.3(β).

Αν συνεχιστεί η αύξηση της ποσότητας του νερού θα φθάσουμε σε ένα σημείο κατά το οποίο ο κάτω μηνίσκος θα εξαφανιστεί (Βλέπε Σχ. 1.5.3(γ)) δηλαδή θα έχει επίπεδη επιφάνεια και η εξίσωση (1.5.15) θα γίνει:

$$\gamma \Delta h = \frac{2\sigma}{R_1}, \quad \text{για} \quad \frac{1}{R_2} = 0 \quad (1.5.16)$$

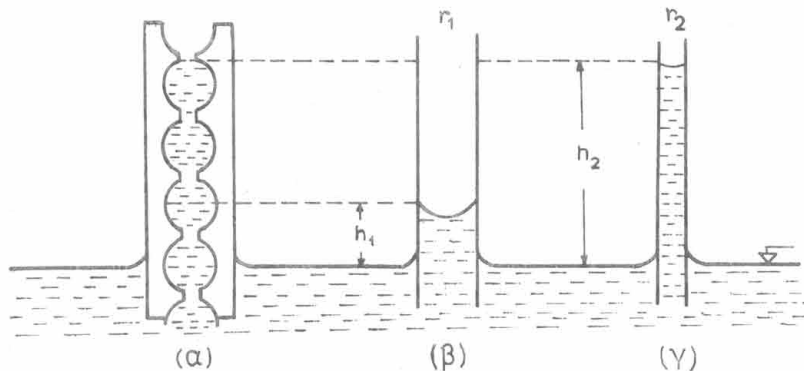
Αν συνεχιστεί η αύξηση της ποσότητας του νερού, ο κάτω μηνίσκος θα γίνει κυρτός και η εξίσωση (1.5.15) θα γίνει :

$$\gamma \Delta h = 2\sigma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (1.5.17)$$

που αντιστοιχεί στα Σχ. 1.5.3 (δ) και (ε).

Η καμπυλότητα του κάτω μηνίσκου θα συνεχίσει να αυξάνει μέχρι να πέσει η πρώτη σταγόνα νερού που θα σχηματιστεί στο κάτω μέρος του σωλήνα. Το σημείο αυτό καθορίζει το μέγιστο ύψος  $\Delta h$  του νερού που μπορεί να συγκρατηθεί από τον τριχοειδή σωλήνα. Τα παραπάνω συμπεράσματα μπορούν να χρησιμοποιηθούν, με σχετική τροποποίηση, για την ποιοτική μόνο εξήγηση ορισμένων φαινομένων της κινήσεως της εδαφικής υγρασίας, όπως θα δούμε στα μαθήματα των αρδεύσεων και στραγγίσεων. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι οι τριχοειδείς αγωγοί, που σχηματίζονται από τις διαστάσεις των εδαφικών πόρων, έχουν ανομοιόμορφη διάμετρο και διεύθυνση, ενώ το εδαφικό νερό δεν είναι καθαρό.

Ας θεωρήσουμε τώρα ένα γυάλινο τριχοειδή σωλήνα που η διάμετρος του αυξομειώνεται περιοδικά κατά το μήκος του όπως φαίνεται στο Σχ. 1.5.4(α). Ας υποθέσουμε, για απλότητα ότι οι διατομές του ανομοιόμορφου αυτού σωλήνα είναι κυκλικές και ότι όλες οι στενώσεις και όλες οι διευρύνσεις είναι ίσες μεταξύ τους. Τα Σχ. 1.5.4(β) και (γ) αντιπροσωπεύουν δύο λεπτούς ευθείς σωλήνες από τους οποίους ο φαρδύς έχει ακτίνα  $r_1$ , ίση με την ακτίνα των διευρύνσεων του ανομοιόμορφου σωλήνα ενώ ο λεπτότερος έχει ακτίνα  $r_2$ , ίση με την ακτίνα των στενώσεων.



Σχήμα 1.5.4. Ισορροπία νερού σε τριχοειδείς αγωγούς.

Έστω ότι τα κάτω άκρα των τριών αυτών τριχοειδών σωλήνων εμβαπτίζονται μέσα στο νερό. Τότε το νερό θα ανεβεί στα τριχοειδή ύψη  $h_1$  και  $h_2$  στους σωλήνες (β) και (γ), αντίστοιχα, ενώ στο σωλήνα (α) η τριχοειδής ανύψωση θα είναι  $h_1$ .