Εκπαιδευτικοί Προβληματισμοί

Περιοδική έκδοση

No 3 • ΙΟΥΝΙΟΣ 1997

*Συμβολή στην προσπάθεια
του μαχόμενου εκπαιδευτικού
για αποτελεσματική
διδακτική προσφορά*

ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΖΗΤΗ

Εκπαιδευτικοί Προβληματισμοί
Νο 3 - Ιούνιος 1997

ΕΚΔΟΤΗΣ
ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΖΗΤΗ

ΓΕΝΙΚΗ ΕΠΟΠΤΕΙΑ

Γεώργιος Παντελίδης
Καθηγητής Ε.Μ.Π.

ΕΙΔΙΚΟΙ ΣΥΝΕΡΓΑΤΕΣ

Κυριάκος Δημήτρης, *Φυσικός, Αναπλ. Καθηγητής Α.Π.Θ.*
Ξένος Θανάσης, *Μαθηματικός, Καθηγητής Μ.Ε.*
Πασχαλίδης Δημήτρης, *Φιλόλογος, Καθηγητής Μ.Ε.*
Τσίπης Κωνσταντίνος, *Χημικός, Καθηγητής Α.Π.Θ.*
Ψωϊνός Δημήτριος, *Μηχ. Μηχανικός, Καθηγητής Α.Π.Θ.*

ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟΙ ΣΥΝΕΡΓΑΤΕΣ

Γιαννακουδάκης Ανδρέας, *Αν. Καθ. Φυσ/Χημείας Α.Π.Θ.*
Γιαννακουδάκης Παναγιώτης, *Επ. Καθ. Φυσ/Χημείας Α.Π.Θ.*
Γιουβανούδης Γιώργος, *Φυσικός*
Γιούρη-Τσοχατζή Κατερίνα, *Επικ. Καθ. Χημείας Α.Π.Θ.*
Ιακώβου Πέτρος, *Φυσικός-Χημικός*
Κολυβά-Μαχαίρα Φωτεινή, *Επ. Καθ. Μαθηματικών Α.Π.Θ.*
Μανουσάκης Γιώργος, *Καθ. Χημείας Α.Π.Θ.*
Μπόρα - Σέντα Ευθυμία, *§έκτωρ Μαθηματικών Α.Π.Θ.*
Μωυσιάδης Χρόνης, *Αν. Καθ. Μαθηματικών Α.Π.Θ.*
Παπακωσταντίνου Δημήτρης, *Σχολικός Σύμβουλος Μαθ/κών*
Παπαστεφάνου Κώστας, *Αν. Καθ. Φυσικής Α.Π.Θ.*
Σταματάκης Στέλιος, *Επ. Καθ. Μαθηματικών Α.Π.Θ.*
Τσιρπανλής Ζαχαρίας, *Καθ. Ιστορίας Παν. Ιωαννίνων*
Τσουκαλάς Γιάννης, *Καθ. Φυσικής Α.Π.Θ.*

ΕΚΔΟΣΕΙΣ • ΕΚΤΥΠΩΣΕΙΣ
ΖΗΤΗ
Π. ΖΗΤΗ & Σια Ο.Ε.

ΓΡΑΦΕΙΑ - ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑ:
18ο χλμ Θεσσαλονίκης - Περαίας
Τ.Θ. 17057, 542 10 Θεσσαλονίκη
Τηλ. - Fax: 0392/72.222 (3 γραμμές)

ΒΙΒΛΙΟΠΩΛΕΙΟ Θεσσαλονίκης:
ΑΡΜΕΝΟΠΟΥΛΟΥ 27
Τηλ.: 031/203.720 • Fax: 031/211.305
Θεσσαλονίκη 546 35

ΒΙΒΛΙΟΠΩΛΕΙΟ Αθηνών:
«Ένωση Εκδοτών Βιβλίου Θεσσαλονίκης»
Στοά του Βιβλίου (Πεσμαζόγλου 5)
Αθήνα 105 64
Τηλ.-Fax: 01/32 11 097

ΣΤΟΙΧΕΙΟΘΕΣΙΑ - ΕΚΤΥΠΩΣΗ
ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΖΗΤΗ

ISSN 1106-9252

ΕΤΗΣΙΑ ΣΥΝΔΡΟΜΗ (3 τεύχη)
Εκπαιδευτικοί: 3.000 δρχ.
Βιβλιοθήκες: 5.000 δρχ.

ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΕΣ - ΑΠΟΣΤΟΛΕΣ
ΑΝΝΗ ΖΗΤΗ
Τ.Θ. 17057, 542 10 Θεσσαλονίκη
Τηλ. - Fax: 0392/72.222

Τα πρώτα τεύχη διανέμονται ΔΩΡΕΑΝ στους Εκπαιδευτικούς

Χαιρετισμός

***Ο** εκδοτικός μας οίκος, στην προσπάθειά του να συμβάλει στην εκπαιδευτική διαδικασία, αποφάσισε, εκτός από τις εκδόσεις των βοηθημάτων Γυμνασίου και Λυκείου και των Πανεπιστημιακών Συγγραμμάτων, να εκδίδει σε τακτά χρονικά διαστήματα το περιοδικό «Εκπαιδευτικοί ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΙΣΜΟΙ», που θα απευθύνεται στον εκπαιδευτικό αλλά και στο μαθητή και σπουδαστή. Η συμβολή αυτή θα επιδιώκεται με «συζήτηση» μέσα από τις σελίδες του περιοδικού. Θέλουμε να ελπίζουμε ότι θα αναπτυχθεί ένας εποικοδομητικός διάλογος, ο οποίος θα συμβάλει στην προσπάθειά μας αυτή. Για το σκοπό αυτό θα θέλαμε να σας παρακαλέσουμε να συμπληρώσετε και να μας επιστρέψετε το ένθετο ερωτηματολόγιο.*

Ο εκδοτικός μας οίκος, για να κάνει πιο ενδιαφέρουσα τη «συζήτηση» μέσα από τους «Εκπαιδευτικούς ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΙΣΜΟΥΣ», θα σας δωρίζει βιβλία των εκδόσεών του (τα οποία θα επιλέξετε εσείς) αξίας 10.000 δρχ. για κάθε πρότασή σας που θα δημοσιεύεται.

Πελαγία Ζήτη

Υ.Γ. Με την ευκαιρία του 3ου τεύχους:

Η πολλαπλή ανταπόκριση των εκπαιδευτικών μας στα 2 πρώτα τεύχη ήταν τόσο μεγάλη –γεγονός που επιβεβαιώνει ότι οι στόχοι μας αγγίζουν τους διδακτικούς προβληματισμούς των εκπαιδευτικών μας– μας υποχρεώνει να επιδιώξουμε την επικοινωνία με περισσότερους εκπαιδευτικούς. Για το λόγο αυτό τα πρώτα τεύχη θα διανέμονται δωρεάν και μπορούν οι εκπαιδευτικοί να τα προμηθεύονται από τα βιβλιοπωλεία μας. Όταν δεν τα βρίσκουν μπορούν να ζητήσουν, με επιστολή τους ή συμπληρώνοντας το ένθετο ερωτηματολόγιο, να αποστέλλονται στο σχολείο τους.

Το περιοδικό μπορείτε να το ζητήσετε από τα βιβλιοπωλεία:

- **Εκδόσεις ΖΗΤΗ**
  Αρμενοπούλου 27, 546 35 Θεσσαλονίκη
  Τηλ. (031) 203.720, Fax: (031) 211.305
- **«Ένωση Εκδοτών Βιβλίου Θεσσαλονίκης»**
  Στοά του Βιβλίου (Πεσμαζόγλου 5), 105 64 Αθήνα
  Τηλ.-Fax: (01) 32 11 097

Αγαπητοί συνάδελφοι,

***Η** έκδοση των «Εκπαιδευτικών ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΙΣΜΩΝ», είναι μια σημαντική πρωτοβουλία του Εκδοτικού Οίκου ΖΗΤΗ στην προσπάθειά του να συμβάλει στην επιτυχία της εκπαιδευτικής διαδικασίας μέσα στο Γυμνάσιο και στο Λύκειο.*

Εμείς, οι επιστημονικοί υπεύθυνοι των «Εκπαιδευτικών ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΙΣΜΩΝ», κατανοούμε τις δυσκολίες που έχει ένα τέτοιο εγχείρημα αλλά πιστεύουμε ότι με τη δική σας συμβολή θα μπορέσουμε να προσφέρουμε πολύτιμη βοήθεια στο μαχόμενο εκπαιδευτικό μας. Θα επιδιώξουμε:

- *Οι «Εκπαιδευτικοί ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΙΣΜΟΙ» να αποτελέσουν στα χέρια σας ένα σημαντικό βοήθημα στην εκπαιδευτική πράξη και*
- *να είναι ένας πρακτικός, χρήσιμος και σύντομος οδηγός, ο οποίος θα εξυπηρετεί καθαρά διδακτικούς σκοπούς, ενώ θα μπορεί επίσης να χρησιμοποιηθεί και από τους μαθητές. Για το λόγο αυτό θα επιδιώκουμε τα παρουσιαζόμενα θέματα να προέρχονται, κατά προτεραιότητα, από ερεθίσματα και προτάσεις σας. Θεωρούμε αυτονόητο ότι οι προτάσεις σας, τις οποίες η Συντακτική Επιτροπή θεωρεί κατάλληλες, θα δημοσιεύονται επώνυμα.*

Για να γίνει πιο ευχάριστη η ενασχόλησή σας με τους «Εκπαιδευτικούς ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΙΣΜΟΥΣ», θα τους εμπλουτίσουμε με σύντομες αναφορές σε εντυπωσιακές επιστημονικές πληροφορίες, όπως π.χ. η απάντηση στην εικασία του Fermat, το πρόβλημα του όζοντος, τα CD στην εκπαιδευτική διαδικασία, το πρόβλημα της αυτόματης μετάφρασης κ.ά.

Περιμένοντας την ανταπόκρισή σας
Με εκτίμηση

Γεώργιος Παντελίδης
Καθηγητής ΕΜΠ

Ζητούμε συγνώμη για την καθυστέρηση του 3ου τεύχους, η οποία οφείλεται στη μεταφορά των γραφείων και εργαστηρίων στο νέο μας χώρο, στο 18ο χλμ Θεσ/νίκης-Περαίας

Οδηγίες προς τους συγγραφείς των προτάσεων

- *Η έκταση της παρουσίασης ενός θέματος δε θα πρέπει να υπερβαίνει τις 4 σελίδες του εντύπου, τουλάχιστον στις θετικές επιστήμες.*
- *Η χρησιμοποίηση της διατύπωσης, της ορολογίας και των συμβολισμών των εγκεκριμένων διδακτικών βιβλίων της Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης είναι υποχρεωτική.*
- *Η προσφυγή στη βοήθεια εννοιών και μεθόδων, που είναι εκτός της διδακτέας ύλης, οπωσδήποτε όμως από το "άμεσο περιβάλλον" της, θα πρέπει να είναι περιορισμένη και να επισημαίνεται ότι είναι εκτός διδακτέας ύλης. Στην περίπτωση αυτή μια βιβλιογραφική αναφορά θα είναι πολύ χρήσιμη.*

Ειδικότερα, κατά την παρουσίαση θα πρέπει, εφόσον είναι εφικτό και απαραίτητο,

- *να επισημαίνονται οι επιδιωκόμενοι στόχοι,*
- *να δίνεται το απαραίτητο πληροφοριακό υλικό με αναφορά στα διδακτικά βιβλία,*
- *να γίνονται οι κατάλληλες διδακτικές υποδείξεις,*
- *να γίνονται εκείνες οι αποδείξεις που υποδεικνύουν μεθόδους επεξεργασίας θεμάτων ή επίλυσης προβλημάτων και*
- *να υποδεικνύονται εκείνα τα σημεία, όπου είναι δυνατόν να ξεφύγουν λάθη.*

περιεχόμενα

Μαθηματικά

Φυσική

Χημεία

Φιλολογικά

Εσείς Ρωτάτε - Εμείς προσπαθούμε ν' απαντήσουμε

ΓΡΑΦΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ ΕΞΙΣΩΣΗΣ 2ου ΒΑΘΜΟΥ ΜΕ ΤΗ ΒΟΗΘΕΙΑ ΚΥΚΛΟΥ

Του **Αν. Σβέρκου,** Καθηγητή Μαθηματικών, Μέλους της συγγραφικής ομάδας των βιβλίων του ΟΕΔΒ

Οι μαθητές της Α Λυκείου μπορούν να βρίσκουν προσεγγιστικά τις ρίζες μιας εξίσωσης 2ου βαθμού με δύο τρόπους:

- Σχεδιάζοντας την παραβολή $y = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$, $\alpha \pi 0$, και εντοπίζοντας τα σημεία τομής της με τον άξονα $x x$.
- Σχεδιάζοντας την παραβολή $y = x^2$ και την ευθεία $\alpha y + \beta x + \gamma = 0$ και εντοπίζοντας τα σημεία τομής τους.

Οι παραπάνω γραφικές μέθοδοι επίλυσης εξισώσεων 2ου βαθμού έχουν το μειονέκτημα να δίνουν ανακριβή αποτελέσματα, αφού ανακριβής είναι και η σχεδίαση μιας παραβολής με τη βοήθεια μερικών σημείων τους.

Όμως η σχεδίαση ενός κύκλου, η οποία γίνεται με διαβήτη, είναι ακριβέστερη από τη σχεδίαση της παραβολής. Αν επομένως μπορούσαμε να βρούμε κύκλο αντι παραβολής, οι τομές του οποίου με τον άξονα **x x** να είναι οι ρίζες της δευτεροβάθμιας εξίσωσης, τότε ο προσδιορισμός των ριζών θα ήταν αρκετά ακριβής και οπωσδήποτε ακριβέστερος από τον προσδιορισμό με τους παραπάνω τρόπους.

Ζητείται ο προσεγγιστικός προσδιορισμός των ριζών της εξισώσεως

$$\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0, \quad \alpha \pi 0 \tag{1}$$

Αν διαιρέσουμε τα δύο μέλη της εξισώσεως με α, τότε η εξίσωση γράφεται $x^2 + \frac{\beta}{\alpha}x + \frac{\gamma}{\alpha} = 0$, η οποία για $p = -\frac{\beta}{\alpha}$, $q = \frac{\gamma}{\alpha}$ παίρνει τη μορφή

$$x^2 - px + q = 0. \tag{2}$$

Σημείωση: Η μορφή (2) ονομάζεται **κανονική μορφή** της δευτεροβάθμιας εξίσωσης.

Θεωρούμε τον κύκλο με διάμετρο AB, όπου A(0, 1) και B(p, q), ο οποίος επομένως έχει

κέντρο $K\left(\frac{p}{2}, \frac{q+1}{2}\right)$

και

ακτίνα $R = \sqrt{\left(\frac{p}{2} - 0\right)^2 + \left(\frac{q+1}{2} - 1\right)^2} =$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{p^2 + (q-1)^2}.$$

Η εξίσωση λοιπόν του κύκλου είναι

$$\text{(C)} \quad \left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{q+1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}\left[p^2 + (q-1)^2\right].$$

Οι τετμημένες των σημείων τομής του κύκλου με τον άξονα $x x$ βρίσκονται αν θέσουμε στην τελευταία εξίσωση όπου $y=0$, οπότε παίρνουμε την εξίσωση

$$\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + \left(-\frac{q+1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}\left[p^2 + (q-1)^2\right] \ \ldots$$

$$\ldots \quad x^2 - px + q = 0.$$

που δεν είναι άλλη από την εξίσωση (2).

Επομένως οι ρίζες της (2) και άρα και της (1) συμπίπτουν με τις τετμημένες των σημείων τομής του κύκλου C με τον άξονα $x x$.

- Αν η εξίσωση έχει διπλή ρίζα, τότε ο κύκλος εφάπτεται του άξονα $x x$.
- Αν η εξίσωση δεν έχει πραγματικές ρίζες, τότε ο κύκλος δεν τέμνει τον άξονα $x x$.

Τα βήματα λοιπόν για την παραπάνω γραφική επίλυση είναι:

1ο Βήμα: Γράφουμε την εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\alpha \pi 0$, στη μορφή $x^2 - px + q = 0$.

2ο Βήμα: Σημειώνουμε στο επίπεδο τα σημεία A(0, 1) και B(p, q).

3ο Βήμα: Βρίσκουμε το μέσο K του ευθυγράμμου τμήματος AB.

4ο Βήμα: Σχεδιάζουμε τον κύκλο με κέντρο K και διάμετρο AB.

5ο Βήμα: Προσδιορίζουμε τα σημεία τομής του κύκλου με τον άξονα $x x$, οι τετμημένες των οποίων είναι οι ρίζες της δοθείσας εξίσωσης.

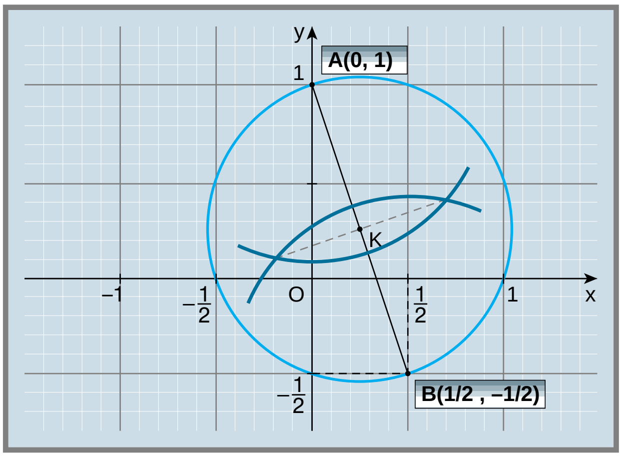
Παράδειγμα

Να λυθεί γραφικά η εξίσωση $2x^2 - x - 1 = 0$.

Λύση:

1ο Βήμα: Η εξίσωση γράφεται στη μορφή

$$x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} = 0.$$



2ο Βήμα: Σημειώνουμε στο επίπεδο τα σημεία

$$A(0,\ 1) \quad \text{και} \quad B\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right).$$

3ο Βήμα: Βρίσκουμε (κατά τα γνωστά, με τον κανόνα και το διαβήτη) το μέσον K του AB.

4ο Βήμα: Σχεδιάζουμε τον κύκλο με κέντρο K και διάμετρο AB και

5ο Βήμα: Προσδιορίζουμε τα σημεία τομής του κύκλου αυτού με τον άξονα x x, των οποίων οι τετμημένες είναι $x_1 = -\frac{1}{2}$ και $x_2=1$, που αποτελούν και τις ρίζες της εξίσωσης $2x^2 - x - 1 = 0$.

Σχόλιο

*Ο προσδιορισμός των δύο σημείων, εδώ των **A** και **B**, και η χάραξη του κύκλου που έχει αυτά ως άκρα διαμέτρου, είναι μια εργασία που με ικανοποιητική ακρίβεια μπορούν να κάνουν όλοι σχεδόν οι μαθητές.*

Στην πιθανή ερώτηση «τι τη θέλουμε μια ακόμη μέθοδο», η απάντηση βρίσκεται στο γεγονός ότι η μέθοδος που περιγράψαμε εδώ είναι πολύ ελκυστική, αφού δείχνει ότι η Γεωμετρία μπορεί να χρησιμοποιηθεί στην επίλυση αλγεβρικών προβλημάτων και αφετέρου επισημαίνει μια από τις ενδιαφέρουσες σχέσεις μεταξύ κύκλου και παραβολής.

[**Βιβλιογρ.:** Περιοδικό Mathematics Teacher, February 1991]

Εσεις ρωτάτε

Εμεις προσπαθούμε ν' απαντήσουμε

Ποιες είναι οι μορφές της γραφικής παραστάσεως μιας συναρτήσεως στα στάσιμα σημεία της;

Απαντάει ο Γ. Παντελίδης, Καθηγητής Ε.Μ. Πολυτεχνείου

Το θέμα δεν ανήκει στη διδακτέα ύλη της Γ' Λυκείου, απλώς στοχεύει στην πληροφόρηση του διδάσκοντα.

Για μια συνάρτηση f συνεχή σ' ένα διάστημα I το εσωτερικό σημείο x_0 του I ονομάζεται **στάσιμο σημείο** της f, όταν $f'(x_0)=0$. Σύμφωνα με το θεώρημα Fermat, τα εσωτερικά σημεία ακροτάτου, όπου η συνάρτηση είναι παραγωγίσιμη, είναι στάσιμα σημεία της. Η θέση σημείου καμπής με οριζόντια εφαπτομένη είναι επίσης στάσιμο σημείο. Το ερώτημα επομένως είναι αν υπάρχουν στάσιμα σημεία που δεν είναι σημεία ακροτάτου ή σημεία καμπής με οριζόντια εφαπτομένη.

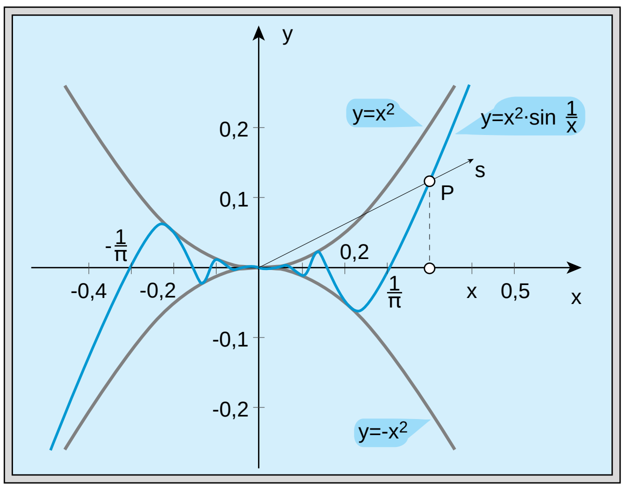
Η απάντηση είναι ότι τέτοια σημεία υπάρχουν.

Παράδειγμα: Για τη συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} x^2\, ημ\, \dfrac{1}{x} & , \quad xπ0 \\ 0 & , \quad x=0\ , \end{cases}$$

της οποίας η γραφική παράσταση δίνεται στο σχήμα (βλ. επίσης Ανάλυση Γ Λυκείου, παράγρ. 6.7), το σημείο 0 είναι στάσιμο, χωρίς να είναι σημείο ακροτάτου ούτε σημείο καμπής με οριζόντια εφαπτομένη. Η απόδειξη ότι είναι στάσιμο, δηλ. $f'(0) = 0$, βρίσκεται στο βιβλίο. Η απόδειξη ότι το $x = 0$ δεν είναι σημείο ακροτάτου είναι άμεση συνέπεια του γεγονότος ότι όσο κι αν πλησιάσουμε το σημείο 0 υπάρχουν τόσο αρνητικές, όσο και θετικές τιμές της f, αφού για κατάλληλα μεγάλο v τα $\frac{2}{(4v+1)π}$ και $\frac{2}{(4v-1)π}$ βρίσκονται οσονδήποτε κοντά στο 0 και ισχύουν

$$f\left(\frac{2}{(4v+1)π}\right)=\left(\frac{2}{(4v+1)π}\right)^2 > 0 \text{ και } f\left(\frac{2}{(4v-1)π}\right)=-\left(\frac{2}{(4v-1)π}\right)^2 < 0.$$



Παρατηρούμε ότι η εφαπτομένη της στο σημείο (0, 0), που είναι ο άξονας x x, τέμνει τη γραφική παράστασή της σε αριθμήσιμου πλήθους σημεία οσονδήποτε κοντά στο 0 (στα σημεία $\frac{1}{πv}$, v N). Σε κανένα διάστημα της μορφής (0, ε) (αντ. (–ε, 0)), ε>0, η f δεν στρέφει τα κοίλα προς τα άνω (αντ. προς τα κάτω) ή αντιστρόφως. Επομένως δεν μπορεί το x=0 να είναι θέση σημείου καμπής με οριζόντια εφαπτομένη.

ΣΥΜΒΟΛΗ ΣΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΓΡΑΜΜΙΚΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΜΕ ΤΗ ΜΕΘΟΔΟ ΑΠΑΛΟΙΦΗΣ ΤΟΥ GAUSS

Των **Ν. Αναστασίου** και **Κ. Ανεστόπουλου,** Μαθηματικών

Στο δεύτερο Κεφάλαιο της Άλγεβρας της 1ης και 4ης Δέσμης η βασική μέθοδος στην επίλυση συστήματος είναι ο Αλγόριθμος Gauss (Μέθοδος Επαυξημένου Πίνακα).

Στόχος του άρθρου μας αυτού είναι να υποδείξουμε ένα τρόπο εφαρμογής του αλγορίθμου ώστε να ξεπεραστούν ορισμένες δυσκολίες που εμφανίζονται κατά την εφαρμογή του.

Επίλυση γραμμικού συστήματος με τη μέθοδο απαλοιφής του GAUSS

Κάθε εξίσωση παριστάνεται με μια γραμμή του επαυξημένου πίνακα. Αν οι μετατροπές των εξισώσεων γίνονται στις γραμμές $\Gamma_1, \Gamma_2, \ldots \Gamma_\kappa$ του επαυξημένου πίνακα τότε έχουμε τις **γραμμοπράξεις** και είναι οι εξής:

Γραμμοπράξη	Συμβολισμός
1. Εναλλαγή της θέσης δύο γραμμών	$\Gamma_i \quad \Gamma_j$
2. Πολλαπλασιασμός μιας γραμμής με ένα μη μηδενικό αριθμό	$\Gamma_i \quad \lambda\Gamma_i,\ \lambda\pi 0$
3. Πρόσθεση των στοιχείων μιας γραμμής, πολλαπλασιασμένων με έναν αριθμό, στα αντίστοιχα στοιχεία μιας άλλης γραμμής.	$\Gamma_i \quad \Gamma_i + \lambda\Gamma_j$
4. Πρόσθεση των στοιχείων μιας γραμμής, πολλαπλασιασμένων με έναν αριθμό, στα αντίστοιχα στοιχεία μιας άλλης γραμμής πολλαπλασιασμένων με έναν άλλο αριθμό.	$\Gamma_i \quad \kappa\Gamma_i + \lambda\Gamma_j$

Η τέταρτη γραμμοπράξη δεν υπάρχει στο σχολικό βιβλίο είναι όμως συνδυασμός της δεύτερης και τρίτης γραμμοπράξης.

Για να λύσουμε ένα γραμμικό σύστημα με τον αλγόριθμο του Gauss, μετατρέπουμε τον επαυξημένο πίνακά του σε ένα ισοδύναμο ανηγμένο κλιμακωτό πίνακα.

- Αν κατά την επίλυση ενός συστήματος με τη βοήθεια του επαυξημένου πίνακα παρουσιαστεί μια γραμμή $0\ 0 \ldots 0 \mid \alpha$, με $\alpha \pi 0$, τότε το σύστημα είναι αδύνατο.
- Αν κατά την επίλυση ενός συστήματος με τη βοήθεια του επαυξημένου πίνακα παρουσιαστεί μία γραμμή $0\ 0 \ldots 0 \mid 0$, τότε μεταφέρουμε αυτή τη γραμμή τελευταία και συνεχίζουμε τη διαδικασία. Τη γραμμή αυτή δεν τη διαγράφουμε για να μην αλλάξουμε τις διαστάσεις του δοσμένου συστήματος.

Παράδειγμα 1

Δίνονται οι ευθείες:

$$\varepsilon_1:\ x + y = 2$$
$$\varepsilon_2:\ 3x - y = 2,$$
$$\varepsilon_3:\ 2x + 5y = 5$$

που συντρέχουν στο σημείο $A(1, 1)$. Αν λύσουμε το σύστημά τους με τη μέθοδο του Gauss θα καταλήξουμε στον εξής επαυξημένο πίνακα:

$$\left[\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

Αν είχαμε διαγράψει την τελευταία γραμμή του πίνακα, τότε η ίδια λύση θα μπορούσε να είχε προέλθει από τη λύση δύο εκ των τριών εξισώσεων.

Προτού προχωρήσουμε θα παραθέσουμε ένα παράδειγμα για να κάνουμε κατανοητή την αναγκαιότητα της προτάσεώς μας.

Παράδειγμα 2

Να λυθεί το σύστημα

$$\left\{\begin{array}{rrrcr} 2x & +\ 7y & -\ 4z & = & 0 \\ -4x & +\ 6y & -\ 3z & = & -8 \\ 6x & -11y & +\ 5z & = & 8 \end{array}\right\}$$

με τη μέθοδο του επαυξημένου πίνακα.

Λύση: Τα διαδοχικά βήματα δίνουν

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 7 & -4 & 0 \\ -4 & 6 & -3 & -8 \\ 6 & -11 & 5 & 8 \end{array}\right] \overset{\Gamma_1 \;\; \frac{1}{2}\Gamma_1}{\sim} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{7}{2} & -2 & 0 \\ -4 & 6 & -3 & -8 \\ 6 & -11 & 5 & 8 \end{array}\right] \underset{\Gamma_3 \;\; \Gamma_3-6\Gamma_1}{\overset{\Gamma_2 \;\; \Gamma_2+4\Gamma_1}{\sim}}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{7}{2} & -2 & 0 \\ 0 & 20 & -11 & -8 \\ 0 & -32 & 17 & 8 \end{array}\right] \overset{\Gamma_2 \;\; \frac{1}{20}\Gamma_2}{\sim} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{7}{2} & -2 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{11}{20} & -\frac{2}{5} \\ 0 & -32 & 17 & 8 \end{array}\right] \overset{\Gamma_3 \;\; \Gamma_3+32\Gamma_2}{\sim}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{7}{2} & -2 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{11}{20} & -\frac{2}{5} \\ 0 & 0 & -\frac{3}{5} & -\frac{24}{5} \end{array}\right] \overset{\Gamma_3 \;\; -\frac{5}{3}\Gamma_3}{\sim} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{7}{2} & -2 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{11}{20} & -\frac{2}{5} \\ 0 & 0 & 1 & 8 \end{array}\right] \underset{\Gamma_2 \;\; \Gamma_2+\frac{11}{20}\Gamma_3}{\overset{\Gamma_1 \;\; \Gamma_1+2\Gamma_3}{\sim}}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{7}{2} & 0 & 16 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 8 \end{array}\right] \overset{\Gamma_1 \;\; \Gamma_1-\frac{7}{2}\Gamma_2}{\sim} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 8 \end{array}\right]$$

Άρα:

$$(x = 2,\ y = 4,\ z = 8)$$

- Προσπαθώντας στο παραπάνω παράδειγμα να δημιουργήσουμε το πρώτο από αριστερά μη μηδενικό στοιχείο 1 του Αλγόριθμου δημιουργούμε κλάσματα που δυσκολεύουν τις επόμενες πράξεις. Για να αποφύγουμε τέτοια κλάσματα μπορούμε να μηδενίζουμε τα υπόλοιπα στοιχεία της στήλης αφού πρώτα τα κάνουμε πολλαπλάσια του μη μηδενικού στοιχείου που έχουμε και στο τέλος θα μετατρέπουμε τα πρώτα από αριστερά μη μηδενικά στοιχεία σε μονάδες, με τη δημιουργία κλασμάτων απλούστερης μορφής. Επισημαίνουμε ότι και αυτή η μέθοδος δεν είναι πάντοτε όσο αποτελεσματική θα θέλαμε.

Παράδειγμα 3

Να λυθεί το σύστημα

$$\left\{\begin{array}{rl} 2x + 7y - 4z &= 0 \\ -4x + 6y - 3z &= -8 \\ 6x - 11y + 5z &= 8 \end{array}\right\}$$

με τη μέθοδο του επαυξημένου πίνακα.

Λύση: Τα διαδοχικά βήματα που προτείνουμε είναι:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 7 & -4 & 0 \\ -4 & 6 & -3 & -8 \\ 6 & -11 & 5 & 8 \end{array}\right] \underset{\Gamma_3 \;\; \Gamma_3-3\Gamma_1}{\overset{\Gamma_2 \;\; \Gamma_2+2\Gamma_1}{\sim}} \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 7 & -4 & 0 \\ 0 & 20 & -11 & -8 \\ 0 & -32 & 17 & 8 \end{array}\right] \overset{\Gamma_3 \;\; 5\Gamma_3}{\sim}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 7 & -4 & 0 \\ 0 & 20 & -11 & -8 \\ 0 & -160 & 85 & 40 \end{array}\right] \overset{\Gamma_3 \;\; \Gamma_3+8\Gamma_2}{\sim} \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 7 & -4 & 0 \\ 0 & 20 & -11 & -8 \\ 0 & 0 & -3 & -24 \end{array}\right] \overset{\Gamma_3 \;\; -\frac{1}{3}\Gamma_3}{\sim}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 7 & -4 & 0 \\ 0 & 20 & -11 & -8 \\ 0 & 0 & 1 & 8 \end{array}\right] \underset{\Gamma_2 \;\; \Gamma_2+11\Gamma_3}{\overset{\Gamma_1 \;\; \Gamma_1+4\Gamma_3}{\sim}} \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 7 & 0 & 32 \\ 0 & 20 & 0 & 80 \\ 0 & 0 & 1 & 8 \end{array}\right] \overset{\Gamma_2 \;\; \frac{1}{20}\Gamma_2}{\sim}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 7 & 0 & 32 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 8 \end{array}\right] \overset{\Gamma_1 \;\; \Gamma_1-7\Gamma_2}{\sim} \left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 8 \end{array}\right] \overset{\Gamma_1 \;\; \frac{1}{2}\Gamma_1}{\sim}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 8 \end{array}\right]$$

Άρα:

$$(x = 2,\ y = 4,\ z = 8)$$

- Με τη χρήση της γραμμοπράξεως 4, την οποία διατυπώσαμε στην αρχή, μπορούμε ευκολότερα και συντομότερα να μηδενίσουμε τα υπόλοιπα στοιχεία της στήλης και μετά να εργαστούμε όπως στην προηγούμενη περίπτωση.

Παράδειγμα 4

Να λυθεί το σύστημα

$$\left\{\begin{array}{rl} x + 6y + 4z &= -9 \\ 2x + 4y - z &= -12 \\ -x + 2y + 5z &= 3 \end{array}\right\}$$

με τη μέθοδο του επαυξημένου πίνακα.

Λύση: Τα διαδοχικά βήματα είναι:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 6 & 4 & -9 \\ 2 & 4 & -1 & -12 \\ -1 & 2 & 5 & 3 \end{array}\right] \underset{\Gamma_3 \;\; \Gamma_3+\Gamma_1}{\overset{\Gamma_2 \;\; \Gamma_2-2\Gamma_1}{\sim}} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 6 & 4 & -9 \\ 0 & -8 & -9 & 6 \\ 0 & 8 & 9 & -6 \end{array}\right] \overset{\Gamma_3 \;\; \Gamma_3+\Gamma_2}{\sim}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 6 & 4 & -9 \\ 0 & -8 & -9 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \overset{\Gamma_1 \;\; 4\Gamma_1+3\Gamma_2}{\sim} \left[\begin{array}{ccc|c} 4 & 0 & -11 & -18 \\ 0 & -8 & -9 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \underset{\Gamma_2 \;\; -\frac{1}{8}\Gamma_2}{\overset{\Gamma_1 \;\; \frac{1}{4}\Gamma_1}{\sim}}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & -\frac{11}{4} & -\frac{9}{2} \\ 0 & 1 & \frac{9}{8} & -\frac{3}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \quad \left\{\begin{array}{l} x - \frac{11}{4}z = -\frac{9}{2} \\ y + \frac{9}{8}z = -\frac{3}{4} \end{array}\right\} \quad \left\{\begin{array}{l} x = \frac{11}{4}z - \frac{9}{2} \\ y = -\frac{9}{8}z - \frac{3}{4} \end{array}\right\}$$

Άρα το σύστημα έχει άπειρες λύσεις της μορφής

$$(x,\ y,\ \omega) = \left(\frac{11}{4}z - \frac{9}{2}, -\frac{9}{8}z - \frac{3}{4}, z\right),\ \omega\ \ \mathbb{R}.$$

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

Μπορούμε κατά τη διαδικασία επίλυσης του επαυξημένου να αντιμεταθέσουμε τις στήλες του επαυξημένου πίνακα, όμως αυτή η διαδικασία καλό είναι να αποφεύγεται γιατί ταυτόχρονα ομοίως αλλάζουν και οι θέσεις των αγνώστων.

Η ΑΡΧΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ

Ο ΡΟΛΟΣ ΤΗΣ ΣΤΟΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟ ΤΟΥ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΟΣ

Του **Γ. Παντελίδη,** Καθηγητή Ε.Μ.Πολυτεχνείου

Ορισμός: *Δίνεται μια συνάρτηση f ορισμένη σ' ένα διάστημα $Δ$, φραγμένο ή μη. Μια συνάρτηση F παραγωγίσιμη στο $Δ$ και τέτοια, ώστε για κάθε x $Δ$ να ισχύει*

$$F\,(x) = f(x)$$

*ονομάζεται **αρχική συνάρτηση** ή **παράγουσα συνάρτηση** ή και **αντιπαράγωγος** της συναρτήσεως f στο διάστημα $Δ$.*

Από τη μελέτη που ακολουθεί τον ορισμό αυτό στο σχολικό βιβλίο της Γ Λυκείου, Ανάλυση, προκύπτουν οι ακόλουθες ιδιότητες:

- Η έννοια της αρχικής αναφέρεται πάντοτε σε διάστημα.
- Αν υπάρχει μια αρχική F της f σ' ένα διάστημα $Δ$, τότε υπάρχουν άπειρες και μάλιστα είναι όλες οι συναρτήσεις της μορφής $F+c$, c $\mathbb{R}$, και μόνον αυτές, δηλ. δύο αρχικές μιας συναρτήσεως διαφέρουν κατά σταθερό αριθμό.
- Αν F και G είναι αρχικές συναρτήσεις των f και g αντίστοιχα στο διάστημα $Δ$, τότε η $λ\circ F$ είναι η αρχική της $λ\circ f$, $λ$ $\mathbb{R}$, και η $F+G$ είναι μια αρχική της $f+g$.

Το σύνολο όλων των αρχικών μιας συναρτήσεως f στο διάστημα $Δ$ ονομάζεται **αόριστο ολοκλήρωμα** και συμβολίζεται

$$\int f(x)dx.$$

Δηλαδή, αν F είναι μια αρχική της f έχουμε

(1) $$\int f(x)dx = F(x)+c, \quad c \ \mathbb{R}.$$

Επομένως, αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο $Δ$, τότε μια αρχική της f είναι η f και σύμφωνα με την ισότητα (1) ισχύει

(2) $$\int f\,(x)dx = f(x) + c, \quad c \ \mathbb{R}.$$

Το σύνολο $\int$ στις ισότητες (1) και (2) δε σημαίνει απαραίτητα ολοκλήρωση.

Παράδειγμα

Η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} x\sqrt{x}\sin\frac{1}{x}, & xπ0 \\ 0 & , x=0 \end{cases}$$

είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ με παράγωγο

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}\sqrt{x}\sin\frac{1}{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\cos\frac{1}{x}, & xπ0 \\ 0 & , x=0 \end{cases}$$

(βλ. Ασκ. Β1, § 6.3), η οποία δεν είναι φραγμένη στην περιοχή του 0 και επομένως δεν είναι ολοκληρώσιμη σε διαστήματα της μορφής $[0, α]$. Έτσι η συνάρτηση $f(x)$ είναι μια αρχική της $f\,(x)$ χωρίς να μπορεί να προκύψει από ολοκλήρωση της $f\,(x)$.

Η ιδιαίτερη σημασία που έχει για τον υπολογισμό των ορισμένων ολοκληρωμάτων η αρχική μιας συναρτήσεως f φαίνεται από το θεμελιώδες θεώρημα του Ολοκληρωτικού Λογισμού:

Θεμελιώδες Θεώρημα[1]: *Αν η συνάρτηση F είναι μια αρχική της συνεχούς συναρτήσεως f στο διάστημα $Δ$ και $α, β$ $Δ$, τότε*

(3) $$\int_α^β f(x)dx = F(β) - F(α).$$

Για να προσδιορίσουμε μια αρχική συναρτήσεως χρησιμοποιούμε τους πίνακες των παραγώγων βασικών συναρτήσεων και τους κανόνες παραγωγίσεως (στο σχολικό βιβλίο της Ανάλυσης είναι στις σελ. 158 & 159) καθώς και τις μεθόδους ολοκληρώσεως για να μετατρέψουμε τη συνάρτηση f κατά τέτοιο τρόπο, ώστε να είναι εύκολος ο εντοπισμός μιας αρχικής της.

Προκειμένου για συνεχείς συναρτήσεις η επόμενη πρόταση μας δίνει τη δυνατότητα να βρούμε μια αρχική με τη βοήθεια του ορισμένου ολοκληρώματος.

Πρόταση: Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο διάστημα $Δ$ και $α$ $Δ$, τότε η

(*) $$F(x) = \int_α^x f(t)dt, \quad x \ \ Δ,$$

*είναι **μια** αρχική συνάρτηση της f στο $Δ$.*

1. Το θεώρημα ισχύει γενικότερα και όταν η συνάρτηση f είναι ολοκληρώσιμη σε κάθε κλειστό και φραγμένο υποδιάστημα του $Δ$, που συμβαίνει ειδικότερα όταν η f είναι συνεχής.

- Η συνάρτηση (*) είναι **μια** αρχική συνάρτηση της συνεχούς συναρτήσεως f και μάλιστα εκείνη για την οποία ισχύει $F(\alpha)=0$.
- Κάθε αρχική όμως δεν μπορεί να προκύψει από ένα ολοκλήρωμα της f με τη μορφή (*). Για παράδειγμα, η συνάρτηση x^2+1 είναι μια αρχική της $2x$ χωρίς όμως να δίνεται από ένα ολοκλήρωμα της μορφής

$$\int_\alpha^x 2t\,dt = x^2 - \alpha^2,$$

γιατί για κάθε α είναι $-\alpha^2 \neq 1$.

Θα παραθέσουμε την περίπτωση προσδιορισμού μιας αρχικής συνεχούς συναρτήσεως μέσω του ολοκληρώματος (*) όταν η συνάρτηση δίνεται με κλάδους και θα επισημάνουμε τα σημεία που θα διευκολύνουν τη λύση του προβλήματος. Οι περιπτώσεις που η συνάρτηση f δίνεται με έναν τύπο έχει μελετηθεί ικανοποιητικά στο σχολικό βιβλίο.

Δίνεται η συνεχής συνάρτηση

$$\mathbf{f(x)} = \begin{cases} \mathbf{g(x),} & \mathbf{x \in [\beta, \gamma]} \\ \mathbf{h(x),} & \mathbf{x \in (\gamma, \delta]} \end{cases}$$ [2)]

και ζητούμε να προσδιορίσουμε μια αρχική της.

Για να λύσουμε το πρόβλημά μας εργαζόμαστε ως εξής:

- Μια αρχική της $g(x)$ στο $[\beta, \gamma]$, σύμφωνα με την (*), είναι η

$$G(x) = \int_\gamma^x g(t)dt,$$

ενώ μια αρχική της $h(x)$ στο $(\gamma, \delta]$ είναι η

$$H(x) = \int_\alpha^x h(t)dt, \quad \alpha \in (\gamma, \delta].$$

- Από τις αρχικές $H(x)+c$, $c \in \mathbb{R}$, αναζητούμε εκείνη $H(x)+c_0$ που μαζί με την $G(x)$ θα μας δώσει μια αρχική

$$F(x) = \begin{cases} G(x), & x \in [\beta, \gamma] \\ H(x)+c_0, & x \in (\gamma, \delta] \end{cases}$$

της $f(x)$.

- Η $F(x)$, ως αρχική, πρέπει να είναι συνεχής. Σε όλα τα σημεία $x \in [\beta, \delta]$, με $x \neq \gamma$, η $F(x)$ είναι συνεχής, αφού κάθε κλάδος της είναι συνεχής συνάρτηση στα αντίστοιχα διαστήματα. Για να είναι συνεχής στο σημείο γ θα πρέπει

$$\lim_{x \to \gamma^+} [H(x) + c] = G(\gamma).$$

- Από την τελευταία ισότητα προσδιορίζουμε το c_0, δηλ. εκείνη την αρχική $H(x)+c_0$, για την οποία η

$$F(x) = \begin{cases} G(x) & x \in [\beta, \gamma] \\ H(x)+c_0, & x \in (\gamma, \delta] \end{cases}$$

είναι μια αρχική της δοθείσης $f(x)$.

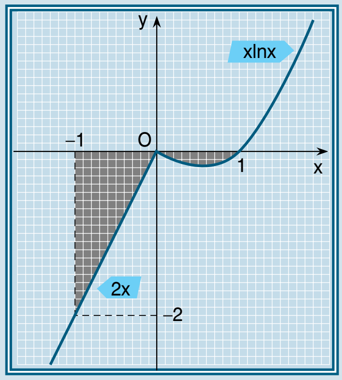
Παρατήρηση 1: Στην περίπτωση που ο κλάδος $g(x)$ ορίζεται σε διάστημα της μορφής $[\beta, \gamma)$ και ο $h(x)$ σε διάστημα της μορφής $[\gamma, \delta]$, τότε στην παραπάνω μελέτη αλλάζουν οι ρόλοι των $G(x)$ και $H(x)$ ανάλογα.

Παράδειγμα 1

Να προσδιοριστεί μια αρχική της συναρτήσεως

(4) $$f(x) = \begin{cases} 2x, & x \le 0, \\ x\ln x, & 0 < x. \end{cases}$$

Λύση:



Η $f(x)$ είναι συνεχής στο διάστημα $(-\infty, +\infty)$[3)].

Μια αρχική της $g(x) = 2x$ στο $(-\infty, 0]$, σύμφωνα με την πρόταση, είναι

$$G(x) = \int_0^x 2t\,dt = x^2,$$

ενώ μια αρχική της $h(x) = x\ln x$ στο $(0, +\infty)$ είναι

$$H(x) = \int_1^x t\ln t\,dt = \frac{1}{4}(2x^2\ln x - x^2 + 1).$$

Από τις αρχικές $H(x)+c$, $c \in \mathbb{R}$, αναζητούμε εκείνη

$$\frac{1}{4}(2x^2\ln x - x^2 + 1) + c_0$$

που μαζί με την $G(x) = x^2$ θα μας δώσουν μια αρχική

$$F(x) = \begin{cases} x^2 & , x \le 0 \\ \frac{1}{4}(2x^2\ln x - x^2 + 1) + c_0 & , 0 < x \end{cases}$$

της $f(x)$. Η $F(x)$, ως αρχική, πρέπει να είναι συνεχής.

Σε όλα τα σημεία $x \neq 0$ η $F(x)$ είναι συνεχής, αφού και οι δύο κλάδοι είναι συνεχείς συναρτήσεις. Για να είναι στο σημείο $x=0$ η $F(x)$ συνεχής πρέπει

$$\lim_{x \to 0}\left(\frac{1}{4}(2x^2\ln x - x^2 + 1) + c\right) = G(0) \quad \text{ή} \quad \frac{1}{4} + c = 0,$$

οπότε

$$c_0 = -\frac{1}{4}.$$

Επομένως μια αρχική της f είναι η

(5) $$F(x) = \begin{cases} x^2 & , x \le 0 \\ \frac{1}{4}(2x^2\ln x - x^2), & 0 < x. \end{cases}$$

---

2. Το αν τα διαστήματα είναι ανοιχτά ή κλειστά στα σημεία β και δ δεν παίζει κανένα ρόλο.
3. Υπενθυμίζουμε ότι $\lim_{x \to 0^+}(x^k\ln x)=0$, $k>0$, βλ. Ανάλυση Γ Λυκείου, παράδ. 7, παράγραφος 6.16.

Εφαρμογή 1:

Για τη συνάρτηση (4) να υπολογιστεί το ορισμένο ολοκλήρωμα:

$$\mathbf{I = \int_0^1 f(t)dt.}$$

Λύση: Σύμφωνα με το θεμελιώδες θεώρημα με τη βοήθεια της αρχικής (5) έχουμε

$$I = \int_0^1 f(t)dt = F(1) - F(0) =$$

$$= \frac{1}{4}(2\cdot 1^2 \ln 1 - 1^2) - 0^2 = -\frac{1}{4}.$$

❑

Εφαρμογή 2:

Να υπολογιστεί το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από τον άξονα Ox και το γράφημα της συναρτήσεως (4) στο διάστημα $[-1, 1]$.

Λύση: Σύμφωνα με το θεμελιώδες θεώρημα θα είναι

$$E = \int_{-1}^{1} |f(x)|\,dx = -\int_{-1}^{1} f(x)dx = -[F(1) - F(-1)] =$$

$$= -\left[\frac{1}{4}(2\cdot 1^2 \ln 1 - 1^2) - (-1)^2\right] = \frac{5}{4}.$$

❑

Παρατήρηση 2: Αν για την εφαρμογή 2 χρησιμοποιούσαμε την (*) για να βρούμε μια αρχική της f και επιλέγαμε $\alpha = 0$, τότε θα γράφαμε:

$$F(x) = \int_0^x f(t)dt = \begin{cases} \int_0^x 2t\,dt, & x\ \ [-1, 0] \\ \int_0^x t\ln t\,dt, & x\ \ (0, 1]\,. \end{cases}$$

Στην περίπτωση όμως αυτή το δεύτερο ολοκλήρωμα δεν έχει νόημα*, αφού ο λογάριθμος δεν ορίζεται στο 0.

Παρατήρηση 3: Ακόμη και για την περίπτωση μιας πιο απλής συναρτήσεως

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2, & x\ \ [-1, 0] \\ 4x^4, & x\ \ (0, 1] \end{cases}$$

η γραφή

$$F(x) = \int_0^x f(t)dt = \begin{cases} \int_0^x 3t^2\,dt, & x\ \ [-1, 0] \\ \int_0^x 4t^2\,dt, & x\ \ (0, 1]\,. \end{cases}$$

δεν είναι επιτρεπτή γιατί ο δεύτερος κλάδος της f δεν ορίζεται στο 0.

Στην τελευταία αυτή περίπτωση επειδή η συνάρτηση του δεύτερου κλάδου $4x^2$ μπορεί να θεωρηθεί ότι ορίζεται στο σημείο 0, η τελευταία ισότητα θα μας δώσει τη ζητούμενη αρχική. Είναι βέβαια, χωρίς ιδιαίτερη ερμηνεία, λάθος ενέργεια. ◆

---

* Στα πλαίσια της ύλης του σχολικού βιβλίου.

Εσείς ρωτάτε — Εμείς προσπαθούμε ν' απαντήσουμε

Μπορεί μια συνάρτηση συνεχής σ' ένα διάστημα να μην έχει στο άκρο του διαστήματος τοπικό ακρότατο;

Απαντάει ο Γ. Παντελίδης, Καθηγητής Ε.Μ. Πολυτεχνείου

Η απάντηση, που διαφαίνεται από την παρατήρηση στον σχετικό ορισμό του σχολικού βιβλίου ότι «*Τα άκρα α, β του διαστήματος Δ μπορεί να είναι σημεία τοπικών ακροτάτων της f*», είναι θετική.

Για παράδειγμα, οι συναρτήσεις

$$f(x) = \begin{cases} x^2\,\text{συν}\frac{1}{x}, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases} \qquad (\text{σχ. } 1)$$

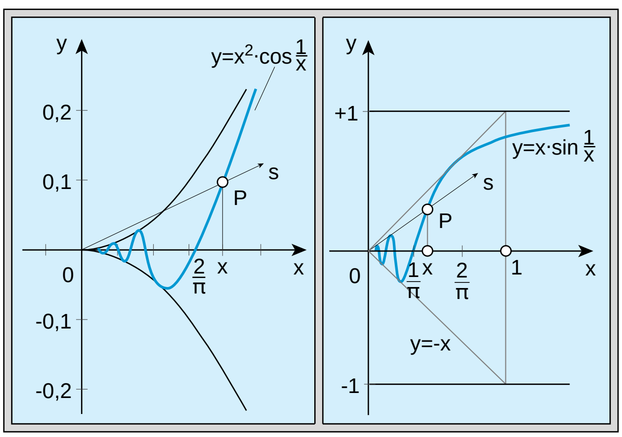
και

$$g(x) = \begin{cases} x\,\text{ημ}\frac{1}{x}, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases} \qquad (\text{σχ. } 2)$$

είναι συνεχείς στο διάστημα [0, +•) (η f είναι και παραγωγίσιμη), όμως τόσο η μια όσο και η άλλη δεν έχουν τοπικό ακρότατο στο άκρο 0. Πράγματι, όσο κι αν πλησιάσουμε το σημείο 0 υπάρχουν τόσο αρνητικές όσο και θετικές τιμές της f, αφού για κατάλληλα μεγάλο ν τα $\frac{1}{2\pi\nu}$, $\frac{1}{(2\nu+1)\pi}$ βρίσκονται οσονδήποτε κοντά στο 0 και ισχύουν:

$$f\left(\frac{1}{2\pi\nu}\right) = \left(\frac{1}{2\pi\nu}\right)^2 > 0,$$

$$f\left(\frac{1}{(2\nu+1)\pi}\right) = -\left(\frac{1}{(2\nu+1)\pi}\right)^2 < 0$$



Αυτό, σύμφωνα με τον ορισμό των τοπικών ακροτάτων, σημαίνει ότι το $f(0) = 0$ δεν είναι ούτε τοπικό μέγιστο, ούτε τοπικό ελάχιστο.

Ανάλογοι συλλογισμοί ισχύουν και για τη συνάρτηση g(x). ◆

ΔΙΔΑΚΤΙΚΟΙ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΕΝΝΟΙΩΝ

Των **Γ. Πολυζώη,** Φυσικού – **Β. Παλίλη**, Φυσικού-Παιδαγωγού – **Η. Τσιγαρίδα**, Καθ. Πληροφορικής

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ερευνητές της διδακτικής των μαθηματικών, καθηγητές μαθηματικών και γενικά παιδαγωγοί τείνουν να διαμορφώσουν σήμερα την ανάγκη σύνδεσης των μαθηματικών με έννοιες της καθημερινής ζωής, ώστε να προκύψει μεγαλύτερη κατανόησή τους από τους μαθητές[1]. Η τάση αυτή έχει οδηγήσει τους μαθηματικούς στην αναζήτηση εφαρμογών των μαθηματικών σε άλλα γνωστά πεδία όπως η φυσική, η χημεία, η βιολογία, οι κοινωνικές επιστήμες. Συμπερασματικά μπορούμε να ισχυριστούμε ότι πιστεύουμε πως ο μαθητής μπορεί να ασχοληθεί πιο ευχάριστα, να οικοδομήσει μόνος του τις γνώσεις του και να αυξήσει την κατανόησή του στα μαθηματικά, ασχολούμενος με πραγματικά προβλήματα ή μοντέλα. Στην εργασία αυτή θα παρουσιάσουμε μια συνηθισμένη μαθηματική άσκηση που παρόμοιά της βρίσκεται στα σχολικά βιβλία Α ΔΕΣΜΗΣ (άσκ. 6, σελ. 152) και Δ ΔΕΣΜΗΣ (άσκ. 7, σελ. 202) και θα τη μετασχηματίσουμε σε φυσικό πρόβλημα (δηλ. εφαρμογή των μαθηματικών)[2]. Η λύση του φυσικού προβλήματος θα γίνει με διαφορετικούς τρόπους (δηλ. διαφορετικές αναπαραστάσεις). Δεν πρόκειται για απλή αναλογία, αλλά για διδακτικό μετασχηματισμό που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για μια ενεργητική διδασκαλία τόσο των μαθηματικών, όσο και της φυσικής[3].

2. ΜΙΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΑΣΚΗΣΗ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2$, $x \ \mathbb{R}$. Να βρεθούν:

1. ***Το σημείο της γραφικής παράστασης C_f στο οποίο η εφαπτομένη είναι παράλληλη στην ευθεία $y=20x-150$.***
2. ***Το σημείο τομής της εφαπτομένης με τον y-άξονα.***

Λύση

1. Η f παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ με $f(x) = 2x$. Από την παραλληλία της εφαπτομένης με την ευθεία έχουμε $\lambda_1 - \lambda_2$ (όπου λ_1, λ_2 οι συντελεστές διεύθυνσης της εφαπτομένης και της ευθείας αντίστοιχα).

Ισχύουν: $\left.\begin{aligned}\lambda_1 &= f(x_0) = 2x_0\\ \lambda_2 &= 20\end{aligned}\right\}$ άρα $2x_0 = 20 \quad x_0=10.$

Οπότε το ζητούμενο σημείο είναι

$$\big(10, f(10)\big)=(10, 100).$$

2. Η εξίσωση εφαπτομένης στο $x_0 = 10$ δίνεται από τον τύπο:

όπου $\left.\begin{aligned} y-f(10) &= f(10)\cdot(x-10)\\ f(10) &= 100\\ f(10 &= 20\end{aligned}\right\}$

άρα $\quad y-100=20(x-10) \quad y=20x-100.$

Θέτω $x=0$ στην εξίσωση ευθείας και βρίσκω το σημείο τομής της εφαπτομένης με τον y-άξονα $y = -100$. Άρα το ζητούμενο σημείο είναι **(0, –100)**.

3. ΜΙΑ ΑΣΚΗΣΗ ΦΥΣΙΚΗΣ

Ένα αυτοκίνητο είναι ακίνητο σε ένα φανάρι. Τη στιγμή που ανάβει πράσινο, το αυτοκίνητο ξεκινά με σταθερή επιτάχυνση 2 m/sec^2.

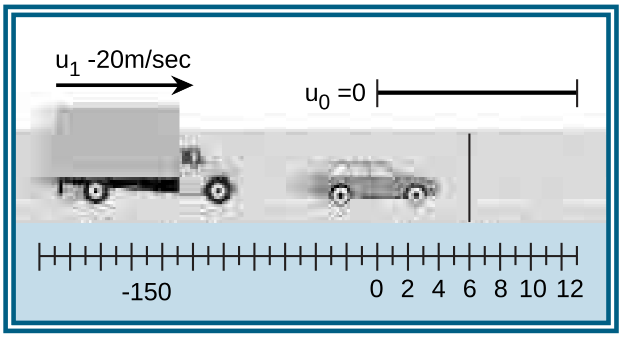
Την ίδια χρονική στιγμή ένα φορτηγό, που κινείται με σταθερή ταχύτητα 20 m/sec, βρίσκεται 150 m πίσω από το αυτοκίνητο.

1. ***Θα προλάβει το φορτηγό το αυτοκίνητο; Αν ναι, σε πόσο χρόνο θα συναντηθούν;***
2. ***Αν όχι, ποια είναι η ελάχιστη απόσταση που θα το πλησιάσει και ποια έπρεπε να ήταν η χρονική απόσταση ώστε να το προλάβει;***

---

1. National Council of teachers of Mathematics «Curriculum and Evaluation standars for School Mathematics» (1989).
2. Ο μεταχηματισμός αυτός και η θεωρητική του ερμηνεία είναι αρκετά περίπλοκη. Στη συγκεκριμένη εργασία, μιας και είναι προσαρμοσμένη και για μαθητές, δεν θα επεκταθούμε περισσότερο. Για περισσότερες λεπτομέρειες δες Κλαουδάτος και την εκεί παρατιθεμένη βιβλιογραφία.
   Νίκος Κλαουδάτος: *Οι πρόσφατες εξελίξεις στην λύση προβλημάτων, στην μοντελοποίηση και στις εφαρμογές των μαθηματικών.* ΕΥΚ. Γ-1989- τόμος 6, τεύχος 23.
   Μοντελοποίηση: ένα ισχυρό διδακτικό εργαλείο ΕΥΚ. Γ -1990- τόμος 7, τεύχος 25.
3. **L.C. Mc Dermott,** *«Guest Comment: How we reach and how students learn - A mismatch».* Am. J. Phys. 61(4), 295-298, (1993).

Λύση



Το αυτοκίνητο επιταχύνεται ομαλά με $u_0 = 0$ και $α = 2$ m/sec^2 ξεκινώντας από τη θέση $x_0 = 0$, τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$. Προσαρμόζουμε τη συνάρτηση θέσης-χρόνου $x = x_0+u_0(t–t_0) + \frac{1}{2} α\cdot(t–t_0)^2$ και παίρνουμε $x_1 = t^2$. (Δες σημ. 1). Ομοίως προσαρμόζουμε τη συνάρτηση ταχύτητας-χρόνου $u = u_0+α\cdot(t–t_0)$ και παίρνουμε: $u = 2\cdot t$. (δες σημ. 2).

Το φορτηγό κινείται ευθύγραμμα ομαλά με $u_1 = 20$ m/sec ξεκινώντας από τη θέση $x_0 = –150$ m, τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$. Προσαρμόζουμε τη συνάρτηση θέσης χρόνου $x = x_0 + u_1\cdot(t–t_0)$ και παίρνουμε: $x_2 = –150 + 20t$. (Δες σημ. 3)

Προσεγγιστικός τρόπος λύσης

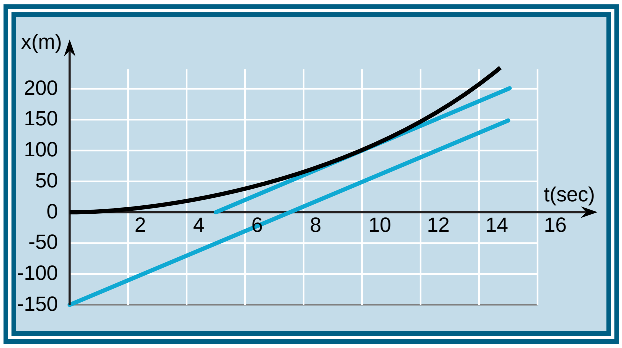
1. Αντικαθιστούμε στις συναρτήσεις αυτές μερικές τιμές του χρόνου (για παράδειγμα κάθε 2 sec) και βρίσκουμε την απόσταση μεταξύ των κινητών για να πάρουμε μια πρώτη ιδέα του αν θα συναντηθούν:

Αυτοκίνητο		Φορτηγό		Απόσταση
Χρόνος *sec*	Θέση x_1 *m*	Χρόνος *sec*	Θέση x_2 *m*	$x_1 – x_2$ *m*
0	0	0	–150	150
2	4	2	–110	114
4	16	4	–70	86
6	36	6	–30	66
8	64	8	10	54
10	100	10	50	50
12	144	12	90	54
14	196	14	130	66
16	256	16	170	86
18	324	18	210	114

Παρατηρούμε ότι ενώ μέχρι το δέκατο δευτερόλεπτο το φορτηγό πλησιάζει το αυτοκίνητο (η μεταξύ τους απόσταση μικραίνει), μετά το δευτερόλεπτο αυτό το αυτοκίνητο απομακρύνεται (η μεταξύ τους απόσταση μεγαλώνει). Πιθανολογούμε μάλιστα ότι η ελάχιστη απόσταση που προσεγγίζει το φορτηγό είναι περίπου 50 m.

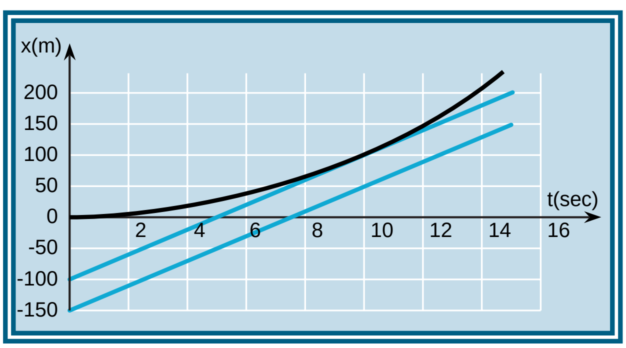
Γραφικός τρόπος λύσης

α) Κατασκευάζουμε κοινό διάγραμμα θέσης χρόνου για τα δύο κινητά χρησιμοποιώντας τα σημεία του προηγούμενου πίνακα. Από τις γραφικές παραστάσεις επιβεβαιώνεται η υπόθεση, επειδή δεν τέμνονται. Ας εξετάσουμε τις ταχύτητες των κινητών. Από τον πίνακα φαίνεται και ο ρόλος της ταχύτητας, μιας και μέχρι το δέκατο δευτερόλεπτο το φορτηγό έχει μεγαλύτερη ταχύτητα, επειδή πλησιάζει, ενώ μετά έχει μεγαλύτερη ταχύτητα το αυτοκίνητο, επειδή απομακρύνεται.



Παρατηρείστε τα προαναφερθέντα και στη γραφική παράσταση, όπου πριν το δέκατο δευτερόλεπτο οι εφαπτόμενες της καμπύλης (που παριστάνουν την ταχύτητα) έχουν μικρότερη κλίση (είναι λιγότερο απότομες) από την ευθεία. Η κατάσταση αντιστρέφεται μετά το δέκατο δευτερόλεπτο. Στο δέκατο δευτερόλεπτο οι ταχύτητες των δύο κινητών είναι ίσες (παρατηρείστε την παραλληλία της εφαπτομένης στην παραβολή και της ευθείας). (Δες σημ. 4).

β) Στη γραφική παράσταση θέσης χρόνου μπορούμε να βρούμε πόση έπρεπε να είναι η αρχική απόσταση των δύο κινητών έτσι ώστε το φορτηγό μόλις να «κατορθώσει» να φτάσει το αυτοκίνητο όταν θα εξισωθούν στιγμιαία οι ταχύτητές τους. Εκείνη τη χρονική στιγμή η γραφική παράσταση του φορτηγού εφάπτεται της παραβολής.



Η τομή της ευθείας με τον άξονα x μας δείχνει ότι το φορτηγό έπρεπε να ήταν 100 m πιο πίσω από το αυτοκίνητο για να το προλάβει. (Δες σημ. 5).

Αλγεβρικός τρόπος λύσης

1. Μπορούμε να λύσουμε το πρόβλημα και αλγεβρικά ως εξής:

Βρίσκουμε πότε το αυτοκίνητο έχει ταχύτητα ίση με αυτή του φορτηγού:

$$2\cdot t = 20 \quad ^{(5)} \quad t = \frac{20}{2} \quad t = 10 \text{ sec.}$$

Κατόπιν βρίσκουμε τη θέση του αυτοκινήτου

$$x_1 = t^2 = 10^2 = 100\text{m}$$

και τη θέση του φορτηγού

$$x_2 = -150 + 10\cdot t - 150 + 20\cdot 10 - 50\text{m.}$$

Βλέπουμε ότι το αυτοκίνητο προηγείται κατά 50 m. Ξέρουμε ότι πλέον το αυτοκίνητο έχει μεγαλύτερη ταχύτητα και αποκλείεται να το φτάσει το φορτηγό.

2. Θεωρούμε άγνωστη την αρχική θέση x_0 του φορτηγού οπότε η συνάρτηση θέσης του γίνεται

$$x_2 = x_0 + 20\cdot t.$$

Επειδή βρίσκονται στην ίδια θέση στο δέκατο δευτερόλεπτο έχουμε:

$$x_1 = x_2 \quad t^2 - x_0 + 20\cdot t \quad 10^2 = x_0 + 20\cdot 10$$
$$100 = x_0 + 200 \quad x_0 = -100\text{m}$$

4. ΣΥΖΗΤΗΣΗ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

- Κατά τη διάρκεια της λύσης του φυσικού προβλήματος δεν χρειάστηκε καμία αναφορά σε έννοιες της ανάλυσης. Έτσι το πρόβλημα της φυσικής είναι κατάλληλο για την Α ΛΥΚΕΙΟΥ, ενώ των μαθηματικών όχι.
- Η κατασκευή εφαπτόμενων παρουσιάζεται ως συγκεκριμένη απαίτηση από το φυσικό περιβάλλον.
- Οι διαφορετικές αναπαραστάσεις (τρόποι λύσης) του φυσικού προβλήματος, οδηγούν εποικοδομητικά τους μαθητές στη λύση του προβλήματος.
- Ο γραφικός τρόπος λύσης είναι βασικός και πρέπει να τονίζεται τόσο στα μαθηματικά, όσο και στα προβλήματα φυσικής.

5. ΜΙΑ ΠΑΡΟΜΟΙΑ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ

Μαθηματική άσκηση:

Δίνεται συνάρτηση $f(x) = x^2$. Να βρεθεί ο συντελεστής διεύθυνσης της εξίσωσης εφαπτομένης που διέρχεται από το (0, –400).

Φυσική άσκηση:

Ένα αυτοκίνητο είναι ακίνητο σε ένα φανάρι. Τη στιγμή που ανάβει πράσινο, το αυτοκίνητο ξεκινά με σταθερή επιτάχυνση 2 m/sec^2. Την ίδια χρονική στιγμή ένα φορτηγό που κινείται με σταθερή ταχύτητα βρίσκεται 400m πίσω από το αυτοκίνητο. Να υπολογιστεί η ταχύτητα του φορτηγού ώστε μόλις να προλαβαίνει το αυτοκίνητο. (Δες σημ. 7).

(***Απάντηση***: $\lambda = 40$, $u = 40$ m/sec)

ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ

Παρατηρείστε τις αναλογίες του μαθηματικού και του φυσικού προβλήματος.

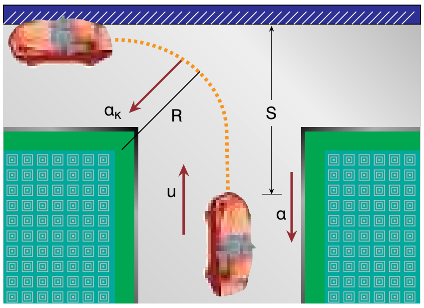
1. $x_1 = t^2 \quad f(x) = x^2$
2. $u = 2t \quad f\,(x) = 2x$ (Η ταχύτητα είναι η παράγωγος της θέσης)
3. $x_2 = -150 + 20t \quad y = 20x - 150$
4. Το ζητούμενο του μαθηματικού προβλήματος (παραλληλία ευθείας-εφαπτομένης) αποτελεί την απαίτηση (ισότητα ταχυτήτων) για το φυσικό πρόβλημα.
5. Δίνεται η φυσική σημασία του δεύτερου ερωτήματος της μαθηματικής άσκησης (δηλ. του σημείου τομής της εφαπτομένης με τον άξονα των y).
6. $2t = 20 \quad \lambda_1 = \lambda_2$
7. Οι δύο ασκήσεις συνδέονται μεταξύ τους και μπορούν να παρουσιαστούν σε Η/Υ ως ένα ανοιχτό μαθηματικό-φυσικό πρόβλημα.

◆

ΤΙ ΑΠΟ ΤΑ ΔΥΟ ΕΙΝΑΙ ΠΡΟΤΙΜΟΤΕΡΟ ΓΙΑ ΤΟΝ ΟΔΗΓΟ; ΝΑ ΦΡΕΝΑΡΕΙ ή ΝΑ ΣΤΡΙΨΕΙ;*

Του **Π. Ιακώβου,** Φυσικού

Η απάντηση στο πρόβλημα γενικά εξαρτάται από τις πραγματικές συνθήκες που καθορίζουν το είδος της κίνησης, θα πρέπει να το εξειδικεύσουμε, όπως θα αναλύσουμε παρακάτω.



Το πρόβλημα μπορεί να απαντηθεί με δύο τρόπους:

1ος τρόπος: Μελετώντας τα δύο είδη κίνησης (ευθύγραμμης ομαλά επιβραδυνόμενης και ομαλής κυκλικής).

2ος τρόπος: Μελετώντας τη μεταβολή της ορμής του αυτοκινήτου σε κάθε περίπτωση.

Θα εφαρμόσουμε πρώτα τον 1ο τρόπο.

Στο αυτοκίνητο δρα η τριβή πάνω στον άξονα κίνησης. Όταν το αυτοκίνητο φρενάρει η τριβή το επιβραδύνει, ενώ όταν αυτό στρίβει η τριβή παίζει ρόλο κεντρομόλου.

Έστω S η απόσταση του αυτοκινήτου από τον τοίχο και R η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς κατά τη διάρκεια που αυτό στρίβει.

Έστω T η τριβή ολίσθησης κατά τη διάρκεια που αυτό φρενάρει επιβραδυνόμενο ευθύγραμμα μέχρι τον τοίχο. Θα ισχύει:

$$T \leq \mu \cdot m \cdot g \qquad (1)$$

όπου m μάζα του αυτοκινήτου.

Εφαρμόζοντας το θεμελιώδη νόμο της Δυναμικής κατά το φρενάρισμα στην ευθύγραμμη κίνηση θα έχουμε:

$$T = m \cdot α . \qquad (2)$$

Από (1) και (2) προκύπτει: $α \leq \mu \cdot g$. (3)

Οι εξισώσεις κίνησης θα είναι:

$$x = u_0 \cdot t + \frac{1}{2} α \cdot t^2 \qquad (4)$$

$$u = u_0 + α \cdot t \qquad (5)$$

(όπου u_0 η αρχική ταχύτητα του αυτοκινήτου).

Παίρνοντας υπόψη ότι όταν το αυτοκίνητο σταματήσει θα είναι $x=S$ και $u=0$, από τις σχέσεις (4) και (5) προκύπτει:

$$S = -\frac{u_0^2}{2 \cdot α} . \qquad (6)$$

Αντικαθιστώντας την τιμή της $α$, από τη σχέση (1), με αρνητικό πρόσημο, (βλ. σχήμα) στη σχέση (4), προκύπτει:

$$S \geq \frac{u_0{}^2}{2 \cdot \mu \cdot g} . \qquad (6)$$

Όταν το αυτοκίνητο στρίβει, υποθέτοντας ότι κινείται σε κυκλική τροχιά ακτίνας R ομαλά, και θεωρώντας τη δύναμη της τριβής ίσου μέτρου με το μέτρο της περίπτωσης που φρενάρει, αν εφαρμόσουμε το δεύτερο νόμο της κίνησης θα ισχύει:

$$\mu \cdot m \cdot g \geq m \cdot \frac{u_0^2}{R} \qquad R \geq \frac{u_0^2}{\mu \cdot g}$$

Από τις σχέσεις (7) και (8) παρατηρούμε ότι $R \geq S$.

Επειδή όμως, στην ακραία περίπτωση που βρισκόμαστε στα όρια, η ακτίνα R θα έπρεπε να είναι ίση με το S (βλ. σχήμα). Βγάζουμε το συμπέρασμα ότι αν ο οδηγός στρίψει, τότε θα κινηθεί αναγκαστικά σε ακτίνα που είναι μεγαλύτερη από την απόσταση από τον τοίχο και άρα θα χτυπήσει σ' αυτόν.

Έτσι συμπεραίνουμε ότι ο οδηγός **θα πρέπει να φρενάρει.**

Θα εφαρμόσουμε τώρα και τον 2ο τρόπο.

Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του αυτοκινήτου κατά την επιβραδυνόμενη κίνηση θα είναι:

$$\Delta p_1 = m \cdot u_0 .$$

Το μέτρο της μεταβολής της ορμής του αυτοκινήτου κατά την ομαλή κυκλική κίνηση θα είναι:

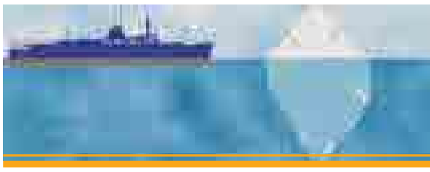
$$\Delta p_2 = \sqrt{2}\, m \cdot u_0 .$$

Παρατηρούμε ότι $\Delta p_1 < \Delta p_2$.

Έχοντας υπόψη τη σχέση: $\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$, παρατηρούμε ότι για την ίδια δύναμη θα απαιτηθεί μεγαλύτερη χρονική διάρκεια για τη μεταβολή της ορμής στην περίπτωση της κυκλικής κίνησης από ότι στην ευθύγραμμη.

Για το ίδιο χρονικό διάστημα επίσης θα απαιτηθεί μεγαλύτερη δύναμη στην περίπτωση της κυκλικής κίνησης. Έτσι συμπεραίνουμε ότι ο **οδηγός θα πρέπει να φρενάρει το αυτοκίνητο.**

* Η απάντηση στην άσκηση 3.42, σελ. 154 του σχολικού βιβλίου της Φυσικής Α' Λυκείου, όπως διατυπώνεται στο βιβλίο του Π. Ιακώβου, «**Φυσική Α' Λυκείου» Τόμος 1**, *Εκδόσεις ΖΗΤΗ.*



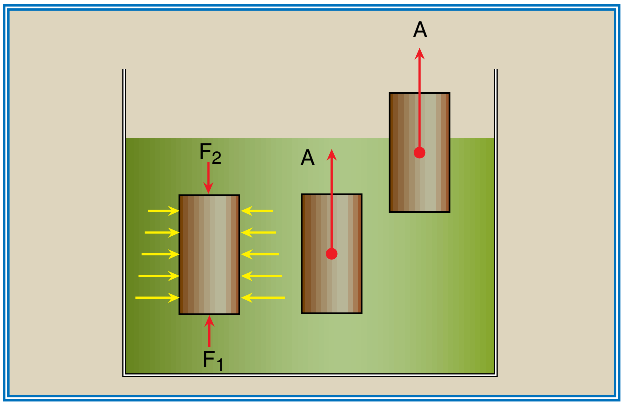
ΕΡΓΟ ΑΝΩΣΗΣ

Του **Χρ. Καλκίτσα,** Φυσικού

Άνωση ονομάζεται η δύναμη που δέχεται κάθε σώμα που είναι βυθισμένο σε υγρό, έχει διεύθυνση κατακόρυφη με φορά προς τα πάνω και το μέτρο της δίνεται από τη σχέση

$$A = V_\sigma \cdot \varepsilon_\upsilon \quad \text{ή} \quad A = V_\sigma \cdot d_\upsilon \cdot g$$

(Άνωση = όγκος του σώματος μέσα στο υγρό   ειδικό βάρος υγρού)

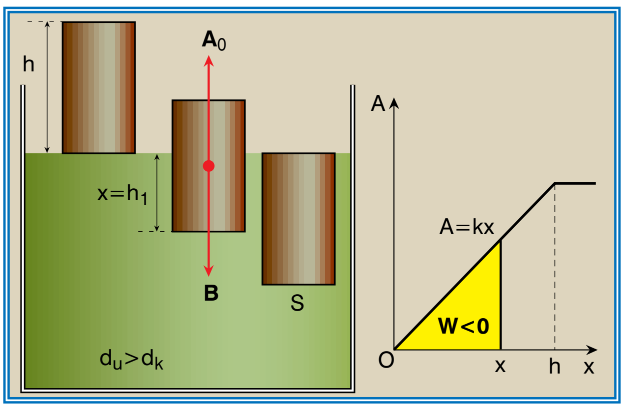


Όταν το σώμα κινείται και βρίσκεται συνεχώς βυθισμένο μέσα στο υγρό η άνωση είναι σταθερή

$$A = V_\sigma \cdot d_\upsilon \cdot g.$$

Όταν το σώμα εισέρχεται ή εξέρχεται από την επιφάνεια του υγρού τότε η άνωση μεταβάλλεται, άρα το έργο της υπολογίζεται όπως αυτό των μεταβλητών δυνάμεων, δηλαδή γραφικά.

ΓΙΑ ΤΟΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟ ΤΟΥ ΕΡΓΟΥ ΤΗΣ ΑΝΩΣΗΣ ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΒΥΘΙΣΗ ΕΝΟΣ ΣΩΜΑΤΟΣ ΣΕ ΥΓΡΟ ΑΚΟΛΟΥΘΟΥΜΕ ΤΗΝ ΠΑΡΑΚΑΤΩ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ



Έχουμε ένα κύλινδρο ύψους h και διατομής S και θέλουμε να υπολογίσουμε το έργο της άνωσης κατά τη σταδιακή βύθισή του σε υγρό μεγαλύτερης πυκνότητας από την πυκνότητα του κυλίνδρου ($d_\upsilon>d_\kappa$). Αρχικά διατηρούμε τον κύλινδρο με την κάτω επιφάνειά του σε επαφή με την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού. Αφήνουμε ελεύθερο τον κύλινδρο (ή τον αναγκάζουμε να βυθιστεί βαθμιαία) οπότε με την επίδραση του βάρους του βυθίζεται βαθμιαία στο υγρό. Η άνωση που δέχεται εξαρτάται από το μήκος x κατά το οποίο είναι βυθισμένος.

$$A = V_{\beta\kappa} d_\upsilon g = (Sx) d_\upsilon g = kx.$$

Η άνωση αυξάνεται γραμμικά με το μήκος x και η γραφική της παράσταση φαίνεται στο σχήμα. Τα όρια μεταβολής του x είναι από μηδέν μέχρι h_1, γιατί μετά την εξ ολοκλήρου βύθιση του κυλίνδρου η άνωση διατηρείται σταθερή. Σε μια ενδιάμεση θέση το έργο της δίνεται από το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας. Το έργο είναι αρνητικό γιατί η άνωση έχει φορά προς τα πάνω ενώ η μετατόπιση προς τα κάτω. Οπότε είναι

$$W(x) = -\frac{1}{2}kx^2 = -\frac{1}{2}Sd_\upsilon gx^2.$$

Για παράδειγμα θα υπολογίσουμε το έργο της άνωσης όταν ο κύλινδρος επιπλέει ($x=h_1$) και στη συνέχεια βυθίζεται πλήρως στο υγρό ($x=h$). Όταν ο κύλινδρος επιπλέει το βάρος B και η άνωση A_0 ισορροπούν,

$$B = A_0 \qquad V_\kappa d_\kappa g = V_{\beta\kappa} d_\upsilon g$$

$$Shd_\kappa = Sh_1 d_\upsilon \qquad h_1 = h\frac{d_\kappa}{d_\upsilon}.$$

Το ζητούμενο έργο είναι

$$W(h_1 \quad h) = W(h) - W(h_1) = -\frac{1}{2}kh^2 + \frac{1}{2}kh_1^2 =$$

$$= -\frac{1}{2}kh^2\left(1-\frac{h_1^2}{h^2}\right) = \frac{Sd_\upsilon gh^2}{2}\left[1-\left(\frac{d_\kappa}{d_\upsilon}\right)^2\right].$$

Άσκηση

Κύλινδρος ύψους h=1m είναι τοποθετημένος όρθιος στον πυθμένα δοχείου που περιέχει νερό ύψους H=3m. Αν αφήσουμε τον κύλινδρο ελεύθερο να κινηθεί να βρείτε την ταχύτητά του, α) τη στιγμή που η πάνω βάση του φτάνει στην επιφάνεια του νερού, β) τη στιγμή που βγαίνει ολόκληρος ο κύλινδρος από το νερό. Δίνονται $d_\kappa=600$ Kgr/m^3, $d_\upsilon=1000$ Kgr/m^3.

Λύση:

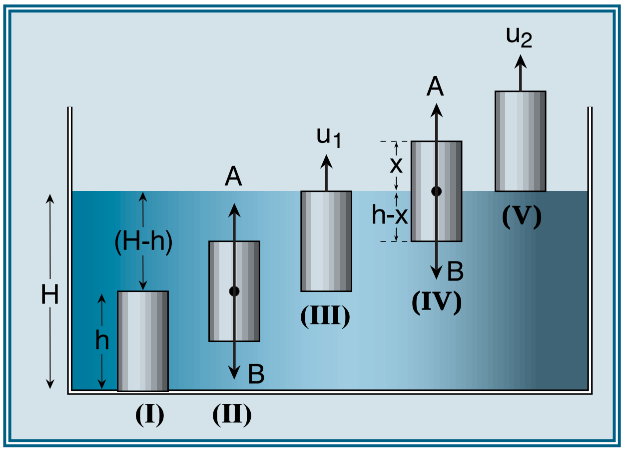
α) Αφήνοντας τον κύλινδρο ελεύθερο να κινηθεί

δέχεται δύο δυνάμεις. Την άνωση

$$A = V_{βκ} \cdot d_υ \cdot g = Shd_υ g$$

και το βάρος

$$B = V_κ \cdot d_κ \cdot g = Shd_κ g.$$



Όμως $d_υ > d_κ$ άρα $A > B$, επομένως ο κύλινδρος κινείται προς τα πάνω. Στη διάρκεια της μετακίνησής του από τη θέση (Ι) στη θέση (ΙΙΙ) ο κύλινδρος είναι συνεχώς βυθισμένος ολόκληρος στο νερό άρα η άνωση είναι σταθερή. Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. από τη θέση (Ι) στη θέση (ΙΙΙ).

$$E_{κ(I)} + ΣW = E_{κ(III)}$$

$$0 + W_A - W_B = \frac{1}{2} m u_1^2$$

$$A(H-h) - B(H-h) = \frac{1}{2} m u_1^2$$

$$Shd_υ g(H-h) - Shd_κ g(H-h) = \frac{1}{2} d_κ Sh u_1^2$$

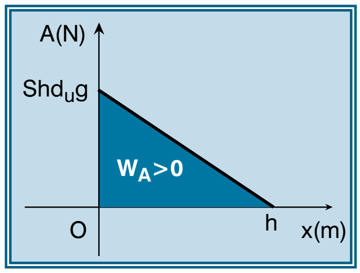
$$g(H-h)(d_υ - d_κ) = \frac{1}{2} d_κ u_1^2$$

$$u_1 = \sqrt{\frac{2(H-h)g(d_υ - d_κ)}{d_κ}} \quad 5{,}164 \text{ m/s}$$

β) Σε μια τυχαία θέση (IV) ο κύλινδρος έχει αναδυθεί κατά x οπότε η άνωση που δέχεται είναι

$$A = S(h-x)d_υ g .$$

Η άνωση τώρα είναι μεταβλητή δύναμη η οποία μειώνεται γραμμικά με την απόσταση x και το έργο της από τη θέση (ΙΙΙ) όπου x=0, έως τη θέση (IV) όπου x=h είναι θετικό και υπολογίζεται γραφικά.



για x=0

$$A = Shd_υ g$$

για x=h

$$A = 0$$

$$W_A = \frac{1}{2} h (Shd_υ g) =$$

$$= \frac{1}{2} Sh^2 d_υ g$$

Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. από τη θέση (ΙΙΙ) στη θέση (V)

$$E_{κ(III)} + ΣW = E_{κ(V)}$$

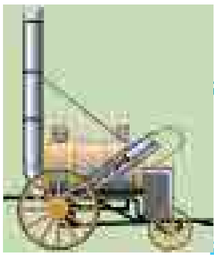
$$\frac{1}{2} m u_1^2 + W_A - W_B = \frac{1}{2} m u_2^2$$

$$\frac{1}{2} d_κ Sh u_1^2 + \frac{1}{2} Sh^2 d_υ g - Shd_κ gh = \frac{1}{2} d_κ Sh u_2^2$$

$$\frac{1}{2} d_κ u_1^2 + \frac{1}{2} d_υ gh - d_κ gh = \frac{1}{2} d_κ u_2^2$$

$$u_2^2 = \frac{d_κ u_1^2 + d_υ gh - 2d_κ gh}{d_κ}$$

$$u_2 = \sqrt{\frac{d_κ u_1^2 + d_υ gh - 2d_κ gh}{d_κ}} \quad 8{,}36 \text{ m/s.}$$



2ος ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΟΣ ΝΟΜΟΣ

Του **Μιχ. Π. Μιχαήλ**, Φυσικού

Ο 2ος Θερμοδυναμικός νόμος σχετίζεται ιστορικά με τις προσπάθειες για τη βελτίωση των θερμικών μηχανών.

Ποιοτικά: Διατυπώνεται με τις προτάσεις Kelvin-Plank και Clausius.

Ποσοτικά: Διατυπώνεται εισάγοντας την έννοια της εντροπίας με τη σχέση

$$\Delta S_{ολ} \geq 0 \qquad (1)$$

Δηλαδή: Η μεταβολή της εντροπίας ενός συστήματος και του περιβάλλοντός του θεωρούμενων σαν σύνολο, είναι θετική και πλησιάζει στο μηδέν για κάθε μεταβολή που προσεγγίζει την αντιστρεπτή. Δηλ. η (1) γράφεται και

$$\Delta S_{συστ} + \Delta S_{περιβ} \geq 0.$$

Τι είναι όμως εντροπία;

Στον κύκλο Carnot ισχύει:

$$n = \frac{W}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \qquad W = Q_1 \frac{\Delta T}{T_1} \qquad W = \frac{Q_1}{T_1}\Delta T$$

όπου Q_1 είναι η θερμότητα που προσφέρεται στο σύστημα (αέριο) από το περιβάλλον με σταθερή θερμοκρασία T_1 ισόθερμα δηλαδή και με αντιστρεπτό τρόπο.

Βλέπουμε λοιπόν ότι το πηλίκο $\frac{Q_1}{T_1}$ είναι ένα μέτρο του έργου που παράγεται από τη μηχανή, για συγκεκριμένη μεταβολή της θερμοκρασίας ΔΤ.

Αυτό το πηλίκο που μας δείχνει το έργο που μπορούμε να πάρουμε από την **εντός** του αερίου μετατροπή της θερμότητας ο Clausius το ονόμασε μεταβολή της εντροπίας ΔS. Άρα $\Delta S = \frac{Q}{T}$ (2) είναι η μεταβολή της εντροπίας και ισχύει αν η μεταβολή είναι αντιστρεπτή και ισόθερμη.

Στον κύκλο Carnot αποδείξαμε ότι

$$\frac{Q_1}{T_1} = -\frac{Q_2}{T_2} \qquad \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0$$

$$\Delta S_1 + \Delta S_2 = 0 \qquad \Delta S_{ολ} = 0$$

όπου $\Delta S_{ολ} = \sum_1^2 \frac{\Delta Q}{T}$ είναι η συνολική μεταβολή της εντροπίας από την κατάσταση 1 στην κατάσταση 2 και βλέπουμε πως $\Delta S_{ολ} = 0$.

Στην περίπτωση που έχουμε *αντιστρεπτή μεταβολή* όχι όμως ισόθερμη έχουμε:

$$dS = \frac{dQ}{T} \qquad \Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T}.$$

Όπου το dQ δεν έχει τη γνωστή έννοια του διαφορικού αφού το Q δεν εξαρτάται μόνο από την αρχική και τελική κατάσταση αλλά και από το δρόμο που ακολουθήσαμε (π.χ. με σταθερό όγκο, ή με σταθερή πίεση κ.τ.λ.).

Η σχέση (1) δεν αποδεικνύεται, είναι μια εμπειρική σχέση και προκύπτει σαν αποτέλεσμα μακροχρόνιων εμπειριών.

Από την ποσοτική διατύπωση της εντροπίας σχέση (1) βγάζουμε τα εξής συμπεράσματα:

α) Ο ορισμός της εντροπίας μας επιτρέπει να ορίσουμε μόνο μεταβολές εντροπίας και όχι απόλυτες τιμές.

β) Η εντροπία σαν ιδιότητα του συστήματος είναι καταστατική μεταβλητή άρα εξαρτάται μόνο από την κατάσταση του συστήματος και όχι από τον τρόπο που γίνεται η μεταβολή.

γ) Η σχέση (1) δεν αποκλείει την περίπτωση $\Delta S_{συστ} < 0$ ή $\Delta S_{περ} < 0$ αλλά όταν $\Delta S_{συστ} < 0$, τότε υποχρεωτικά $\Delta S_{περ} > 0$ και μάλιστα έτσι ώστε $\Delta S_{συστ} + \Delta S_{περιβ} \geq 0$.

δ) Η σχέση $\Delta S_{ολ}=0$ ισχύει **μόνο** για αντιστρεπτές μεταβολές και αποτελεί κριτήριο αντιστρεψιμότητας.

Υπολογισμοί της μεταβολής της εντροπίας κατά τις αντιστρεπτές μεταβολές των ιδανικών αερίων

1) Ισόθερμη:

$$\Delta S = \frac{Q}{T} \qquad \Delta S = \frac{nRT}{T}\ln\frac{V_B}{V_A} \qquad \boldsymbol{\Delta S = nR\ln\frac{V_B}{V_A}}$$

2) Αδιαβατική:

$\Delta S = 0$ γιατί $Q = 0$. Αυτό συμβαίνει γιατί ενώ η θερμοκρασία ελαττώνεται $\Delta S < 0$ ο όγκος αυξάνει $\Delta S > 0$ με τελικό αποτέλεσμα $\Delta S = 0$.

3) Ισόχωρη:

$$\Delta S = \int_A^B \frac{dQ}{T}$$

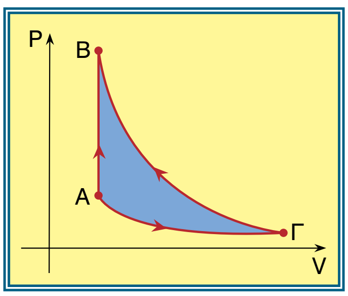
$$\Delta S = \int_A^B \frac{nC_v dT}{T} = nC_v \int_A^B \frac{dT}{T} = nC_v \ln\frac{T_B}{T_A}$$

$$\mathbf{\Delta S_{AB} = nC_v \ln\frac{T_B}{T_A}}$$

και επειδή $\frac{P_A}{T_A} = \frac{P_B}{T_B}$ $\quad \frac{T_B}{T_A} = \frac{P_B}{P_A}$ άρα και

$$\Delta S = nC_v \ln\frac{P_B}{P_A}.$$

Μπορούμε να φτάσουμε στην παραπάνω σχέση διαφορετικά με την τεχνική των δύο δρόμων:



$$\Delta S_{AB} = \Delta S_{A\Gamma} + \cancelto{0}{\Delta S_{\Gamma B}}$$ [Όπου ΑΓ ισόθερμη εκτόνωση και ΓΒ αδιαβατική συμπίεση]

$$\Delta S_{AB} = nR\ln\frac{V_\Gamma}{V_A} = nC_v \frac{R}{C_v}\ln\frac{V_\Gamma}{V_A}$$

$$\Delta S_{AB} = nC_v \frac{C_p - C_v}{C_v}\ln\frac{V_\Gamma}{V_A} =$$

$$= nC_v(\gamma-1)\ln\frac{V_\Gamma}{V_A} = nC_v \ln\left(\frac{V_\Gamma}{V_A}\right)^{\gamma-1}.$$

Όμως $\quad T_B V_A^{\gamma-1} = T_A V_\Gamma^{\gamma-1} \quad \left(\frac{V_\Gamma}{V_A}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_B}{T_A}$ $\quad$ άρα

$$\Delta S = nC_v \ln\frac{T_B}{T_A}.$$

4) Ισοβαρής:

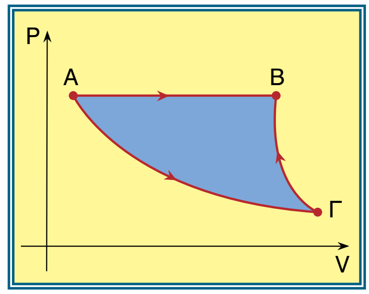
$$\Delta S = \int_A^B \frac{dQ}{T} \qquad \Delta S = \int_A^B \frac{nC_p dT}{T} = nC_p \int_A^B \frac{dT}{T}$$

$$\mathbf{\Delta S = nC_p \ln\frac{T_B}{T_A}.}$$

Όμως $\quad \frac{V_A}{T_A} = \frac{V_B}{T_B} \quad \frac{T_B}{T_A} = \frac{V_B}{V_A}$ $\quad$ άρα

$$\Delta S = nC_p \ln\frac{V_B}{V_A}.$$

Μπορούμε να φτάσουμε στην παραπάνω σχέση διαφορετικά με την τεχνική των δυο δρόμων:



$$\Delta S_{AB} = \Delta S_{A\Gamma} + \cancelto{0}{\Delta S_{\Gamma B}}$$ [Όπου ΑΓ ισόθερμη εκτόνωση και ΓΒ αδιαβατική συμπίεση]

$$\Delta S_{AB} = nR\ln\frac{V_\Gamma}{V_A} = nC_p \frac{R}{C_p}\ln\frac{V_\Gamma}{V_A}$$

$$\Delta S_{AB} = nC_p \frac{C_p - C_v}{C_p}\ln\frac{V_\Gamma}{V_A}$$

$$\Delta S_{AB} = nC_p \frac{\gamma-1}{\gamma}\ln\frac{V_\Gamma}{V_A}$$

$$\Delta S_{AB} = nC_p \ln\left(\frac{V_\Gamma}{V_A}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}.$$

Όμως $\qquad T_B V_B^{\gamma-1} = T_A V_\Gamma^{\gamma-1}$

Ακόμη για την ισοβαρή μεταβολή είναι

$$\frac{V_A}{T_A} = \frac{V_B}{T_B} \qquad V_B = \frac{T_B}{T_A}V_A,$$

άρα $\qquad T_B V_B^{\gamma-1} = T_A V_\Gamma^{\gamma-1}$

$$T_B\left(\frac{T_B}{T_A}V_A\right)^{\gamma-1} = T_A V_\Gamma^{\gamma-1}$$

$$\frac{T_B}{T_A}\left(\frac{T_B}{T_A}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_\Gamma}{V_A}\right)^{\gamma-1}$$

$$\left(\frac{T_B}{T_A}\right)^{\gamma} = \left(\frac{V_\Gamma}{V_A}\right)^{\gamma-1} \qquad \frac{T_B}{T_A} = \left(\frac{V_\Gamma}{V_A}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}},$$

άρα και $\quad \Delta S_{AB} = nC_p \ln\frac{T_B}{T_A}.$

5) Στην ελεύθερη εκτόνωση αερίου σε δοχείο με αδιαβατικά και ανένδοτα τοιχώματα $Q=0$, $W=0$, $\Delta U=0$ θα περίμενε κανείς $\Delta S = \frac{Q}{T} = 0$. Αυτό όμως είναι λάθος γιατί ο τύπος $\Delta S = \frac{Q}{T}$ είπαμε ότι ισχύει μόνο για αντιστρεπτή μεταβολή με σταθερή θερμοκρασία. Η ελεύθερη εκτόνωση όμως είναι **μη αντιστρεπτή μεταβολή.** Επειδή όμως στην ελεύθερη εκτόνωση η T παραμένει σταθερή για τον υπολογισμό της ΔS μπορούμε να θεωρήσουμε μια αντιστρεπτή ισόθερμη μεταβολή μεταξύ της αρχικής και τελικής κατάστασης.

Άρα

$$\Delta S = \frac{Q}{T} \qquad \Delta S \frac{nRT}{T} \ln \frac{V_\tau}{V_\alpha} \qquad \Delta S = nR\ln \frac{V_\tau}{V_\alpha}. \qquad (3)$$

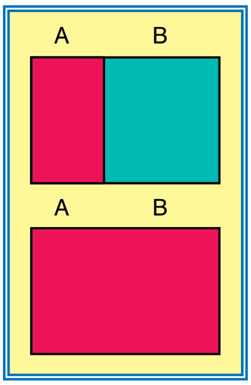
Η σχέση (3) ισχύει για οποιαδήποτε μεταβολή αντιστρεπτή ή όχι, αρκεί η αρχική και τελική θερμοκρασία να είναι ίσες.

Παρατηρήσεις:

1 Σε αντίθεση με την εσωτερική ενέργεια των αερίων που εξαρτάται μόνο από τη θερμοκρασία (T=σταθ. ΔU=0) η εντροπία εξαρτάται και από τη θερμοκρασία και από τον όγκο. Αυτό φαίνεται στην ισόθερμη μεταβολή που ενώ ΔT=0 η

$$\Delta S = nR\ln \frac{V_B}{V_A}\ \pi\ 0.$$

2 **α)** Στην ελεύθερη εκτόνωση η βασική διάκριση μεταξύ αρχικής και τελικής κατάστασης σε μια τέτοια μη αντιστρεπτή διαδικασία είναι ότι στην τελική κατάσταση η γνώση μας για την κατάσταση του συστήματος είναι λιγότερο πλήρης, με την έννοια ότι αρχικά είμαστε βέβαιοι πως όλα τα μόρια βρίσκονται στο ίδιο μισό (Α) του δοχείου, ενώ τελικά κάθε μόριο μπορεί να βρεθεί είτε στο (Α) είτε στο (Β). Έχουμε δηλ. λιγότερες πληροφορίες για τις συντεταγμένες θέσεις των μορίων. Ονομάζουμε την τελική κατάσταση λιγότερο διατεταγμένη ή περισσότερο τυχαία κατάσταση του συστήματος. Πιο συγκεκριμένα, η αταξία αυξήθηκε γιατί χάσαμε μέρος από την ικανότητά μας να ταξινομίσουμε τα μόρια.



Η πρόταση: «Τα μόρια είναι μέσα στο δοχείο» είναι απ' αυτή την άποψη πιο αδύνατη από την πρόταση «Τα μόρια είναι στο σταθερό μισό του δοχείου». Όμως όπως δείξαμε στην ελεύθερη εκτόνωση του αερίου ισχύει

$$\Delta S = nR\ln \frac{V_\tau}{V_\alpha} > 0.$$

Άρα με την αύξηση της αταξίας του συστήματος έχουμε και αύξηση της εντροπίας. Έτσι λοιπόν η εντροπία μιας κατάστασης. Όσο μεταλύτερη η αταξία, τόσο μεγαλύτερη η εντροπία της κατάστασης.

β) Όταν μια σφαίρα κινείται μεταφέρει «ταξινομιμένη» ενέργεια, κινητική ενέργεια. Όταν η σφαίρα χτυπήσει σε χαλύβδινη πλάκα και σταματήσει, η ενέργεια της κινήσεώς της μεταφέρεται στις τυχαίες κινήσεις των ατόμων της σφαίρας και της πλάκας, αυτή η άτακτη ενέργεια γίνεται αισθητή με τη μορφή θερμότητας Q. Έτσι λοιπόν η ενέργεια γίνεται θερμότητα μόλις αποδιοργανώνεται.

Και στα δύο παραδείγματα όμως στα οποία έχουμε αύξηση της εντροπίας η φορά των διεργασιών γίνεται προς την πιο πιθανή κατάσταση. Άρα λοιπόν η πιο πιθανή κατάσταση είναι και μια κατάσταση μεγαλύτερης αταξίας.

Έτσι λοιπόν δε θα μπορούσαμε να περιμένουμε να βάλουμε το διάφραγμα, στο αρχικό δοχείο και τα μόρια να ξαναμαζεύονταν στο αριστερό μισό (Α) του δοχείου. Ούτε θα ήταν δυνατό να δώσουμε τη θερμότητα Q που έχασε η σφαίρα και αυτή να ξαναεπέστρεφε προς τα πίσω με την ίδια ταχύτητα.

Έτσι λοιπόν η φορά προς την οποία γίνονται οι φυσικές διεργασίες είναι τέτοια ώστε να οδηγούμαστε σε κατάσταση ισορροπίας η οποία είναι μια κατάσταση μέγιστης εντροπίας θερμοδυναμικά και μέγιστης πιθανότητας στατιστικά (S = KlnP όπου P είναι η πιθανότητα να παρατηρηθεί μια κατάσταση. Η πιο πιθανή κατάσταση χαρακτηρίζεται από μεγαλύτερη εντροπία S).

Ξέρουμε όμως παρ' όλα αυτά ότι γύρω από μια κατανομή ισορροπίας μπορούν να παρατηρηθούν διακυμάνσεις (για παράδειγμα κίνηση Brown). Απ' αυτήν την άποψη λοιπόν δεν είναι απόλυτα βέβαιο ότι η εντροπία αυξάνεται σε κάθε αυθόρμητη διεργασία. Η εντροπία μπορεί μερικές φορές να μειώνεται. Αν περιμένουμε για αρκετό χρόνο, ακόμα και οι πιο απίθανες καταστάσεις πιθανό να συμβούν.

«Το νερό σε μια δεξαμενή ξαφνικά παγώνει σε μια ζεστή καλοκαιρινή μέρα». Παρ' όλο που τέτοια συμβάντα είναι δυνατά η πιθανότητα να συμβούν, όταν υπολογιστεί, αποδεικνύεται απίστευτα μικρή.

Ο 2ος νόμος λοιπόν της θερμοδυναμικής μας δείχνει την πιθανότερη πορεία των γεγονότων, όχι τη μόνη δυνατή.

Η περιοχή εφαρμογής του όμως είναι τόσο πλατιά και η πιθανότητα να τον καταργήσει η φύση είναι τόσο μικρή που κατέχει τη διάκριση ενός από τους πιο χρήσιμους και γενικούς νόμους σ'όλες τις επιστήμες.

◆

Ο ΚΟΜΗΤΗΣ *HALE-BOPP*

Του **Ιωάννη Σειραδάκη,** Καθηγητή Φυσικής του Α.Π.Θ.

Ο κομήτης Hale-Bopp είναι ο λαμπρότερος κομήτης που μας επισκέπτεται από τότε που ανακαλύφτηκε το τηλεσκόπιο. Η διάμετρός του είναι περίπου 40 km (του γνωστού -και τυπικού- κομήτη Halley είναι περίπου 10km). Είναι ο πρώτος κομήτης που ανιχνεύθηκε τόσο μακριά, πέραν της τροχιάς του Δία (στην ίδια απόσταση ο κομήτης Halley ήταν 250 φορές αμυδρότερος).΄Ερχεται από πολύ μακριά (προέρχεται από το νέφος του Oort) και κινείται με ταχύτητα 140.000 χιλιόμετρα την ώρα. Μας είχε επισκεφθεί ξανά πριν από 4200 χρόνια και θα μας επισκεφθεί πάλι μετά από 2400 χρόνια. Καθημερινά εξαχνώνονται από την επιφάνειά του 2 εκατομμύρια τόννοι πάγου (η συνολική μάζα του ξεπερνά τα 3 τρισεκατομμύρια, $3x10^{13}$, τόννους) σχηματίζοντας γύρω του μια σφαίρα από αέριο και σκόνη διαμέτρου 1.000.000 km. Ο ηλιακός άνεμος και η ηλιακή ακτινοβολία ωθούν το αέριο και τη σκόνη αντίθετα από τη διεύθυνση του ΄Ηλιου, σχηματίζοντας έτσι μια τεράστια ουρά, το μήκος της οποίας μπορεί να φτάσει αρκετές δεκάδες εκατομμύρια χιλιόμετρα.

Ο κομήτης Hale-Bopp. *(Η φωτογραφία πάρθηκε από την Καστοριά στις 10 Μαρτίου 1997 και ώρα 5:35 π.μ., από τον Κοσμά Γαζέα, φοιτητή του Τμήματος Φυσικής του Α.Π.Θ.)*

ΤΙ ΕΙΝΑΙ ΟΙ ΚΟΜΗΤΕΣ;

Πριν από πέντε περίπου δισεκατομμύρια χρόνια η βαρυτική κατάρρευση ενός αρχέγονου νέφους από αέριο και σκόνη δημιούργησε τον ΄Ηλιο. Την ίδια περίπου εποχή, από τα υπόλοιπα της ύλης του νέφους που δεν είχαν συμβάλει στη δημιουργία του Ηλιου, δημιουργήθηκαν οι 9 μεγάλοι **πλανήτες** και τα μικρότερα σώματα του πλανητικού συστήματος. Από τα τελευταία, όσα δημιουργήθηκαν σε μικρή απόσταση από τον ΄Ηλιο (μέσα από την τροχιά του Δία) αποτέλεσαν τους αστεροειδείς. ΄Οσα δημιουργήθηκαν σε μεγάλη απόσταση από τον ΄Ηλιο (πέρα από την τροχιά του Δία) αποτέλεσαν τους **κομήτες**.

Οι κομήτες, που αποτελούνται κυρίως από πάγο, δεν μπορουν να "επιζήσουν" κοντά στον ΄Ηλιο, επειδή η ακτονοβολία του προκαλεί εξάχνωση του πάγου και διάλυση του κομήτη. Αυτή τη στιγμή κάθε δευτερόλεπτο εξαχνώνονται από την επιφάνεια του κομήτη Hale-Bopp 30 τόνοι πάγου. Οι κομήτες είναι συγκεντρωμένοι σε δύο περιοχές στις εσχατιές του πλανητικού μας συστήματος. Η μία, η κοντινότερη, ονομάζεται **ζώνη του Kuiper** και η άλλη, η πιο απομακρυσμένη, **νέφος του Oort**. Η ζώνη του Kuiper κείται πάνω στην εκλειπτική, δηλαδή στο επίπεδο όπου κινούνται οι εννέα πλανήτες, και βρίσκεται λίγο έξω από την τροχιά του πλανήτη **Ποσειδώνα**, σε απόσταση 10 δισεκατομμυρίων χιλιομέτρων. Το νέφος του Oort μοιάζει με σφαιρικό φλοιό και βρίσκεται σε απόσταση ενός έτους φωτός, δηλαδή 750 φορές πιο μακριά.

Πολλές φορές η τροχιά κάποιου κομήτη τυχαίνει να αλλάξει από τη βαρυτική επίδραση κάποιου αστέρα ή ενός άλλου μεγάλου σώματος. Αν η νέα τροχιά του κομήτη περνάει από την εσωτερική περιοχή του ηλιακού συστήματος, η ακτινοβολία του ΄Ηλιου εξαχνώνει ένα μέρος του πάγου και δημιουργείται γύρω από το στερεό σώμα του κομήτη, που ονομάζεται πυρήνας, μια σφαίρα από αέρια και σκόνη διαμέτρου 100.000 χλμ, που ονομάζεται κόμη. Η πίεση της ακτινοβολίας του ΄Ηλιου και του ηλιακού ανέμου επεκτείνουν την κόμη προς την αντίθετη, προς τον ΄Ηλιο, διεύθυνση, δημιουργώντας την ουρά του κομήτη, που τόσο μας εντυπωσιάζει.

Οι κομήτες δεν είναι σφαιρικά σώματα. Το σχήμα τους μοιάζει περισσότερο με πατάτα, και οι περισσότεροι έχουν διαστάσεις της τάξης των 10 km. Εκτός από πάγο, περιέχουν παγωμένο διοξείδιο του άνθρακα (ξηρό πάγο), μονοξείδιο του άνθρακα, μεθάνιο, άζωτο και ενώσεις μετάλλων. ΄Ολες αυτές οι ενώσεις συγκολλούνται μεταξύ τους με σημαντική ποσότητα σκόνης, έτσι ώστε ο αστροφυσικός **Fred Whipple** παρομοίασε τους κομήτες με μια "**βρώμικη χιονόμπαλα**". Η εικόνα αυτή [του πυρήνα των κομητών] επιβεβαιώθηκε το 1986, όταν το διαστημόπλοιο Giotto πλησίασε τον **κομήτη του Halley** σε απόσταση 600 χλμ και τον φωτογράφισε από κοντά. Οι κομήτες είναι ορατοί σε ένα μικρό μόνο τμήμα της τροχιάς τους. Μακριά από τον ΄Ηλιο είναι ακριβώς έτσι όπως τους περιέγραψε ο Whipple: μικρές "βρώμικες χιονόμπαλες" και για το λόγο αυτόν δύσκολα μπορούν να παρατηρηθούν. Καθώς όμως πλησιάζουν τον ΄Ηλιο, τα ελαφρά στοιχεία τους εξαχνώνονται, περνώντας κατευθείαν από τη στερεά στην αέρια κατάσταση. Τα στοιχεία που εξαχνώνονται και η σκόνη που απελευθερώνεται σχηματίζουν τότε γύρω από το στερεό τμήμα του κομήτη, τον πυρήνα του, ένα ημιδιαφανές νέφος μεγάλων διαστάσεων (πολλών δεκάδων χιλιάδων χιλιομέτρων), που ονομάζεται κόμη. Η κόμη αντανακλά το φώς του ΄Ηλιου και είναι αυτή που κάνει τον κομήτη να μοιάζει με "θαμπό αστέρι".

Καθώς ο κομήτης πλησιάζει τον ΄Ηλιο, εκτός του ότι θερμαίνεται ολοένα και περισσότερο, δέχεται και την επίδραση του **ηλιακού ανέμου**, ο οποίος αποτελείται από σωματίδια (κυρίως πρωτόνια και ηλεκτρόνια) που συνεχώς διαφεύγουν από την κορυφή της ατμόσφαιρας του ΄Ηλιου. Ο ηλιακός άνεμος ωθεί τα σωματίδια της σκόνης που βρίσκονται στην κόμη μακρυά από τον πυρήνα, σε κατεύθυνση αντίθετη από αυτήν του ΄Ηλιου, όπως ακριβώς ο γήινος άνεμος παρασύρει τον καπνό που βγαίνει από μια καμινάδα. Η σκόνη αυτή είναι ορατή, επειδή αντανακλά το φως του ΄Ηλιου, και αποτελεί ένα από τα δύο είδη ουράς που αναπτύσσει κάθε κομήτης, την **ουρά σκόνης**. Η ουρά αυτή έχει καμπύλο σχήμα και είναι το πιο θεαματικό τμήμα του κομήτη. Το μήκος της μπορεί να φτάσει πολλά εκατομμύρια χιλιόμετρα και πάντοτε εκτείνεται αντίθετα από τη διεύθυνση του ΄Ηλιου.[Επομένως όταν ο κομήτης πλησιάζει το ΄Ηλιο, η ουρά ακολουθεί την κόμη, ενώ όταν απομακρύνεται, η ουρά προηγείται της κόμης.] Αξίζει να σημειωθεί ότι το μονοξείδιο του άνθρακα ιονίζεται εύκολα από τον ηλιακό άνεμο και στη συνέχεια παγιδεύεται από το μαγνητικό πεδίο του. ΄Ετσι σχηματίζεται πολλές φορές και μια δεύτερη ουρά, εκτός από αυτήν της σκόνης, που αποτελείται από ιονισμένο αέριο. Η ουρά αυτή είναι ίσια και, επειδή ακτινοβολεί στο κυανό φως (όπου το μάτι μας δεν είναι ευαίσθητο), δεν είναι τόσο εντυπωσιακή.

ΑΡΙΘΜΟΣ ΟΞΕΙΔΩΣΗΣ ΚΑΙ Η ΣΗΜΑΣΙΑ ΤΟΥ

Του **Κ. Τσίπη,** Καθηγητή Κβαντικής Χημείας του Α.Π.Θ.

Η έννοια του αριθμού οξείδωσης (oxidation number) ή τυπικού σθένους των στοιχείων αποτελεί μια πάρα πολύ χρήσιμη και πιο γενική έννοια, απ' ότι είναι η έννοια του σθένους των στοιχείων.

Γνωρίζουμε ότι στις ιονικές ενώσεις τα κατιόντα και τα ανιόντα φέρουν ένα συγκεκριμένο αριθμό στοιχειωδών φορτίων που ταυτίζεται με το ετεροπολικό τους σθένος. Στοιχειώδη, όμως, φορτία κλασματικά (δ+ και δ–), φέρουν και τα άτομα των στοιχείων στις πολικές ενώσεις. Τα κλασματικά αυτά στοιχειώδη φορτία θα μπορούσαν ν' αντιστοιχούν σε ακέραιους αριθμούς στοιχειωδών φορτίων, αν δεχόμασταν ότι τα κοινά ζεύγη ηλεκτρονίων των ομοιοπολικών δεσμών ανήκαν εξ' ολοκλήρου στο πιο ηλεκτραρνητικό στοιχείο. Στην περίπτωση αυτή είναι στην ουσία σαν να δεχόμαστε την πλήρη μετατόπιση των κοινών ζευγών ηλεκτρονίων προς το πιο ηλεκραρνητικό στοιχείο, το οποίο και θα φορτίζεται αρνητικά (με ολόκληρα όμως στοιχειώδη φορτία) ενώ το λιγότερο ηλεκτραρνητικό στοιχείο θα φορτίζεται θετικά (με ολόκληρα στοιχειώδη φορτία). Μ' αυτό τον τρόπο μπορούμε να περιγράψουμε την κατάσταση ενός ατόμου, από άποψη φορτίου, σε οποιοδήποτε μόριο (ετεροπολικό, πολικό ή μη) κατά ένα γενικό τρόπο. Η περιγραφή αυτή γίνεται με την εισαγωγή του όρου **αριθμός οξείδωσης** ή **βαθμίδα οξείδωσης** ή και **οξειδωτική κατάσταση** του στοιχείου στο μόριο. Από τις τρεις ονομασίες του όρου αυτού μπορούμε να χρησιμοποιούμε όποια θέλουμε.

Ο **αριθμός οξείδωσης** ορίζεται ως ο αριθμός των στοιχειωδών φορτίων που φέρει το άτομο ενός στοιχείου σε μια ένωσή του, με την παραδοχή ότι τα κοινά ζεύγη των ηλεκτρονίων ανήκουν εξ' ολοκλήρου στα πιο ηλεκτραρνητικά στοιχεία.

Για τον υπολογισμό του αριθμού οξείδωσης ενός στοιχείου σε μια ένωσή του χρησιμοποιούμε ένα σύνολο κανόνων, που είναι οι εξής:

1. ο αριθμός οξείδωσης οποιουδήποτε στοιχείου στη στοιχειακή του κατάσταση είναι μηδέν (π.χ. το υδρογόνο στο μόριό του, H_2, έχει αριθμό οξείδωσης μηδέν, το χλώριο στο μόριό του, Cl_2, έχει αριθμό οξείδωσης μηδέν, ο φωσφόρος στο μόριό του, P_4, έχει αριθμό οξείδωσης μηδέν, κ.ό.κ.).
2. ο αριθμός οξείδωσης οποιουδήποτε απλού ιόντος είναι ίσος με το φορτίο του ιόντος. Π.χ. τα ιόντα Na^+, Al^{3+}, S^{2-} έχουν αριθμούς οξείδωσης +1, +3 και –2, αντίστοιχα.
3. το αλγεβρικό άθροισμα των αριθμών οξείδωσης όλων των ατόμων σ' ένα ουδέτερο μόριο είναι ίσο με μηδέν.
4. το αλγεβρικό άθροισμα των αριθμών οξείδωσης όλων των ατόμων σ' ένα πολυατομικό ιόν είναι ίσο με το φορτίο του ιόντος.
5. το φθόριο στις ενώσεις του έχει πάντοτε αριθμό οξείδωσης –1.
6. τα αλκαλιμέταλλα (Li, Na, K, Rb, Cs, Fr) έχουν στις ενώσεις τους πάντοτε αριθμό οξείδωσης +1.
7. όλα τα μέταλλα έχουν πάντοτε θετικούς αριθμούς οξείδωσης.
8. το υδρογόνο στις ενώσεις του έχει πάντοτε αριθμό οξείδωσης +1, εκτός από τις ενώσεις του με μέταλλα όπου έχει αριθμό οξείδωσης –1.
9. το οξυγόνο στις ενώσεις του έχει πάντοτε αριθμό οξείδωσης –2, εκτός από τις ενώσεις που περιέχουν την υπεροξειδική γέφυρα –Ο–Ο–, όπου έχει αριθμό οξείδωσης –1 και την ένωση OF_2, όπου έχει αριθμό οξείδωσης +2.

Ας χρησιμοποιήσουμε τους κανόνες αυτούς σε ορισμένα παραδείγματα.

Παράδειγμα 1

Να προσδιοριστεί ο αριθμός οξείδωσης του κάθε ατόμου στα παρακάτω μόρια ή ιόντα:

α) KNO_3, β) $Na_2S_4O_6$, γ) $Cr_2O_7^{2-}$,
δ) $HClO_3$, ε) CaH_2, στ) Na_2O_2

Λύση:

α) το K έχει αριθμό οξείδωσης +1 (κανόνας 6). Το O έχει αριθμό οξείδωσης –2 (κανόνας 9). Επομένως το N θα έχει αριθμό οξείδωσης x που θα δίνεται από τη σχέση (κανόνας 3):

$$+1 + x + 3(-2) = 0$$
$$x = +5$$

β) Το Na έχει αριθμό οξείδωσης +1 (κανόνας 6). Το O έχει αριθμό οξείδωσης –2 (κανόνας 9). Επομένως το S θα έχει αριθμό οξείδωσης x που θα δίνεται από τη σχέση (κανόνας 3):

$$2(+1) + 4(x) + 6(-2) = 0$$
$$x = 2{,}5$$

Σημειώστε, ότι ο αριθμός οξείδωσης μπορεί να μην αντιστοιχεί σε ακέραιο αριθμό.

γ) Το Ο έχει αριθμό οξείδωσης –2 (κανόνας 9). Επομένως το Cr θα έχει αριθμό οξείδωσης x που θα δίνεται από τη σχέση (κανόνας 4):

$$2(x) + 7(-2) = -2$$
$$x = +6$$

δ) Το Η έχει αριθμό οξείδωσης +1 (κανόνας 8). Το Ο έχει αριθμό οξείδωσης –2 (κανόνας 9). Άρα το Cl θα έχει αριθμό οξείδωσης x που θα δίνεται από τη σχέση (κανόνας 3):

$$+1 + x + 3(-2) = 0$$
$$x = +5$$

ε) Το Η έχει αριθμό οξείδωσης –1(κανόνας 8). Άρα το Ca θα έχει αριθμό οξείδωσης x που θα δίνεται από τη σχέση (κανόνας 3):

$$x + 2(-1) = 0$$
$$x = +2$$

Σημειώστε ότι τα μέταλλα έχουν πάντοτε θετικούς αριθμούς οξείδωσης.

στ) Το Na έχει αριθμό οξείδωσης +1 (κανόνας 6). Άρα το Ο θα έχει αριθμό οξείδωσης που θα δίνεται από τη σχέση (κανόνας 3):

$$2(+1) + 2(x) = 0$$
$$x = -1$$

Σημειώστε, ότι η ομάδα O_2^{2-} είναι η υπεροξειδική γέφυρα –Ο–Ο–.

Παράδειγμα 2

Να προσδιοριστεί ο αριθμός οξείδωσης του αζώτου στις παρακάτω ενώσεις του.

1) NH_4^+, 2) NH_3, 3) N_2H_4, 4) NH_2OH, 5) N_2, 6) N_2O, 7) NO, 8) N_2O_3, 9) NO_2, 10) N_2O_5.

Λύση:

1) NH_4^+: Το Η έχει αριθμό οξείδωσης +1. Άρα το Ν θα έχει αριθμό οξείδωσης x που θα δίνεται από τη σχέση:

$$x + 4(+1) = +1$$
$$x = -3$$

2) NH_3: Το Η έχει αριθμό οξείδωση +1. Άρα το Ν θα έχει αριθμό οξείδωσης x που θα δίνεται από τη σχέση:

$$x + 3(+1) = 0$$
$$x = -3$$

3) N_2H_4: Το Η έχει αριθμό οξείδωσης +1. Άρα το Ν θα έχει αριθμό οξείδωσης x που θα δίνεται από τη σχέση:

$$2(x) + 4(+1) = 0$$
$$x = -2$$

4) NH_2OH: Το Η έχει αριθμό οξείδωσης +1. Το Ο έχει αριθμό οξείδωσης –2. Άρα το Ν θα έχει αριθμό οξείδωσης x που θα δίνεται από τη σχέση:

$$x + 3(+1) - 2 = 0$$
$$x = -1$$

5) N_2: Το άζωτο είναι στοιχειακό. Άρα ο αριθμός οξείδωσής του θα είναι 0 (κανόνας 1).

6) N_2O: Το Ο έχει αριθμό οξείδωσης –2. Άρα το Ν θα έχει αριθμό οξείδωσης:

$$2(x) - 2 = 0$$
$$x = +1$$

7) NO:

$$x - 2 = 0$$
$$x = +2$$

8) N_2O_3:

$$2(x) - 3(-2) = 0$$
$$x = +3$$

9) NO_2:

$$x + 2(-2) = 0$$
$$x = +4$$

10) N_2O_5:

$$2(x) + 5(-2) = 0$$
$$x = +5$$

Το τελευταίο παράδειγμα δείχνει ξεκάθαρα ότι ένα στοιχείο μπορεί να έχει πολλούς αριθμούς οξείδωσης. Μάλιστα δε οι αριθμοί αυτοί οξείδωσης των στοιχείων των κύριων ομάδων του περιοδικού πίνακα καλύπτουν όλη την περιοχή που καθορίζεται από τον αριθμό n των ομάδων και τον αριθμό n – 8. Αυτό αποτελεί έναν δέκατο κανόνα, θα λέγαμε, με τις εξαιρέσεις όμως που αναφέρονται στους άλλους κανόνες. Πράγματι στο παράδειγμα 2 οι αριθμοί οξείδωσης του Ν που ανήκει στην ομάδα 5 καλύπτουν την περιοχή από το +5 έως το 5 – 8 = –3. Σημειώστε, ότι τα στοιχεία των ομάδων 1, 2 και 3 είναι όλα μέταλλα και κατά συνέπεια έχουν μόνο θετικούς αριθμούς οξείδωσης. Από την ομάδα όμως 4 και πέρα μέχρι την 7 έχουμε τόσο θετικούς όσο και αρνητικούς αριθμούς οξείδωσης. Στην ομάδα 7 π.χ. (αλογόνα) οι αριθμοί οξείδωσης θα κυμαίνονται από +7 έως –1 (εξαίρεση το F_2, κανόνας 5). Πράγματι για το χλώριο υπάρχουν οι ενώσεις HCl (–1), Cl_2 (0), HClO (+1), $HClO_2$ (+3), $HClO_3$ (+5), και $HClO_4$ (+7), που πράγματι καλύπτουν αριθμούς οξείδωσης από –1 μέχρι +7.

Αλλά και τα μεταβατικά και εσωμεταβατικά στοιχεία έχουν περισσότερους από ένα αριθμούς οξείδωσης, θετικούς φυσικά πάντοτε, αφού όλα τα στοιχεία αυτά είναι μέταλλα. Στον πίνακα 11.3 δίνονται οι πιο κοινοί αριθμοί οξείδωσης μερικών από τα μεταβατικά μέταλλα.

Πίνακας 1. Οι πιο κοινοί αριθμοί οξείδωσης μερικών μεταβατικών μετάλλων.

Μέταλλο	Αριθμός οξείδωσης	Μέταλλο	Αριθμός οξείδωσης
Ti	+3, +4	Ni	+2
V	+3, +5	Cu	+1, +2
Cr	+2, +3, +6	Zn	+2
Mn	+2, +3	Ag	+1
Fe	+2, +3	Au	+1, +3
Co	+2, +3	Pt	+2, +4
Rh	+1, +3	Hg	+1, +2

Μια άλλη πιο απλή μέθοδος υπολογισμού του αριθμού οξείδωσης των ατόμων στις ενώσεις τους βασίζε-

ται στον ηλεκτρονικό τύπο της ένωσης και στην παραδοχή ότι τα κοινά ζεύγη των ηλεκτρονίων ανήκουν εξ' ολοκλήρου στα πιο ηλεκτραρνητικά άτομα που απαρτίζουν το χημικό δεσμό. Με την παραδοχή όμως αυτή ο ηλεκτρονικός τύπος της ένωσης παίρνει μια νέα μορφή στην οποία τα κοινά ζεύγη των ηλεκτρονίων μεταξύ ατόμων του ίδιου στοιχείου (ίδια ηλεκτραρνητικότητα) παριστάνονται ως + ενώ αυτά μεταξύ ατόμων διαφορετικών στοιχείων (διαφορετική ηλεκτραρνητικότητα) παριστάνονται ως (− ή −) ανάλογα με το αν το ηλεκτραρνητικότερο άτομο βρίσκεται προς τα δεξιά ή προς τ' αριστερά του χημικού δεσμού. Εξαιτίας του τρόπου αυτού της γραφής των ηλεκτρονικών τύπων η μέθοδος αναφέρεται ως μέθοδος της **εκραγείσας δομής** (exploded structure method).

Κατά την εφαρμογή της μεθόδου της εκραγείσας δομής στον υπολογισμό του αριθμού οξείδωσης των ατόμων στις ενώσεις τους ακολουθούμε την εξής συνταγή:

1. Γράφουμε τον ηλεκτρονικό τύπο της ένωσης.
2. Γράφουμε τον ηλεκτρονικό τύπο της ένωσης με τη μορφή της εκραγείσας δομής.
3. Αφαιρούμε τον αριθμό των ηλεκτρονίων που υπάρχει γύρω από το άτομο στην εκραγείσα δομή από τον αριθμό των ηλεκτρονίων που έχει το ελεύθερο άτομο και η διαφορά αυτή αποτελεί τον αριθμό οξείδωσης του ατόμου στη συγκεκριμένη ένωση.

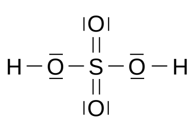
Είναι φανερό πως στη μέθοδο της εκραγείσας δομής δεν είναι απαραίτητο να γνωρίζουμε τους κανόνες που χρησιμοποιούνται στην πρώτη μέθοδο υπολογισμού του αριθμού οξείδωσης των ατόμων στις ενώσεις τους. Ας δούμε, όμως, μερικά παραδείγματα:

Παράδειγμα 3

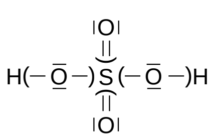
Τι αριθμό οξείδωσης έχει το καθένα από τα άτομα στο μόριο του θειικού οξέος, H_2SO_4;

Λύση:

1. Ηλεκτρονικός τύπος του H_2SO_4



2. Εκραγείσα δομή του H_2SO_4



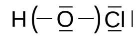
3. Αριθμοί οξείδωσης
H: 1–0=1, O: 6–8=–2, S: 6–0=6.

Παράδειγμα 4

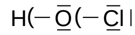
Τι αριθμό οξείδωσης έχει το καθένα από τα άτομα στο μόριο του υποχλωριώδους οξέος, HClO;

Λύση:

1. Ηλεκτρονικός τύπος του HClO



2. Εκραγείσα δομή του HClO



3. Αριθμοί οξείδωσης
H: 1–0 = 1, O: 6–8 = –2, Cl: 7–6 = 1.

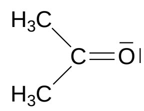
Παράδειγμα 5

Τι αριθμό οξείδωσης έχουν τα άτομα άνθρακα που συμμετέχουν στο διπλό δεσμό στα μόρια της ακετόνης, $(CH_3)_2CO$ και του τετραμεθυλο-αιθυλενίου, $(CH_3)_2{=}C(CH_3)_2$;

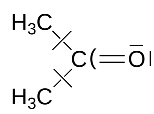
Λύση:

$(CH_3)_2CO$

1. Ηλεκτρονικός τύπος της ακετόνης



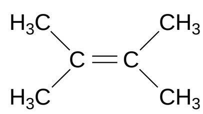
2. Εκραγείσα δομή της ακετόνης



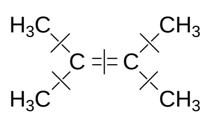
3. Αριθμός οξείδωσης της C
C: 4–2 = 2,

$(CH_3)_2{=}C(CH_3)_2$

1. Ηλεκτρονικός τύπος του τετραμεθυλο-αιθυλενίου



2. Εκραγείσα δομή του τετραμεθυλο-αιθυλενίου



3. Αριθμός οξείδωσης του C
C: 4–4 = 0.

Θα συνιστούσαμε στον αναγνώστη ν' απομνημονεύσει τους αριθμούς οξείδωσης των πιο κοινών στοιχείων. Κι αυτό γιατί οι αριθμοί οξείδωσης των στοιχείων μας επιτρέπουν:

1. να γράψουμε εύκολα το χημικό τύπο μιας ένωσης ανεξάρτητα αν αυτή είναι ιονική ή όχι,

2. να ονομάσουμε μια χημική ένωση και,
3. να βρούμε τους στοιχειομετρικούς συντελεστές μιας σπουδαίας τάξης χημικών αντιδράσεων που περιλαμβάνουν μεταφορά ηλεκτρονίων μεταξύ των αντιδρωσών ουσιών και ονομάζονται αντιδράσεις οξειδοαναγωγής.

Εδώ θα περιοριστούμε στη συζήτηση των δύο άλλων εφαρμογών του αριθμού οξείδωσης.

ΓΡΑΦΗ ΤΩΝ ΧΗΜΙΚΩΝ ΤΥΠΩΝ

Τα ιονικά φορτία στις ιονικές ενώσεις χρησιμοποιούνται για τον καθορισμό των δεικτών του κατιόντος και του ανιόντος στο χημικό τύπο των ενώσεων αυτών. Όμως, τα ιονικά αυτά φορτία ταυτίζονται με τον αριθμό οξείδωσης των στοιχείων στις συγκεκριμένες ενώσεις. Αυτό μας επιτρέπει να επεκτείνουμε τη χρησιμοποίηση του αριθμού οξείδωσης και στη γραφή των χημικών τύπων όχι μόνο των ιονικών ενώσεων, αλλά και όλων των άλλων ενώσεων (πολικών και μη). Ο κανόνας που χρησιμοποιούμε είναι γνωστός ως **ανάστροφος κανόνας του αριθμού οξείδωσης**. Σύμφωνα με τον κανόνα αυτό, *η αναλογία με την οποία τα άτομα ή ομάδες ατόμων ενώνονται για να σχηματίσουν μια ένωση είναι η αντίστροφη αναλογία των αριθμών οξείδωσης ή των φορτίων τους*. Ας δούμε μερικά παραδείγματα.

Έστω, ότι θέλουμε να γράψουμε τους χημικούς τύπους των ενώσεων του άνθρακα με οξυγόνο, στις βαθμίδες οξείδωσης του άνθρακα +2 και +4. Σύμφωνα με τον ανάστροφο κανόνα του αριθμού οξείδωσης θα έχουμε:

$$C_2O_2 = CO \qquad\qquad C_2O_4 = CO_2$$
$$C^{2+} \quad O^{2-} \qquad\qquad C^{4+} \quad O^{2-}$$

Σημειώστε, ότι όταν οι αριθμοί απλοποιούνται, τους απλοποιούμε και παίρνουμε τον πιο απλό τύπο. Επίσης όταν κάποιος δείκτης είναι η μονάδα, αυτόν τον παραλείπουμε.

Έστω τώρα ότι θέλουμε να γράψουμε τους χημικούς τύπους των ενώσεων του θείου με το υδρογόνο στη βαθμίδα οξείδωσης –2 και με το οξυγόνο στις βαθμίδες οξείδωσης +4 και +6. Θα έχουμε λοιπόν.

$$H_2S \qquad\qquad S_2O_4 = SO_2 \qquad\qquad S_2O_6 = SO_3$$
$$H^{+} \quad S^{2-} \qquad\qquad S^{4+} \quad O^{2-} \qquad\qquad S^{6+} \quad O^{2-}$$

Τέλος, έστω ότι θέλουμε να γράψουμε τους χημικούς τύπους των ενώσεων του θειϊκού ανιόντος, SO_4^{2-} με τα ιόντα του αμμωνίου, NH_4^+, του Na^+ και του Cr^{3+}. Και πάλι θα έχουμε:

$$(NH_4)_2SO_4 \qquad\qquad Na_2SO_4 \qquad\qquad Cr_2(SO_4)_3$$
$$NH_4^+ \quad SO_4^{2-} \qquad\qquad Na^+ \quad SO_4^{2-} \qquad\qquad Cr^{3+} \quad SO_4^{2-}$$

Σημειώστε ότι τα πολυατομικά ιόντα γράφονται μέσα σε παρενθέσεις όταν έχουν δείκτη διάφορο του 1 κι' αυτό για να δείξουμε ότι πρόκειται για αυτούσιες χημικές οντότητες.

Όλα τα παραπάνω μπορούμε να τα συνοψίσουμε σε τέσσερις κανόνες που πρέπει ν' ακολουθούμε κατά τη γραφή των χημικών τύπων:

1. γράφουμε την ονομασία της χημικής ένωσης
2. κάτω από την ονομασία γράφουμε τα σύμβολα των στοιχείων ή των πολυατομικών ιόντων που αποτελούν την ένωση
3. στο κάθε σύμβολο γράφουμε με τη μορφή εκθέτη τον αριθμό οξείδωσης ή το φορτίο του
4. διασταυρώνουμε τους εκθέτες αυτούς και τους τοποθετούμε ως δείκτες στα αντίστοιχα στοιχεία ή πολυατομικά ιόντα. Όπου είναι δυνατόν οι δείκτες αυτοί απλοποιούνται και η μονάδα παραλείπεται.

Παράδειγμα 6

Να γραφούν οι χημικοί τύποι των παρακάτω ενώσεων:

1) **φωσφορικό αργίλιο**
2) **όξινο θειϊκό ασβέστιο**
3) **τετραϊωδιούχο μαγγάνιο**
4) **πεντοξείδιο του φωσφόρου**
5) **νιτρικός χαλκός**

Λύση:

1) **φωσφορικό αργίλιο:** Περιέχει φωσφορικά ανιόντα με φορτίο 3– και ιόντα Al^{3+}. Επομένως, θα έχουμε:

$$Al_3(PO_4)_3 = AlPO_4$$
$$Al^{3+} \quad PO_4^{3-}$$

2) **όξινο θειϊκό ασβέστιο:** Περιέχει όξινα θειϊκά ανιόντα με φορτίο –1 και ιόντα ασβεστίου, Ca^{2+}. Επομένως, θα έχουμε:

$$Ca(HSO_4)_2$$
$$Ca^{2+} \quad HSO_4^-$$

3) **τετραϊωδιούχο μαγγάνιο:** περιέχει ιωδιούχα ιόντα, I^- και ιόντα μαγγανίου, Mn^{4+}. Επομένως, θα έχουμε:

$$MnI_4$$
$$Mn^{4+} \quad I^-$$

4) πεντοξείδιο του φωσφόρου: περιέχει το φωσφόρο σε βαθμίδα οξείδωσης +5. Επομένως, θα έχουμε:

$$P_2O_5$$

$$P^{5+} \quad O^{2-}$$

5) νιτρικός χαλκός: περιέχει νιτρικά ανιόντα με φορτίο −1 και ιόντα χαλκού, Cu^{2+}. Επομένως, θα έχουμε:

$$Cu(NO_3)_2$$

$$Cu^{2+} \quad NO_3^-$$

ΟΝΟΜΑΤΟΛΟΓΙΑ ΑΠΛΩΝ ΑΝΟΡΓΑΝΩΝ ΕΝΩΣΕΩΝ

Όταν ένα στοιχείο σχηματίζει με κάποιο άλλο στοιχείο περισσότερες από μια ενώσεις, για να τις διακρίνουμε χρησιμοποιούμε στην ονομασία τους αριθμητικά προθέματα. Π.χ.,

PCl_3	τριχλωριούχος φωσφόρος
PCl_5	πενταχλωριούχος φωσφόρος
$FeCl_2$	διχλωριούχος σίδηρος
$FeCl_3$	τριχλωριούχος σίδηρος
Cu_2O	υποξείδιο του χαλκού
CuO	οξείδιο του χαλκού

Αντί του τρόπου αυτού ονομασίας των ενώσεων μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε και άλλο τρόπο, στον οποίο η ονομασία των διαφόρων ενώσεων είναι ίδια και η διάκρισή τους γίνεται με την τοποθέτηση λατινικών αριθμών που εκφράζουν τη βαθμίδα οξείδωσης του στοιχείου μετά το όνομά του και μέσα σε παρενθέσεις. Έτσι, για τις παραπάνω ενώσεις η νέα τους ονομασία θα είναι:

PCl_3	χλωριούχος φωσφόρος (ΙΙΙ)
PCl_5	χλωριούχος φωσφόρος (V)
$FeCl_2$	χλωριούχος σίδηρος (ΙΙ)
$FeCl_3$	χλωριούχος σίδηρος (ΙΙΙ)
Cu_2O	οξείδιο χαλκού (Ι)
CuO	οξείδιο χαλκού (ΙΙ)

Για τα πολυατομικά ιόντα και κυρίως τα ανιόντα που είναι και τα περισσότερα και όπως θα διαπιστώσατε περιέχουν κατά κανόνα κάποιο κεντρικό άτομο ενωμένο με άτομα οξυγόνου και ως εκ τούτου ονομάζονται και **οξυανιόντα**, η ονομασία τους βασίζεται στον αριθμό οξείδωσης του κεντρικού τους ατόμου. Η ονομασία λοιπόν των πολυατομικών οξυανιόντων γίνεται με βάση το όνομα του κεντρικού ατόμου και την κατάληξη -ικό ή -ώδες. Η κατάληξη -ικό χρησιμοποιείται για την περίπτωση που το κεντρικό άτομο βρίσκεται στην υψηλότερη βαθμίδα οξείδωσής του, ενώ η κατάληξη -ώδες στην περίπτωση που το κεντρικό άτομο έχει την αμέσως χαμηλότερη βαθμίδα οξείδωσης. Π.χ.,

NO_3^-	(Αριθ. οξείδωσης N + 5) νιτρικό ανιόν
NO_2^-	(Αριθ. οξείδωσης N + 3) νιτρώδες ανιόν
SO_4^{2-}	(Αριθ. οξείδωσης S + 6) θειϊκό ανιόν
SO_3^{2-}	(Αριθ. οξείδωσης S + 4) θειώδες ανιόν

Αν υπάρχει και άλλο οξυανιόν του στοιχείου με ακόμη χαμηλότερο αριθμό οξείδωσης, χρησιμοποιούμε το πρόθεμα υπο-. Π.χ.

ClO_3^-	(Αριθμ. οξείδωσης Cl + 5) χλωρικό ανιόν
ClO_2^-	(Αριθμ. οξείδωσης Cl + 3) χλωριώδες ανιόν
ClO–	(Αριθμ. οξείδωσης Cl + 1) υποχλωριώδες ανιόν

Τέλος, μερικές φορές, συμβαίνει να υπάρχει οξυανιόν του στοιχείου με μεγαλύτερη βαθμίδα οξείδωσης απ' ό,τι λαμβάνουμε εμείς σαν μεγαλύτερη για να δώσουμε την ονομασία. Αυτό συμβαίνει π.χ. στα οξυανιόντα ClO_4^-, BrO_4^-, IO_4^- όπου τα κεντρικά τους άτομα βρίσκονται σε βαθμίδα οξείδωσης +7. Στην περίπτωση αυτή χρησιμοποιούμε το πρόθεμα υπερ- και έτσι ονομάζουμε τα οξυανιόντα αυτά ως,

ClO_4^-	υπερχλωρικό ανιόν
BrO_4^-	υπερβρωμικό ανιόν
IO_4^-	υπεριωδικό ανιόν

Σημειώστε ότι η βαθμίδα οξείδωσης των αλογόνων +7 είναι η υψηλότερή τους βαθμίδα οξείδωσης και ίσως θα έπρεπε τα οξυανιόντα αυτά να ονομαστούν ως απλά -ικά ανιόντα. Όμως, ειδικά για την περίπτωση αυτή σαν υψηλότερη βαθμίδα οξείδωσης θεωρούμε την +5 και δίνουμε την ανάλογη ονομασία. Αυτό, όμως, δεν συμβαίνει σε άλλες περιπτώσεις.

Από τα παραπάνω γίνεται φανερό ότι, όταν γνωρίζουμε την ονομασία ενός οξυανιόντος γνωρίζουμε ταυτόχρονα και τη βαθμίδα οξείδωσης του κεντρικού του ατόμου. Η κατάληξη -ικό σημαίνει την υψηλότερη βαθμίδα οξείδωσης του κεντρικού ατόμου (εξαίρεση τα οξυανιόντα των αλογόνων). Η κατάληξη -ώδες την κατά δύο μονάδες μικρότερη βαθμίδα οξείδωσης. Τέλος το πρόθεμα υπο- και η κατάληξη -ώδες την κατά δύο ακόμη μονάδες μικρότερη βαθμίδα οξείδωσης. Χαρακτηριστικό είναι το γεγονός ότι στα οξυανιόντα οι βαθμίδες οξείδωσης του κεντρικού τους ατόμου ποικίλλουν πάντοτε κατά δύο μονάδες, ενώ οι χημικοί τους τύποι

διαφέρουν πάντοτε κατά ένα άτομο οξυγόνου. Συγκρίνατε τα προηγούμενα παραδείγματα και θα το διαπιστώσετε και μόνοι σας.

Τέλος, όταν τα οξυανιόντα ενώνονται με άλλα κατιόντα, οι ουδέτερες ενώσεις που προκύπτουν ονομάζονται κανονικά, όπως και οι άλλες δυαδικές ενώσεις με πρώτο το όνομα του οξυανιόντος και μετά το όνομα του κατιόντος π.χ.,

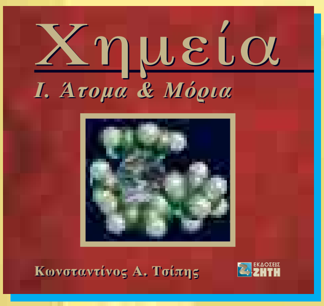
$Cu(NO_3)_2$	νιτρικός χαλκός
$FeSO_4$	θειϊκός σίδηρος (ΙΙ)
$Fe_2(SO_4)_3$	θειϊκός σίδηρος (ΙΙΙ)
$AlPO_4$	φωσφορικό αργίλιο
$(NH_4)_3PO_4$	φωσφορικό αμμώνιο

Αν τώρα τα κατιόντα με τα οποία ενώνονται τα οξυανιόντα είναι Η+, οι ουδέτερες ενώσεις που προκύπτουν ονομάζονται γενικά **οξυγονούχα οξέα** και η ονομασία του καθενός προκύπτει από την ονομασία του οξυανιόντος και τη λέξη οξύ. Π.χ.,

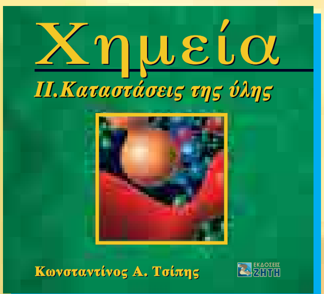
HNO_3	νιτρικό οξύ
HNO_2	νιτρώδες οξύ
H_2SO_4	θειϊκό οξύ
H_2SO_3	θειώδες οξύ
H_3PO_4	φωσφορικό οξύ
H_3PO_3	φωσφορώδες οξύ
$HClO_4$	υπερχλωρικό οξύ
$HClO_3$	χλωρικό οξύ
$HClO_2$	χλωριώδες οξύ
$HClO$	υποχλωριώδες οξύ.

ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΥ ΤΣΙΠΗ: ΧΗΜΕΙΑ

Ι. ΑΤΟΜΑ ΚΑΙ ΜΟΡΙΑ



ΙΙ. ΚΑΤΑΣΤΑΣΕΙΣ ΤΗΣ ΥΛΗΣ



Υπό έκδοση: ΙΙΙ. ΧΗΜΙΚΕΣ ΑΝΤΙΔΡΑΣΕΙΣ

Μια εντυπωσιακή έκδοση του Εκδοτικού Οίκου ΖΗΤΗ με τίτλο "ΧΗΜΕΙΑ" σε τρεις τόμους: Ι. Άτομα και Μόρια, ΙΙ. Καταστάσεις της Ύλης και ΙΙΙ. Χημικές αντιδράσεις" και συγγραφέα τον Καθηγητή της Κβαντικής Χημείας του Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης κ. Κων/νο Τσίπη, προκαλεί το ενδιαφέρον και δημιουργεί τον πειρασμό ν' αφιερώσει κανείς λίγο από το χρόνο του για μια πρώτη επαφή και εκτίμηση του περιεχομένου του κάθε τόμου.

Η Χημεία, ως μάθημα, αποτελούσε ανέκαθεν ένα δυσνόητο και δύσβατο χώρο γνώσεων για το μέσο μαθητή, που τον οδηγούσε σε απέχθεια γι' αυτήν. Όμως, κατά τον συγγραφέα η εικόνα της Χημείας είναι αυτή μιας ενδιαφέρουσας, γοητευτικής και ευχάριστης επιστήμης, που καθημερινά συμβαίνει γύρω μας και συμβάλλει τόσο πολύ στην ανύψωση του βιοτικού μας επιπέδου. Θέλοντας, λοιπόν, να παρουσιάσει και να προωθήσει την εικόνα αυτή της Χημείας, ο συγγραφέας απόθεσε όλες τις γνώσεις και εμπειρίες του, αποτέλεσμα πολύχρονης διδασκαλίας και έρευνας, με μοναδικό στόχο να προσφέρει στο μαθητή (από την Α Γυμνασίου μέχρι και τη Γ Λυκείου), αλλά και στο φοιτητή των Θετικών επιστημών, των επιστημών Υγείας και των Πολυτεχνικών Σχολών, καθώς και πολλών ειδικότητων των Τεχνολογικών Εκπαιδευτικών Ιδρυμάτων, ακόμη και στον απλό πολίτη της σύγχρονης κοινωνίας, ένα ευχάριστο ανάγνωσμα, που θα τον ευχαριστεί το ίδιο, όσο και η ανάγνωση ενός λογοτεχνικού βιβλίου. Με απλά, προσεγμένα και κατανοητά κείμενα, χαρακτηριζόμενα από υψηλή επιστημονική ακρίβεια και διακοσμημένα με πλήθος έγχρωμων φωτογραφιών και εικόνων, επιθυμεί να δώσει στον αναγνώστη κάποιες ευχάριστες ώρες ανάγνωσης και μελέτης που εντελώς ανώδυνα θα μεταδώσουν βαθειά, επιστημονικά, γνώση.

Ο αναγνώστης πράγματι απολαμβάνει το διάβασμα της κάθε παραγράφου των βιβλίων αυτών, εύκολα αναπτύσσει μόνος τους τις απαραίτητες μαθηματικές δεξιοτεχνίες και ελέγχει κάθε στιγμή το επίπεδο των γνώσεων που αποκτά με το διάβασμα. Η χρησιμοποίηση των έγχρωμων και παραστατικών εικόνων, όπως επιβάλλεται για μια επιστήμη στην οποία κυριαρχεί το χρώμα, πολλών παραδειγμάτων, επιλεγμένων προβλημάτων και ερωτήσεων πολλαπλής επιλογής με τις απαντήσεις τους, καθιστούν την εμπέδωση των πολύπλοκων και δύσκολων εννοιών και μεθοδολογιών της επιστήμης της Χημείας άνετη και ευχάριστη. Θα λέγαμε ότι τα βιβλία Χημείας του Καθηγητή κ. Τσίπη αποτελούν ένα ισχυρό αντίδοτο κατά της "χημειοφοβίας" που διακατέχει τους μαθητές, τους φοιτητές και τον απλό ακόμη πολίτη, ο οποίος όλο και περισσότερο αισθάνεται την ανάγκη να κατανοεί όλα τα επιστημονικά επιτεύγματα που έχουν σχέση με τη ζωή του και με τα οποία κατακλύζεται καθημερινά από τα μέσα μαζικής ενημέρωσης. Τέλος, εξίσου σπουδαία είναι η προσφορά των βιβλίων αυτών στην εκπαίδευση, αφού κατά τη γνώμη μου θα ήταν χρήσιμα βοηθήματα για τους καθηγητές που διδάσκουν τη Χημεία, παρέχοντας σ. αυτούς τη δυνατότητα οργάνωσης των μαθημάτων κατά τρόπο που θα ενθουσιάζει τους μαθητές και θα διεγείρει το ενδιαφέρον τους για τη Χημεία.

Ο πρώτος τόμος της σειράς αυτής περιλαμβάνει ύλη ταξινομημένη σε δώδεκα κεφάλαια. Στο πρώτο κεφάλαιο γίνεται μια πρώτη γνωριμία με την επιστήμη της Χημείας, μυείται ο αρχάριος αναγνώστης στις αρχές της επιστημονικής έρευνας και παίρνει μια γεύση από το είδος και την ακρίβεια των μετρήσεων που αποτελούν αντικείμενο της επιστήμης αυτής. Στο δεύτερο κεφάλαιο περιγράφονται διεξοδικά οι έννοιες της ύλης και της ενέργειας, δίνονται οι ιδιότητες, οι καταστάσεις και η σύσταση της ύλης, καθώς και η ποικιλία των μορφών της ενέργειας και η σχέση που υπάρχει μεταξύ τους.

Στο τρίτο κεφάλαιο αναπτύσσονται μερικές σπουδαίες τεχνικές που χρησιμοποιεί ο Χημικός στο εργαστήριο, ή στο εργοστάσιο, για να διαχωρίζει μίγματα ουσιών. Ακολουθεί στο τέταρτο κεφάλαιο η διεξοδική περιγραφή των θεμελιωδών εννοιών της Χημείας, όπως είναι τα άτομα και τα μόρια, τα τόσο μικρά αυτά σωματίδια από τα οποία δομείται ο κόσμος όλος. Μετά από μια πρώτη προσπάθεια για την εκμάθηση της χημικής γλώσσας, που γίνεται στο πέμπτο κεφάλαιο, ο αναγνώστης παίρνει μια πρώτη γεύση των χημικών υπολογισμών και γνωρίζει τις τόσο σπουδαίες χημικές μονάδες μέτρησης, όπως είναι το mole και ο αριθμός του Avogadro στο έκτο κεφάλαιο. Στο έβδομο κεφάλαιο το "μάτι" του μυαλού του αναγνώστη διεισδύει στο εσωτερικό του μικρόκοσμου των ατόμων, ανιχνεύει την εσωτερική τους δομή και προχωρεί στο όγδοο κεφάλαιο για να γνωρίσει την πλέον σύγχρονη θεωρία κατανόησης της δομής των ατόμων και μορίων που δεν είναι άλλη από την Κβαντομηχανική, την οποία, παρά την αναπόφευκτη μαθηματική της πολυπλοκότητα, κατορθώνει ο συγγραφέας να παρουσιάσει με την απλούστερη δυνατή της γλώσσα. Ο τρόπος οργάνωσης της μελέτης της συμπεριφοράς της ύλης δίνεται στο ένατο και δέκατο κεφάλαιο με την παρουσίαση και διεξοδική ανάλυση του Περιοδικού Πίνακα των στοιχείων, καθώς και του τρόπου της περιοδικής μεταβολής ενός συνόλου ιδιοτήτων των ατόμων σε σχέση με τη θέση τους στον Πίνακα αυτό. Στο ενδέκατο κεφάλαιο καταβάλλεται προσπάθεια απάντησης σπουδαίων ερωτημάτων της Χημείας, τα οποία αναφέρονται στο γιατί και πώς τα άτομα των στοιχείων ενώνονται μεταξύ τους για να σχηματίσουν τις χημικές ενώσεις, ενώ στο δωδέκατο και τελευταίο κεφάλαιο παρουσιάζεται με εντυπωσιακό τρόπο η τρισδιάστατη εικόνα της Χημείας και καταδεικνύεται η ομορφιά που κυριαρχεί στη Φύση με την απαράμιλλη συμμετρία της.

Ο δεύτερος τόμος περιλαμβάνει ύλη ταξινομημένη σε πέντε κεφάλαια. Ξεκινώντας με μια απλή, κατανοητή και γλαφυρή περιγραφή των ιδιοτήτων και της χαοτικής συμπεριφοράς των αερίων και των νόμων που τη διέπουν, παρουσιάζει την ομορφιά της τρισδιάστατης δομής της στερεής κατάστασης που υπακούει στη μοριακή τάξη και σκιαγραφεί με τον απλούστερο, αλλά επιστημονικά ακριβή τρόπο τις ιδιότητες και τη συμπεριφορά της υγρής κατάστασης της ύλης. Συνεχίζοντας την επιστημονική περιπέτεια προβάλλεται η έννοια των διαλυμάτων, όπου με εμμονή στη μεθοδικότητα δίνεται η ορολογία τους και περιγράφονται οι ιδιότητες και η μεγάλη ποικιλία των εφαρμογών τους. Η κατάληξη γίνεται με μια έκπληξη, τη σκιαγράφηση των συνθηκών ύπαρξης, τη σπουδαιότητα και τη σημασία των εφαρμογών της τέταρτης και πλέον διαδεδομένης κατάστασης της ύλης που διαποτίζει το σύμπαν, το πλάσμα.

ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ ΛΥΣΗΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ ΤΗΣ ΣΥΓΧΡΟΝΗΣ ΑΤΟΜΙΚΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ:

Αντιπροσωπευτικά παραδείγματα

Του **Δ. Δερπάνη,** Χημικού

Για τη λύση προβλημάτων της σύγχρονης ατομικής θεωρίας θα έχουμε υπόψη τα εξής:

1 Ηλεκτρονιακές στιβάδες. Η κατανομή ηλεκτρονίων στις ηλεκτρονιακές στιβάδες, γίνεται σύμφωνα με τον τύπο $2n^2$, όπου n είναι ο κύριος κβαντικός αριθμός που δείχνει τη στιβάδα στην οποία βρίσκεται το ηλεκτρόνιο και παίρνει τιμές 1, 2, 3 και 4. Οι ηλεκτρονιακές στιβάδες είναι 7 και χαρακτηρίζονται με τα γράμματα K, L, M, N, O, P, Q ή με τους αριθμούς 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Σύμφωνα με το αίτημα Bury, στην εξωτερική στιβάδα μπορεί να χωρέσουν από 1-8e, στην προτελευταία στιβάδα μπορεί να χωρέσουν μέχρι 18e και στην πρώτη στιβάδα 1-2e.

Παρατήρηση: Στα άτομα όλων των στοιχείων (εκτός από το κοινό υδρογόνο), ο αριθμός νετρονίων είναι *ίσος* ή *μεγαλύτερος* του αριθμού των πρωτονίων.

2 Υποστιβάδες. Επειδή τα ηλεκτρόνια της ίδιας στιβάδας δεν έχουν την ίδια ενέργεια, γι' αυτό ο Sommerfeld δέχθηκε, ότι κάθε στιβάδα αποτελείται από υποστιβάδες που χαρακτηρίζονται με τα γράμματα s, p, d, f. Ο μεγαλύτερος αριθμός ηλεκτρονίων που μπορεί να χωρέσει σε κάθε υποστιβάδα είναι 2, 6, 10 και 14 αντίστοιχα. Η συνηθισμένη έκφραση της ηλεκτρονιακής διαμόρφωσης των ατόμων των στοιχείων είναι $n\,l^x$ όπου n=1, 2, 3, 4, ... l οι υποστιβάδες s, p, d, f και x=αριθμός ηλεκτρονίων που κατέχει η υποστιβάδα. Π.χ. η ηλεκτρονιακή διαμόρφωση του ατόμου του υδρογόνου σημειώνεται με το

$$1s^1,$$

του ηλίου

$$1s^2 \quad \text{κ.λπ.}$$

Το άθροισμα των ηλεκτρονίων των υποστιβάδων κάθε στιβάδας δείχνει τον αριθμό ηλεκτρονίων της στιβάδας. Η συμπλήρωση των υποστιβάδων με ηλεκτρόνια γίνεται σύμφωνα με το παρακάτω διάγραμμα. Ακολουθούμε τη φορά των βελών:

K	1s			
L	2s	2p		
M	3s	3p	3d	
N	4s	4p	4d	4f
O	5s	5p	5d	5f
P	6s	6p	6d	
Q	7s	7p		

3 Ατομικός αριθμός (Z) στοιχείου είναι ο αριθμός των πρωτονίων του πυρήνα του ατόμου του στοιχείου και προφανώς ο αριθμός των ηλεκτρονίων που περιφέρονται γύρω από τον πυρήνα, εφόσον το άτομο είναι ηλεκτρικά ουδέτερο. Ο ατομικός αριθμός γράφεται στο κάτω αριστερό μέρος του συμβόλου του στοιχείου π.χ. $_6C$.

4 Μαζικός αριθμός (A) στοιχείου είναι ο αριθμός που δείχνει το άθροισμα των πρωτονίων και των νετρονίων του πηρήνα του ατόμου του στοιχείου. Γράφεται στο πάνω αριστερό μέρος του συμβόλου του στοιχείου π.χ. ^{12}C.

5 Ισότοπα στοιχεία ονομάζονται τα στοιχεία εκείνα των οποίων τα άτομα έχουν τον ίδιο ατομικό αριθμό (Z) διαφορετικό όμως μαζικό αριθμό (A).

Η μέση τιμή της ατομικής μάζας των ισοτόπων στοιχείων δίνεται από τον τύπο:

$$AM_{\text{μιγμ. ισοτ.}} \text{ ή } A\overline{M} = $$

$$= \frac{\text{Αρ.mol ισοτόπου A} \quad \text{μαζικό αρ} + \text{Αρ. mol ισοτόπου B} \quad \text{Μαζικό αρ.} + \ldots}{\text{Συνολικό αριθμό mol}}$$

Παρατήρηση: Η αναλογία των ισότοπων στοιχείων είτε αυτή δίνεται, είτε αυτή ζητείται, είναι πάντοτε σε mol.

6 **Ισοβαρή στοιχεία** ονομάζονται τα στοιχεία εκείνα των οποίων τα άτομα έχουν τον ίδιο μαζικό αριθμό, διαφορετικό όμως ατομικό αριθμό.

7 **Ισότονα στοιχεία** είναι, τα στοιχεία εκείνα των οποίων τα άτομα έχουν τον ίδιο αριθμό νετρονίων.

8 **Χρόνος υποδιπλασιασμού (ή ημιζωή)**, ενός ραδιοϊσοτόπου είναι ο χρόνος μέσα στον οποίο θα διασπαστούν οι μισοί από τους πηρήνες που υπάρχουν αρχικά.

Το ραδιοϊσότοπο ενός στοιχείου είναι η ραδιενεργή μορφή του στοιχείου η οποία εκπέμπει συνήθως ακτινοβολία **α, β, γ**.

Η ακτινοβολία **α** είναι πυρήνες $^{4}_{2}He$, η ακτινοβολία **β** είναι σωματίδια $β(^{0}_{-1}e)$ και η ακτινοβολία **γ** είναι φωτόνια.

9 **Ραδιοχρονολόγηση.** Αποτελεί μέθοδο προσδιορισμού της ηλικίας των αρχαιολογικών ευρημάτων και στηρίζεται στην ημιζωή του κάθε ραδιοϊσοτόπου.

Πρακτικός κανόνας. Ο αριθμός των πυρήνων που απομένουν μετά χρόνο t βρίσκεται ως εξής:

Για $t = 0$ έχουμε N_0 πυρήνες

» $t = T$ απομένουν $\frac{N_0}{2}$ πυρήνες

» $t = 2T$ » $\frac{1}{2} \cdot \frac{N_0}{2} = \frac{N_0}{2^2}$ πυρήνες

» $t = 3T$ » $\frac{1}{2} \cdot \frac{N_0}{2^2} = \frac{N_0}{2^3}$ πυρήνες

....

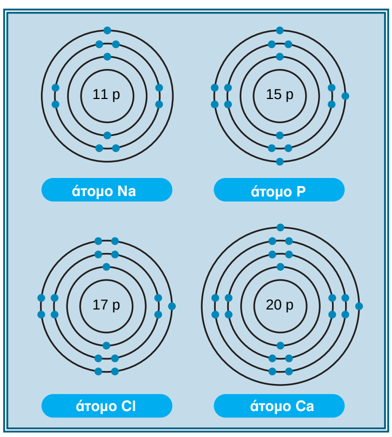
» $t = νT$ » $\frac{N_0}{2^ν}$ πυρήνες

Παράδειγμα 1

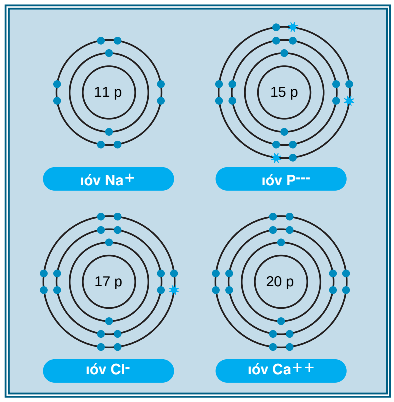
Δίνονται τα στοιχεία: $_{11}Na$, $_{15}P$, $_{17}Cl$ και $_{20}Ca$. Να γραφούν οι ηλεκτρονιακές δομές σε στιβάδες α) των ατόμων αυτών , β) των ιόντων.

Λύση:

α) Ο αριθμός των ηλεκτρονίων που κατέχουν τη στιβάδα δίνεται από τον τύπο: $2n^2$. Έτσι έχουμε:



β) Τα άτομα των στοιχείων που έχουν στην εξωτερική τους στιβάδα αριθμό ηλεκτρονίων μικρότερο του 4 τα αποβάλλουν εύκολα και φορτίζονται θετικά (κατιόντα), ενώ αυτά που έχουν μεγαλύτερο του 4 προσλαμβάνουν ηλεκτρόνια και φορτίζονται αρνητικά (ανιόντα) δηλαδή:



Παράδειγμα 2

Δίνονται τα στοιχεί: $_{7}N$, $_{12}Mg$, $_{16}S$, $_{53}I$. Να γραφούν οι ηλεκτρονιακές δομές των ατόμων σε υποστιβάδες και σε στιβάδες.

Λύση:

Εφαρμόζουμε το διάγραμμα που αναφέρεται στις οδηγίες. Έτσι έχουμε:

α) $_{7}N$

2eK $1S^2$

5eL $2s^2$ $2p^3$

β) $_{12}Mg$

2eK $1s^2$

8eL $2s^2$ $2p^6$

2eM $3s^2$

γ) $_{16}S$

2eK $1s^2$

8eL $2s^2$ $2p^6$

6eM $3s^2$ $3p^4$

δ) $_{53}I$

2eK $1s^2$

8eL $2s^2$ $2p^6$

18eM $3s^2$ $3p^6$ $3d^{10}$

18eN $4s^2$ $4p^6$ $4d^{10}$

7eO $5s^2$ $5p^5$

Παράδειγμα 3

Να βρεθεί η ηλεκτρονιακή δομή ενός ατόμου που έχει μαζικό αριθμό 84 και στον πυρήνα του υπάρχουν 12 νετρόνια περισσότερα από τα πρωτόνια.

Λύση:

$$A = Z + N \qquad \left.\begin{array}{ll} Z + N = 84 & (1) \\ N - Z = 12 & (2) \end{array}\right\} \quad N = 48, \; Z = 36$$

Συνεπώς το άτομο αυτό θα περιέχει στον πυρήνα 36 πρωτόνια, 48 νετρόνια και γύρω από τον πυρήνα περιστρέφονται 36 ηλεκτρόνια. Η ηλεκτρονιακή δομή σε στιβάδες θα είναι:

K: 2e, L: 8e, M: 18e, N: 8e

Σε υποστιβάδες θα είναι:

K $1s^2$

L $2s^2$ $2p^6$

M $3p^2$ $3p^6$ $3d^{10}$

N $4s^2$ $4p^6$

Παράδειγμα 4

Δίνονται τα άτομα $^{39}_{19}K$, $^{80}_{35}Br$ και $^{137}_{53}I$. α) Ποια είναι η σύσταση του πυρήνα τους; β) ποια είναι η ηλεκτρονιακή δομή για τα ιόντα αυτών σε στιβάδες.

Λύση:

α) Το άτομο K περιέχει στον πυρήνα 19 πρωτόνια και 39–19 = 20 νετρόνια. Το άτομο Br περιέχει στον πυρήνα 35 πρωτόνια και 80–35 = 45 νετρόνια. Το άτομο I περιέχει στον πυρήνα 53 πρωτόνια και 127–53 = 74 νετρόνια.

β)

ιόν K^+	ιόν Br^-	ιόν I^-
K: 2e	K: 2e	K: 2e
L: 8e	L: 8e	L: 8e
M: 8e	M: 18e	M: 18e
	N: 18e	N: 18e
	O: 8e	O: 8e

Παράδειγμα 5

Δίνονται τα άτομα $_{13}Al$, $_{18}Ar$, $_{38}Sr$, $_{54}Xe$ και $_{86}Rn$. Να γραφεί η ηλεκτρονιακή δομή αυτών των ατόμων σε στιβάδες.

Λύση:

$_{13}Al$	$_{18}Ar$	$_{38}Sr$	$_{54}Xe$	$_{86}Rn$
K: 2e	K: 2e	K: 2e	K: 2e	K: 2e
L: 8e	L: 8e	L: 8e	L: 8e	L: 8e
M: 3e	M: 8e	M: 18e	M: 18e	M: 18e
		N: 8e	N: 18e	N: 32e
		O: 2e	O: 8e	O: 18e
				P: 8e

Παράδειγμα 6

Το χλώριο βρίσκεται στη φύση με μορφή δύο ισοτόπων $^{35}_{17}Cl$ και $^{37}_{17}Cl$ σε αναλογία 75,5% και 24,5% αντίστοιχα. Να βρεθεί η ατομική μάζα του φυσικού χλωρίου.

Λύση:

Η αναλογία των ισοτόπων είναι σε mol. Έτσι σε 100 mol μίγματος των δύο ισοτόπων, περιέχονται 75,5 mol $^{35}_{17}Cl$ και 24,5 mol $^{37}_{17}Cl$. Εφαρμόζουμε τη σχέση:

$$AM_{\mu\iota\gamma\mu.} \text{ ή } \overline{AM} = \frac{\text{αρ.mol } ^{35}Cl \quad 35 + \text{αρ mol } ^{37}Cl \quad 37}{\text{Συνολικά mole}} =$$

$$= \frac{75{,}5 \quad 35 + 24{,}5 \quad 37}{75{,}5 + 24{,}5} = 35{,}47$$

Παράδειγμα 7

Ο άνθρακας βρίσκεται με μορφή δύο ισοτόπων ^{12}C και ^{13}C και έχει μέση τιμή AM 12,01112. Να βρεθεί η εκατοστιαία αναλογία σε mol του μίγματος των δύο ισοτόπων.

Λύση:

Έστω x% ^{12}C και y% ^{13}C η εκατοστιαία γραμμομοριακή σύσταση του μίγματος, άρα

$$x + y = 100 \quad (1)$$

Εφαρμόζουμε τον τύπο της μέσης τιμής της AM μίγματος των ισοτόπων, δηλαδή

$$\overline{AM} = \frac{x \cdot 12 + y \cdot 13}{x + y} = 12{,}01112 \quad (2)$$

Από τις (1), (2) βρίσκουμε

$x = 98{,}888\%\ ^{12}C$ και $y = 1{,}112\%\ ^{13}C$

Παράδειγμα 8

Ο χρόνος υποδιπλασιασμού $^{14}_{6}C$ είναι 5.700 χρόνια. Να βρεθεί η ηλικία των παρακάτω αρχαιολογικών ευρημάτων α) κομμάτι ξύλινης εικόνας που περιέχει τη μισή ποσότητα $^{14}_{6}C$ από εκείνη που περιέχεται σε αντίστοιχο σημερινό δείγμα. β) Ανθρώπινος σκελετός που περιέχει 1/4 της ποσότητας $^{14}_{6}C$ και γ) σκελετός ζώου που περιέχει το 1/8 της ποσότητας $^{14}_{6}C$.

Λύση:

α) Σύμφωνα με τον ορισμό του χρόνου υποδιπλασιασμού, στο κομμάτι της ξύλινης εικόνας για να περιέχεται η μισή ποσότητα $^{14}_{6}C$, θα χρειασθούν 5.700 χρόνια για να διασπασθεί η άλλη μισή ποσότητα $^{14}_{6}C$ και συνεπώς η ηλικία της ξύλινης εικόνας είναι 5.700 χρόνια.

β) Στο δεύτερο δείγμα για να μείνει το 1/4 της ποσότητας $^{14}_{6}C$, αυτό δείχνει ότι έχει διασπασθεί δύο φορές, δηλαδή 5.700 χρόνια για $\frac{1}{2}N_0$, άλλα 5.700 χρόνια για $\frac{1}{2}\,\frac{N_0}{2} = \frac{N_0}{4}$, συνεπώς η ηλικία του ανθρώπου είναι 11.400 χρόνια ή με τον πρακτικό κανόνα για t=2T απομένουν $\frac{N_0}{2^2} = \frac{N_0}{4}$.

γ) Στο τρίτο δείγμα για να μείνει το 1\8 της ποσότητα $^{14}_{6}C$, αυτό δείχνει ότι έχει διασπασθεί τρεις φορές δηλαδή 5.700 χρόνια για $\frac{1}{2} \cdot N_0$, άλλα 5.700 χρόνια για $\frac{1}{2}\,\frac{N_0}{2} = \frac{N_0}{4}$ και άλλα 5.700 χρόνια για $\frac{1}{2}\,\frac{N_0}{4} = \frac{N_0}{8}$, συνεπώς η ηλικία του ζώου είναι 5.700+5.700+5.700 = 17.100 χρόνια ή με τον πρακτικό κανόνα για t=3T απομένουν $\frac{N_0}{2^3} = \frac{N_0}{8}$.

Παράδειγμα 9

Δίνεται το άτομο του αζώτου $^{14}_{7}N$. Να βρεθεί σε τι θα μετατραπεί αυτό όταν: α) προσλάβει 3e, β) βομβαρδισθεί με νετρόνιο.

Λύση:

α) Η δομή του ατόμου $^{14}_{7}N$ είναι:

K: 2e
L: 5e

όταν το άτομο αζώτου προσλάβει 3e μετατρέπεται σε ιόν αζώτου N^{---}.

β) Κατά το βομβαρδισμό του ατόμου με νετρόνιο συμβαίνει η αντίδραση

$$^{14}_{7}N + ^{1}_{0}n \quad ^{14}_{6}C + ^{1}_{6}P,$$

δηλαδή το άζωτο μετατρέπεται σε ραδιενεργό ισότοπο του άνθρακα $^{14}_{6}C$.

ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΑ ΩΣΜΩΣΗΣ

μια φιλόδοξα αναπτυσσόμενη δύναμη

Του **Ευ. Παπαγιάγκου,** Χημικού

Τις τελευταίες δύο δεκαετίες, η βιομηχανική και βιοϊατρική χρήση των ημιπερατών μεμβρανών έχει οικοδομήσει μια βιομηχανία της οποίας οι υπολογιζόμενες ετήσιες πωλήσεις ξεπερνούν τα 500 εκατ. δολλάρια. Τόσο οι πωλήσεις όσο και ο αριθμός των χρήσεων συνεχίζουν να μεγαλώνουν, καθώς οι σχεδιαστές των ημιπερατών μεμβρανών αναπτύσσουν νέες πρακτικές εφαρμογές του φαινομένου της ώσμωσης.

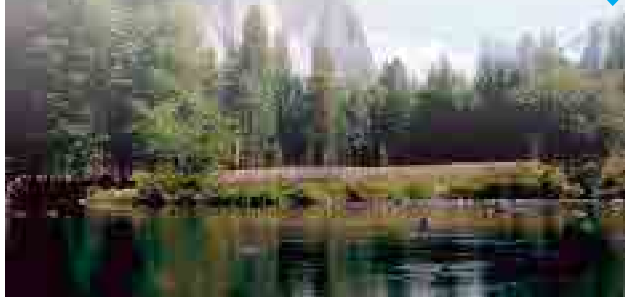
Στο ιατρικό πεδίο, ολοένα και περισσότεροι άνθρωποι που πάσχουν από νεφρική ανεπάρκεια, κρατούνται ζωντανοί με «τεχνητά νεφρά», τα οποία χρησιμοποιούν ημιπερατές μεμβράνες για να καθαρίζουν το αίμα από άχρηστες ουσίες οι οποίες θα μπορούσαν αλλιώς να προκαλέσουν το θάνατο. Σε μια διαδικασία η οποία καλείται «διάλυση», το αίμα διέρχεται μέσα από ένα αγωγό κατασκευασμένο από ημιπερατή μεμβράνη ο οποίος είναι βυθισμένος σε «διάλυμα» η σύσταση του οποίου είναι πολύ κοντά σ' αυτή του υγρού του ανθρώπινου σώματος. Επειδή οι συγκεντρώσεις των ηλεκτρολυτών είναι οι ίδιες στο αίμα και στο «διάλυμα», αυτοί δε διαπερνούν τη μεμβράνη. Οι ακαθαρσίες όμως περνούν καθώς είναι σε υψηλότερη συγκέντρωση στο αίμα απ' ότι στο διάλυμα.

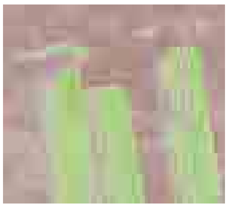
Άλλη σημαντική χρήση των ημιπερατών μεμβρανών είναι στις εγκαταστάσεις αφαλάτωσης του νερού. Αυτές οι εγκαταστάσεις χρησιμοποιούν την αντίστροφη ώσμωση, κατά την οποία ένα ρεύμα αλατισμένου νερού τροφοδοτείται σε μια ημιπερατή μεμβράνη που δεν επιτρέπει στα άλατα να περάσουν. Το φρέσκο νερό προωθείται μέσω της μεμβράνης λόγω υψηλών πιέσεων, ενώ τα άλατα παραμένουν πίσω. Η μεγαλύτερη εγκατάσταση καθαρισμού του νερού που βασίζεται στο φαινόμενο της αντίστροφης ώσμωσης και στη χρήση μεμβρανών παρέχει 120 εκατ. λίτρα την ημέρα φρέσκο νερό για τη Σαουδική Αραβία. Σχεδιάζεται να κατασκευαστεί μια εγκατάσταση, η λειτουργία της οποίας θα βασίζεται στην αντίστροφη ώσμωση, και η οποία θα μπορεί να αφαλατώσει σχεδόν 400 εκατ. λίτρα νερού απ' τον ποταμό Κολοράντο.

Οι ημιπερατές μεμβράνες χρησιμοποιούνται επίσης για το διαχωρισμό των αερίων. Οι μεμβράνες που διαχωρίζουν ένα ή και περισσότερα αέρια από διαλύματα αερίων είναι πιο πολύπλοκες από εκείνες που χρησιμοποιούνται για τα υγρά, και ο μηχανισμός δράσης τους δεν έχει πλήρως κατανοηθεί. Πιστεύεται ότι τα μόρια των αερίων διαλύονται στη μεμβράνη, και ότι διαφορετικά αέρια διαπερνούν τη μεμβράνη με διαφορετική ταχύτητα. Συνήθως, μια μεμβράνη διαχωρισμού αερίων αποτελείται από ένα παχύ, περισσότερο εκλεκτικό στρώμα μέσω του οποίου μερικά αέρια περνούν πιο εύκολα από άλλα. Ένα τέτοιο σύστημα χρησιμοποιείται ως τμήμα μιας διαδικασίας για την αύξηση της παραγωγής φυσικού αερίου με άντληση διοξειδίου του άνθρακα μέσα σε πηγάδια ώστε το αέριο να ανέβει στην επιφάνεια. Το ρεύμα αερίου που προκύπτει διοχετεύεται μέσω μιας ημιπερατής μεμβράνης η οποία διαχωρίζει το διοξείδιο του άνθρακα απ' το φυσικό αέριο.

Οι ημιπερατές μεμβράνες αναμένεται επίσης να παίξουν σημαντικό ρόλο σε μελλοντικές εφαρμογές της Βιοτεχνολογίας. Για παράδειγμα, η χρήση βακτηρίων τα οποία έχουν τροποποιηθεί γενετικά ώστε να παράγουν συγκεκριμένες ουσίες όπως ορμόνες, αναμένεται να γίνει μια κύρια αναπτυσσόμενη βιομηχανία. Μία πρόταση είναι να αποθηκεύονται αυτά τα βακτήρια μέσα σε ημιπερατές μεμβράνες, οι οποίες μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον έλεγχο ροής των θρεπτικών συστατικών και να απαγορεύουν την είσοδο σε ουσίες που θα τα μολύνουν.

Η ώσμωση έχει ακόμη προταθεί ως ένας τρόπος αντιμετώπισης των μελλοντικών ενεργειακών αναγκών. Η πρόταση είναι να χρησιμοποιηθούν γιγαντιαίες ημιπερατές μεμβράνες για την ανέγερση στηλών νερού σε ένα κατάλληλα διαμορφωμένο τμήμα του ωκεανού. Το νερό που βρίσκεται ψηλά, θα μπορούσε να πέφτει σε τουρμπίνες, παράγοντας ηλεκτρική ενέργεια. Παρ' όλα αυτά, πολλά ερωτήματα πρέπει να απαντηθούν πριν η ωσμωτική ισχύς γενικευτεί και χρησιμοποιηθεί για την αντιμετώπιση των μεγάλων ενεργειακών αναγκών του πλανήτη μας.





ΣΧΕΔΙΟ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗΣ

ΞΕΝΟΦ. *ΕΛΛΗΝΙΚΑ Β (για την Α' Λυκείου)*

Του **Αναστ. Στέφου,** Σχολικού Σύμβουλου Δ.Ε.Ν. Πειραιά

ΞΕΝΟΦ. ΕΛΛΗΝΙΚΑ Β, IV, 37-43,

Η αποκατάσταση της δημοκρατίας

I. Στόχοι:

α) Γλωσσική και νοηματική προσπέλαση και κατανόηση του κειμένου από τους μαθητές.

β) Αξιολόγηση από τους μαθητές του τρόπου αποκατάστασης της δημοκρατίας μετά από οκτάμηνη τυραννία.

1) Μέθοδος και φάσεις διδασκαλίας: Ανάλυση-Σύνθεση.

2) Μορφή διδασκαλίας: Διαλογική. Ενεργοποίηση της τάξης με το διάλογο καθηγητή-μαθητών.

3) Εποπτικά μέσα: Χάρτες του δ.β. και της σχολικής αίθουσας. Αξιοποίηση του εικαστικού υλικού.

II. Αφόρμηση:

Σύνδεση με τα προηγούμενα με ερωτήσεις-κρίσεις.

Περίληψη των παραγράφων 24-36.

III. Παρουσίαση του νέου μαθήματος: εδάφια 37-39

Ανάγνωση της ενότητας από το διδάσκοντα - Ολιγόλεπτη σιωπηρή εργασία των μαθητών, για να συμβουλευτούν τα γλωσσικά και ερμηνευτικά σχόλια και να επισημάνουν άγνωστες λέξεις και φράσεις.

Εμφανή στοιχεία: (Γράφονται στον πίνακα) τόπος και χρόνος των δρωμένων. Πρόσωπα ή ομάδες προσώπων, βασικό θέμα, με βάση τον πλαγιότιτλο: **Συνδιαλλαγή των αντιμαχομένων και τελική συμφωνία για τη συμφιλίωση.**

IV. Ανάλυση - Ερμηνεία:

α) Δομή των ενοτήτων με βάση τα θεματικά κέντρα.

Παρ. 37 Αποστολή πρέσβεων στη Σπάρτη και προτάσεις των εκπροσώπων των Δέκα.

Παρ. 38 Αποφάσεις και ενέργειες των Εφόρων.

Παρ. 39 Θριαμβευτική επιστροφή των δημοκρατικών στην Αθήνα.

β) Γλωσσικές επισημάνσεις και διευκρινίσεις (οἴχομαι-ἄστυ-ἔκκλητοι <ἐκκαλῶ-ἐπιτάσσω-περαίνω τι-διαλλάσσω).

γ) Πρώτη μετάφραση από μαθητές-Υπογράμμιση μεταφραστικών δυσχερειών.

δ) Ανάλυση δομής κειμένου (Δομικό διάγραμμα στον πίνακα).

- Οἱ ἀπὸ τοῦ κοινοῦ (ὀλιγαρχικοὶ) ἔπεμπον… ἔφασαν.
- Οἱ ἔφοροι καὶ οἱ ἔκκλητοι ἐξέπεμψαν… καὶ ἐπέταξαν.
- Οἱ πεντεκαίδεκα ἄνδρες διήλλαξαν… **ἔδοξεν**…
- Ὁ Παυσανίας διῆκε τὸ στράτευμα.
- Οἱ ἐκ τοῦ Πειραιῶς (δημοκρατικοὶ) ἔθυσαν… Οἱ στρατηγοὶ «ἐκκλησίαν ἐποίησαν».
- Ὁ Θρασύβουλος ἔλεξεν.

Επισημαίνονται, ακόμη, η λειτουργικότητα των δευτερευουσών προτάσεων, η συντακτική χρήση και σημασία των μετοχών και της γενικής απολύτου, η λειτουργική σχέση των αντιθετικών (μὲν-δὲ) και συμπλεκτικών συνδέσμων και η αθροιστική συσσώρευση των αντωνυμιών.

Επιπρόσθετα, τονίζονται α) τα **μέτρα ειρηνεύσεως** και οι εξαιρούμενοι από την αμνηστεία (Τριάκοντα- Ένδεκα- Δέκα άρχοντες), στους οποίους η αμνηστεία δίνεται με όρους ενώ στο λαό πλήρης και β) **τα χαριστήρια ελευθερίας** (ευχαριστήρια θυσία των νικητών στην Πολιάδα Αθηνά).

Συμπεράσματα για το ύφος του ιστορικού.

Δεύτερη μετάφραση από μαθητή.

V. Ανακεφαλαίωση:

Συνολική θεώρηση της ενότητας με βάση το δομικό διάγραμμα στον πίνακα.

IV. Κείμενα στήριξης:

α) Ἀριστ. **Ἀθηναίων Πολιτεία**, 39 β) Διόδ. Σικελ. ΙΔ, 33 γ) Λυσία, **Κατὰ Ἀγοράτου**, 80.

VII. Ασκήσεις:

1. Να εντοπισθούν και να αναγνωρισθούν γραμματικώς όλες οι αντωνυμίες του κειμένου.
2. **Ἀνελθόντες-ἐπεὶ κατέβησαν:** Να αναλυθεί η μετοχή σε δευτερεύουσα πρόταση και η δεύτερη έκφραση να συμπτυχθεί σε μετοχή.
3. **Ἄστυ:** Να γραφούν τρεις παράγωγες λέξεις στην αρχαία και νέα ελληνική με πρώτο συνθετικό το ουσιαστικό.

4. Ὁ μέντοι Παυσανίας, ἐπεὶ ἀφίκετο οἴκαδε, ἐκρίνετο περὶ θανάτου. Κατηγορουμένου δ' αὐτοῦ… καὶ ὅτι τὸν δῆμον τῶν Ἀθηναίων λαβὼν ἐν τῷ Πειραιεῖ ἀνῆκε. (Ξεν. Ἑλλην. Γ, 5, 25).

   Να σχολιαστεί το τμήμα σε σύγκριση με την ενότητα.

ΞΕΝΟΦ. ΕΛΛΗΝΙΚΑ Β, ΙΙΙ, 50-51, *Παρωδία δίκης του Θηραμένη*

Ι. Στόχοι:

α) Γλωσσική και νοηματική προσπέλαση και κατανόηση του κειμένου.

β) Εμπλουτισμός της λεξιμάθειας και της φράσης από τους μαθητές.
   1) Μέθοδος και φάσεις διδασκαλίας: Ανάλυση-Σύνθεση.
   2) Μορφή διδασκαλίας: Διαλογική: διάλογος καθηγητή και μαθητών.
   3) Εποπτικά μέσα: Χάρτες του διδακτικού βιβλίου και της σχολικής αίθουσας. Εικαστικό υλικό δ.β.

ΙΙ. Αφόρμηση:

Εξέταση του προηγούμενου διδαχθέντος μαθήματος με ερωτήσεις-κρίσεις. Περίληψη των παραγράφων 17-49.

ΙΙΙ. Παρουσίαση του νέου μαθήματος: εδάφια 50 και 51.

(Οι μαθητές έχουν ιδεί τα γλωσσικά σχόλια του δ.β.).

Ανάγνωση από τον καθηγητή. Δίλεπτη σιωπηρή διεργασία από τους μαθητές. Χρήση των γλωσσικών παρατηρήσεων του δ.β. Εμφανή στοιχεία (τόπος και χρόνος των δρωμένων, πρόσωπα, βασικό θέμα: **Η δίκη του θηραμένη**).

IV. Ανάλυση

Δομή των ενοτήτων με βάση τα θεματικά κέντρα:

α) «Ὡς εἰπών… εἶπεν». Προκαταρκτικές ενέργειες Κριτία.

β) «Ἐγώ… θανατοῦμεν». Απόφαση του Κριτία.

Δομή του κειμένου, στον πίνακα, και καταγραφή ρηματικών τύπων.

α) **Εἰπὼν** ὁ Θηραμένης ἐπαύσατο. Ὁ Κριτίας γνούς… ἡγησάμενος… προσελθών… διαλεχθείς… ἐξῆλθε… ἐκέλευσε… εἰσελθών… **εἶπε** (κυκλική σύνθεση).

β) Ἐγὼ νομίζω… ποιήσω… ἐγὼ ἐξαλείφω, ἡμεῖς θανατοῦμεν.

Γλωσσικές παρατηρήσεις (εὐμενῶς, ἐπιθορυβῶ, ἐγχειρίδιον, λυμαίνομαι, θανατῶ, ἐξαλείφω). Πρώτη μετάφραση από μαθητή.

Ανάλυση της κάθε ενότητας, σε συσχέτιση μορφής και περιεχομένου.

Επισημαίνονται: οι χρόνοι των ρημάτων, οι μετοχές, οι κύριες και δευτερεύουσες προτάσεις, η αιτιατική απόλυτος, οι επιρρηματικοί προσδιορισμοί, η αισθητική μορφή του κειμένου (σχήματα λιτότητας, υπερβατού, μετωνυμίας), η σκηνογραφία του χώρου (Λειτουργία Βουλής), οι δύο αντίπαλοι: Κριτίας και Θηραμένης και η πολιτική τους στάση. Ιδεολογικές παρατηρήσεις για την πολιτική κρίση της εποχής και τη σχέση των Αρχαίων Ελλήνων με το νόμο (βλ. σελ. 64 δ.β.). Συμπέρασμα για το ύφος του Ξενοφώντα (αφηγηματικός λόγος ιστορικού-τριτοπρόσωπη παρέμβαση –ἔφη–).

Δεύτερη μετάφραση από μαθητή.

V. Ανακεφαλαίωση:

Κύρια νοήματα με βάση το δομικό διάγραμμα στον πίνακα. Γενικό νόημα: Σκηνοθετημένη δίκη, με χρήση βίας, τρομοκρατίας και παρακρατικών μηχανισμών εξουσίας στην περίοδο των Τριάκοντα.

Τελική μετάφραση από τον καθηγητή.

IV. Βιβλιογραφία

1. Φ.Κ. Βώρου **Δοκίμια εισαγωγής στη νεότερη και σύγχρονη Ιστορία**, «Θηραμενισμός», Αθήνα 1983, σ.σ. 168-171.
2. Αναστ. Στέφου, **Αρχαία Ελληνική Γραμματεία…** ΙΙ, Πορεία, Αθήνα 1993, σελ. 75 κ.ε.
3. Νίνας Καρέλλη, «Θηραμένης: «κόθορνος» ή ήρωας», Νέα Παιδεία, 72 (1994).

VII. Ασκήσεις: (με επιλογή)

Α. α) Να μετασχηματιστεί η παράγραφος 50 στον πληθυντικό αριθμό με αντικατάσταση των υποκειμένων Κριτίας/κατήγοροι, Βουλή/Βουλευταί.

β) Να μελετηθούν οι επιρρηματικοί προσδιορισμοί του κειμένου με παραδείγματα από το **Συντακτικό**.

Β. α) **γνούς-ἀποθνήσκειν**. Να κλιθεί η προστακτική αορίστου β και να γραφούν δύο παράγωγες λέξεις από κάθε ρηματικό τύπο.

β) Να αναγνωριστούν οι αντωνυμίες της ενότητας.

Γ. α) Ετυμολογία των λέξεων και συσχέτιση με τη νέα ελληνική:
εὐμενῶς-προστάτης-κατάλογος-ὀλιγαρχία.

β) Επίθετα που παράγονται από τις λέξεις:
φίλος-ἀνὴρ-θάνατος, στην αρχαία και νέα ελληνική.

Δ. α) Η μορφή του Θηραμένη και του Κριτία στον Ξενοφώντα.

β) Συγκριτική αξιολόγηση του αποσπάσματος με το αντίστοιχο του Αριστοτέλη – Ἀθηναίων Πολιτεία, παράγρ. 37. Νόμος ἐκώλυε κοινωνεῖν τῆς παρούσης πολιτείας ὅσοι τυγχάνουσιν τὸ ἐν Ἠετιωνείᾳ τεῖχος κατασκάψαντες ἢ τοῖς τετρακοσίοις ἐναντίον τι πράξαντες ἢ τοῖς κατασκευάσασι τὴν προτέραν ὀλιγαρχίαν· ὧν ἐτύγχανεν ἀμφοτέρων κεκοινωνηκὼς ὁ Θηραμένης…

ΓΙΑ ΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΤΗΣ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ

Της **Π. Αλατζόγλου,** Φιλόλογου

Η εκπαιδευτική μας πραγματικότητα χαρακτηρίζεται από μια διάθεση στροφής σε αντικείμενα τεχνολογικά και σε μαθήματα που αποσκοπούν στη σύνδεση της επιστημονικής γνώσης με την επαγγελματική ειδίκευση. Κάτω από αυτές τις προϋποθέσεις η φιλοσοφία, ένα κατ' εξοχήν ανθρωπιστικό αγαθό, βρίσκεται έξω από τον κύκλο των ενδιαφερόντων των εφήβων, οι οποίοι κυνηγούν την επιστημονική γνώση και αδιαφορούν για τη μόρφωση. Ωστόσο, ο σκοπός της φιλοσοφίας είναι κυριότατα μορφωτικός. Κι αυτό, γιατί η φιλοσοφία καλλιεργεί τη δυνατότητα να σκεφτόμαστε, να κρίνουμε, να λέμε και να πράττουμε μαζί με άλλους. Μας καθιστά ικανούς να αντιληφθούμε την ποικιλία των κοινωνικών κόσμων, να εντάξουμε την ελληνική κοινωνία και τον πολιτισμό της μέσα στη διεθνή πραγματικότητα και να αναπτύξουμε συγκριτική στάση και κριτική συνείδηση όλων αυτών. Επιπλέον η φιλοσοφία επικαιροποιεί τις παραδοσιακές πεποιθήσεις, διερευνά τις νέες αξίες, ελέγχει τις προβαλλόμενες αντιλήψεις, προσφέρει τεχνικές για μια συνεκτική και ισχυρή επιχειρηματολογία.

Καθίσταται, λοιπόν, σαφές ότι η μελέτη της φιλοσοφίας αποτελεί αναγκαίο συμπλήρωμα κάθε επιστημονικής γνώσης ή τεχνικής κατάρτισης.

Συμμερίζονται, όμως, αυτήν την πεποίθηση και οι εμπλεκόμενοι μαθητές και καθηγητές στο μάθημα της φιλοσοφίας στο λύκειο σήμερα;

Η απάντηση είναι απερίφραστα αρνητική· η διδασκαλία του μαθήματος της φιλοσοφίας στη γ' τάξη του λυκείου είναι ιδιαίτερα προβληματική, διότι:

α) η φιλοσοφία είναι μάθημα κορμού, οπότε εξ ορισμού οι μαθητές δεν ασχολούνται μαζί του, αφού μελετούν τα μαθήματα δέσμης,

β) η θέση της φιλοσοφίας στο ωρολόγιο πρόγραμμα είναι μειονεκτική, μια που κατά κανόνα καταλαμβάνει την 5η και 6η ώρα των μαθημάτων,

γ) το διδακτικό εγχειρίδιο είναι το ίδιο ιδιαίτερα προβληματικό. Διαβάζοντάς το κανείς ξανά και ξανά αναρωτιέται τι θέλουν να αποδείξουν εκείνοι που το συνέγραψαν και εκείνοι που το ενέκριναν ως κατάλληλο για σχολική χρήση. Ότι κατέχουν οι ίδιοι καλά το αντικείμενο; Ότι υπερέχουν των υπολοίπων με την ικανότητά τους να γράφουν κατά τρόπο σκοτεινό και γριφώδη; Ποιος είναι ο στόχος αυτού του εγχειριδίου που απευθύνεται σε μαθητές λυκείου, όχι σε φοιτητές φιλοσοφίας και, για να μην εθελοτυφλούμε, σε καθηγητές δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης; Είμαστε όλοι οι φιλόλογοι ειδικευμένοι στη διδασκαλία της φιλοσοφίας ή είναι η φιλοσοφία το μοναδικό μάθημα που διδάσκουμε; Αναρωτήθηκε κανείς ποτέ πόσα αντικείμενα διαφορετικά μεταξύ τους καλείται να διδάξει ο φιλόλογος στο λύκειο; Πώς να κάνει μάθημα ανταγωνιστικό, πώς να ανεβάσει το επίπεδο της παρεχόμενης γνώσης, όταν κατακερματίζεται ανάμεσα στα αρχαία ελληνικά, στα λατινικά, στη λογοτεχνία, στην έκθεση, στην ιστορία, στη φιλοσοφία, στην ψυχολογία;

Ας γυρίσουμε, όμως, στους μαθητές. Έψαξαν ποτέ οι «υπεύθυνοι» να βρουν πού οδηγεί η διδασκαλία της φιλοσοφίας, όπως είναι τα πράγματα σήμερα;

Ε, λοιπόν, πουθενά. Η δουλειά μέσα στην τάξη είναι ιδιαίτερα κουραστική και δεν οδηγεί πουθενά. Οι μαθητές αρνούνται να παρακολουθήσουν· δικαιολογούνται αναφερόμενοι στις ώρες που προηγήθηκαν, στις ώρες που θα ακολουθήσουν στο φροντιστήριο, στο πολύ κακό βιβλίο «που δεν τους προσφέρει τίποτα», αφού δεν το καταλαβαίνουν και δεν ανταποκρίνεται στα ενδιαφέροντα και στις ανησυχίες τους. Στην καλύτερη περίπτωση παπαγαλίζουν κάποια ακατανόητα γι' αυτούς στοιχεία, που, βέβαια, τα ξεχνούν αμέσως μετά τις εξετάσεις. Κι έτσι δε μένει τίποτα από το μάθημα πέρα από την ανάμνηση της αποστροφής.

Ωστόσο, όπως αναφέρθηκε και στην αρχή αυτού του κειμένου, οι μαθητές μας μόνο κέρδη έχουν να αποκομίσουν από την ενασχόλησή τους με τη φιλοσοφία. Αρκεί να βρεθεί τρόπος να προσεγγίσουν το αντικείμενο και να το αγαπήσουν. Σ' αυτό θα τους βοηθήσει ένα εγχειρίδιο γραμμένο ειδικά γι' αυτούς, δηλ. για μαθητές λυκείου που δεν έχουν αποφασίσει όλοι τους ότι το μόνο πράγμα που τους ενδιαφέρει στη ζωή είναι να σπουδάσουν φιλοσοφία. Ή, γιατί όχι, περισσότερα βιβλία φιλοσοφίας, απ' όπου ο διδάσκων

θα μπορούσε να ερανίσει τις πληροφορίες που θα ήταν χρήσιμες για τους μαθητές του. Καλό θα ήταν, επίσης, οι μαθητές τελειώνοντας την τάξη να έχουν ασχοληθεί, έστω ακροθιγώς, με όλες τις περιόδους της φιλοσοφίας.

Πολύ σωστά ξεκινάει κανείς από την αρχαία ελληνική φιλοσοφία και εμμένει στη σημασία της. Αλλά αυτή η σημασία θα φανεί εντονότερη, αν μελετήσει κανείς και τους διανοητές που ακολούθησαν μέχρι τις μέρες μας, αφού θα καταδειχθεί στην πράξη πόσο όλοι τους οργάνωσαν τα φιλοσοφικά τους συστήματα στηριγμένοι, άλλος λιγότερο και άλλος περισσότερο, στους αρχαίους μας φιλοσόφους. Επιπλέον, η αναφορά στα σύγχρονα φιλοσοφικά ρεύματα θα βοηθήσει τους μαθητές να καταλάβουν τα προβλήματα της εποχής μας και να πάρουν και οι ίδιοι θέση πάνω σ' αυτά. Ακόμη, καλό θα ήταν να εξετάζονται τα διάφορα ρεύματα της σύγχρονης φιλοσοφίας σε σχέση με τις μορφές που παίρνουν στη νεότερη και σύγχρονη Ελλάδα. Έτσι, το μάθημα της φιλοσοφίας θα μπορούσε να εισαγάγει από τη σκοπιά του τους μαθητές μας στο νεότερο και σύγχρονο ελληνικό Πολιτισμό και να τους βοηθήσει να δουν τις διάφορες μορφές της δικής μας και της ξένης Πολιτιστικής παράδοσης.

Επίσης, πρέπει να δίνεται με σαφήνεια η σχέση ανάμεσα στα διάφορα φιλοσοφικά ρεύματα και στην ιστορικοκοινωνική πραγματικότητα που τα επηρεάζει, διαφορετικά οι μαθητές σχηματίζουν τη γνώμη ότι η φιλοσοφία είναι ένα άθροισμα αλληλοαναιρούμενων γνωμών και απόψεων πάνω σε εξωπραγματικά ζητήματα. Παράδειγμα επ' αυτού είναι ο τρόπος με τον οποίο παρουσιάζονται οι προσωκρατικοί φιλόσοφοι στο υπάρχον εγχειρίδιο. Παρατίθενται οι Θαλής, Αναξίμανδρος, Αναξιμένης κ.λπ., χωρίς να φαίνεται πουθενά ότι ο Αναξίμανδρος, για παράδειγμα, έφθασε στη διατύπωση της δικής του θεωρίας (ότι «η γη... δεν συγκρατείται από τίποτα, αλλά παραμένει στάσιμη και τούτο οφείλεται στο γεγονός ότι απέχει εξίσου απ' όλα τ' άλλα πράγματα...») ασκώντας κριτική στη θεωρία του Θαλή (σύμφωνα με την οποία η γη έπλεε πάνω σε νερό, όπως μια σανίδα). Αλλά αυτή ακριβώς η λογική σύνδεση των απόψεων των δύο φιλοσόφων κάνει τη μελέτη τους ευκολότερη και πιο ενδιαφέρουσα, γιατί το μυαλό διευκολύνεται να συγκρατήσει ό,τι τους αφορά, αφού δεν παρατίθενται σαν μεμονωμένες θεωρίες, ανεξάρτητες η μία από την άλλη.

Μια άλλη ενδιαφέρουσα πρόταση θα ήταν η αναφορά σε σύγχρονα φιλοσοφικά ρεύματα να γίνεται σε συνάρτηση με τις απηχήσεις τους στη σύγχρονη ελληνική και ξένη λογοτεχνία· π.χ. ο υπαρξισμός θα μπορούσε να διδαχθεί σε συνάρτηση με το σύγχρονο ελληνικό θέατρο.

Βέβαια, για να γίνουν όλα αυτά χρειάζονται ενημερωμένοι καθηγητές. Κι αυτό είναι το άλλο σκέλος του προβλήματος. Ο φιλόλογος, όπως ήδη αναφέρθηκε, καλείται να διδάξει διαφορετικά μεταξύ τους αντικείμενα. Η παρουσία καλών εγχειριδίων, βιβλίων του καθηγητή και η δυνατότητα επιμόρφωσης θα μπορούσαν να τον βοηθήσουν στο έργο του. Το ίδιο και η πλούσια βιβλιογραφία. Εναπόκειται, όμως, στον καθένα καθηγητή να ψάξει και να αγοράσει με προσωπικά του έξοδα όλα αυτά τα πραγματικά πολύ χρήσιμα βιβλία. Δεν θα ήταν καλύτερο να τα βρίσκει στη σχολική βιβλιοθήκη, να τα χρησιμοποιεί ο ίδιος και να παραπέμπει και τους μαθητές του σ' αυτά; Πόσα, όμως, δημόσια σχολεία διαθέτουν βιβλιοθήκη και μάλιστα ενημερωμένη; Κλείνοντας αυτό το κείμενο θα ήθελα να παραθέσω κάποια βιβλιογραφία που μου στάθηκε χρήσιμη στα μαθήματά μου και στην οποία οφείλω μεγάλο μέρος των παρατηρήσεων που έγιναν.

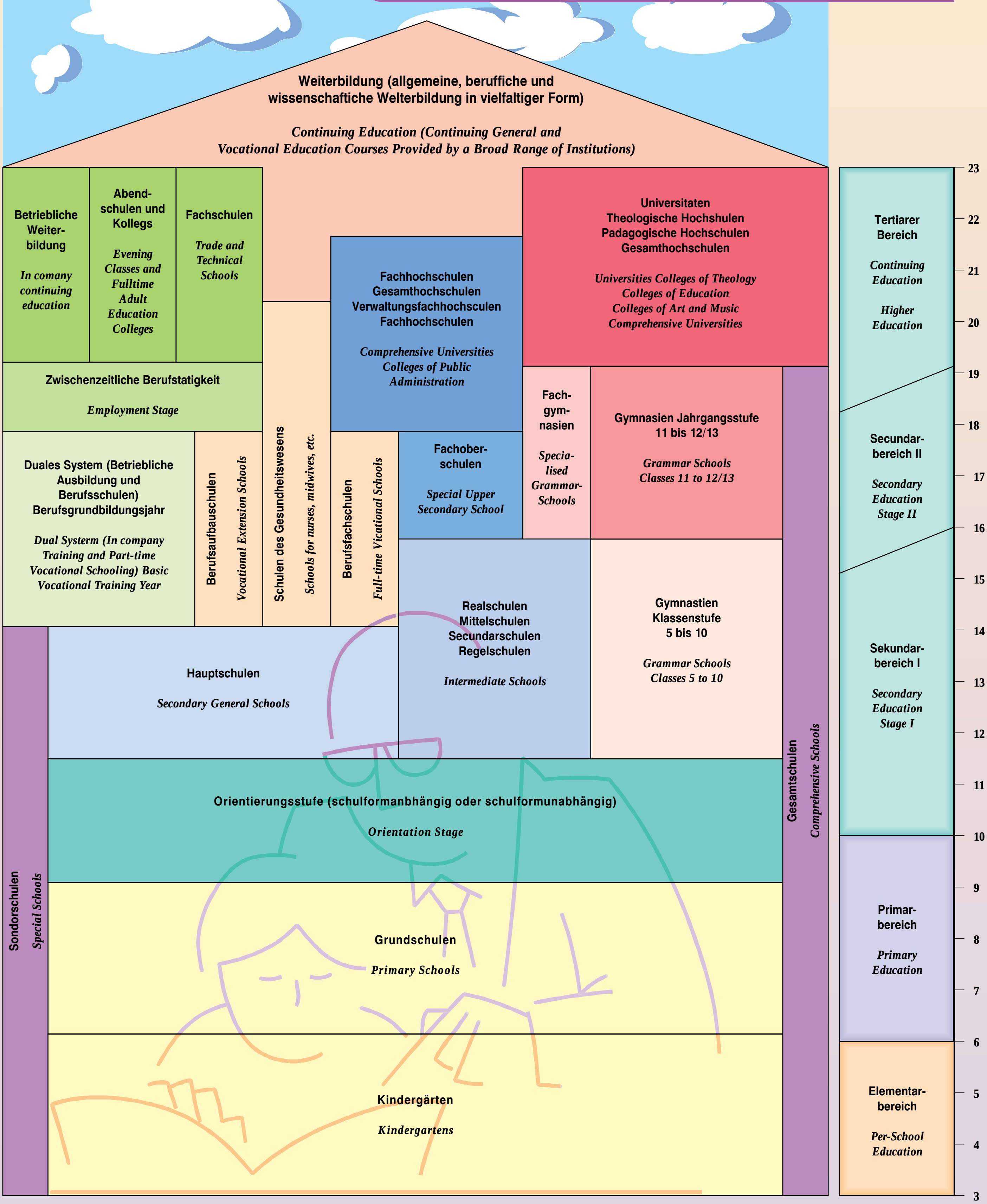
Α. Περιοδικά

1. Νέα παιδεία, τ. 72, Φθινόπωρο 1994
2. Λόγος και Πράξη, τ. 41, Άνοιξη 1990
3. Π.Ε.Φ., τ. 6, Απρίλης 1986
4. Λόγος και Πράξη, τ. 13-14, Χειμώνας-Άνοιξη 1981

Β. Βιβλία

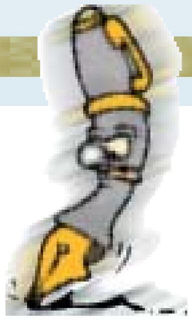
1. Τσέλλερ-Νεστλέ, Ιστορία της ελληνικής φιλοσοφίας, εκδ. Α.Π.Θ., Αθήνα 1942
2. Κ. Γιάσπερς, Εισαγωγή στη φιλοσοφία, εκδ. Δωδώνη, Αθήνα Χ.Χ.
3. Karl Popper κ.ά., Οι Προσωκρατικοί, εκδ. Imago, Αθήνα 1984
4. Β.Α. Κύρκος. Αρχαίος ελληνικός διαφωτισμός και σοφιστική, εκδ. Παπαδήμας, Αθήνα 1986
5. W. Guthrie, Οι σοφιστές, εκδ. Μ.Ι.Ε.Τ., Αθήνα 1991
6. Η φιλοσοφία, επιμ. Φρ. Σατελέ, τ. 1, εκδ. Γνώση, Αθήνα 1989
7. Η φιλοσοφία, επιμ. Φρ. Σατελέ, τ. 2, εκδ. Γνώση, Αθήνα 1990
8. A.E. Taylor, Πλάτων. Ο άνθρωπος και το έργο του, εκδ. Μ.Ι.Ε.Τ., Αθήνα 1990
9. J. Gaarder, Ο κόσμος της Σοφίας, εκδ. Νέα Σύνορα - Λιβάνης, Αθήνα 1994
10. Λ. ντε Κρεσέντσο, Ιστορία της αρχαία ελληνικής φιλοσοφίας, τ. Α, Β, εκδ. Οδυσσέας, Αθήνα 1994
11. Δ. Παναγιωτόπουλος, Εισαγωγή στη φιλοσοφία. Η φιλοσοφία στην ιστορία Ι, Αθήνα 1985
12. M. Adler, Ο Αριστοτέλης για όλους, εκδ. Παπαδήμα, Αθήνα 1996
13. W.D. Ross, Αριστοτέλης, εκδ. Μ.Ι.Ε.Τ., Αθήνα 1993
14. Διογένης Λαέρτιος, Άπαντα, εκδ. Κάκτος, Αθήνα 1994

Βασική δομή του Εκπαιδευτικού συστήματος της Ομοσπονδιακής Δημοκρατίας της Γερμανίας (1993)



Τα κύρια χαρακτηριστικά του γερμανικού εκπαιδευτικού συστήματος είναι το διαρθρωμένο σε τρεις κατευθύνσεις σύστημα γενικής εκπαίδευσης και το δυαδικό σύστημα επαγγελματικής εκπαίδευσης: Μετά από την 4η ή την 6η Τάξη το σύστημα της γενικής εκπαίδευσης χωρίζεται σε τρεις παράλληλες κατευθύνσεις, οι οποίες διαφέρουν ως προς τη διάρκεια, το περιεχόμενο, τις απαιτήσεις τους και τα απολυτήρια που δίνουν. Μεταπήδηση από τη μια κατεύθυνση στην άλλη είναι δυνατή υπό ορισμένες προϋποθέσεις.
Το δυαδικό σύστημα επαγγελματικής εκπαίδευσης συνδυάζει σε τριετείς (τις περισσότερες φορές) κύκλους εκπαίδευσης σχολικό μάθημα με πρακτική εκπαίδευση στους χώρους δουλειάς.

Πηγή: Annotated charts on Germany's higher education and research system, Chr. Bode.



ΓΕΝΙΚΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΚΘΕΣΗ

Επιμέλεια του **Φιλολογικού Επιτελείου των Ε.Π.**

1. Το πρόβλημα της πληρότητας

➥ Η βασική προϋπόθεση για τη σύνταξη μιας επιτυχημένης έκθεσης είναι η σωστή ανάγνωση και η ορθή κατανόηση του θέματος. Το θέμα πρέπει να μελετηθεί κατά τέτοιο τρόπο, ώστε να μη διαφύγει καμιά πτυχή του και να μην αγνοηθεί καμιά λεπτομέρειά του. Ο συντάκτης της έκθεσης πρέπει να καλύψει ολόκληρο το πλάτος της έκθεσης και μόνο αυτό. Πρέπει οπωσδήποτε να αποφύγει το μεγάλο λάθος:

α) Να παρανοήσει το θέμα και να αναπτύξει κάτι διαφορετικό από αυτό που του έχει ζητηθεί.

β) Να επικεντρώσει την προσοχή του σε ένα μέρος, μόνο, του θέματος εκλαμβάνοντάς το ως έκφραση του συνόλου.

➥ Το θέμα μιας έκθεσης μπορεί να είναι «ανοιχτό» ή «κλειστό». Λέγοντας «ανοιχτό», εννοούμε ένα θέμα διατυπωμένο βραχυλογικά, που απαιτεί αυξημένη αυτενέργεια εκ μέρους του γράφοντος. Το ανοιχτό θέμα «*Η συγκοινωνία ως παράγοντας οικονομικής ανάπτυξης*», για παράδειγμα, υποχρεώνει τον υποψήφιο να συγκεντρώσει το υλικό του, να κάνει με δική του ευθύνη το σχετικό ξεδιάλεγμα και να επινοήσει ο ίδιος τον τρόπο με τον οποίο θα οργανώσει ορθολογικά την ανάπτυξη των ιδεών του, ώστε το κείμενο που θα προκύψει να χαρακτηρίζεται από εσωτερική αλληλουχία και συνοχή.

Ευκολότερο είναι το έργο του υποψηφίου στην περίπτωση κατά την οποία το θέμα είναι «κλειστό», δηλαδή όταν διατυπώνεται αναλυτικά, έτσι ώστε να υπάρχουν δεδομένα και στη συνέχεια ζητούμενα (τα τελευταία συνήθως αναλύονται σε ορισμένες ερωτήσεις). Ίδου ένα πρόχειρο παράδειγμα: «*Γενική είναι η διαπίστωση ότι στην εποχή μας ο θεσμός της οικογένειας διέρχεται κρίση: α) Ποια είναι τα αίτια της κρίσης αυτής; β) Ποιες οι συνέπειές της; γ) Με ποια μέτρα θα μπορούσε να αντιμετωπιστεί;*». Σε ανάλογες περιπτώσεις ο γράφων καθοδηγείται, κατά κάποιο τρόπο, από το θέμα: αναπτύσσει λοιπόν πρώτα πρώτα τα δεδομένα –χωρίς όμως να τους δώσει υπέρμετρη έμφαση– και στη συνέχεια επικεντρώνει την προσοχή του στα ζητούμενα προσπαθώντας να απαντήσει στις ερωτήσεις που του έχουν τεθεί.

➥ Για να οδηγηθεί σε σωστή κατεύθυνση και ανάπτυξη και για να χαρακτηριστεί αυτή από πληρότητα, πρέπει να προσεχτούν τα ακόλουθα ειδικότερα σημεία:

α) Ο γράφων πρέπει να κατανοήσει πολύ καλά για ποιο πράγμα γίνεται λόγος: ποια είναι ακριβώς τα δεδομένα και ποια τα ζητούμενα; Τι ήθελε κάποιος να πει, πώς το διατύπωσε και πώς το θεμελιώνει; (σε περίπτωση γνωμικού). Ποιο είναι το περιεχόμενο που πρέπει να αποδοθεί σε μια έννοια-κλειδί, η οποία εμπεριέχεται στην εκφώνηση; κτλ.

β) Πολύ συχνά το θέμα παρουσιάζει ως αυτονόητη αλήθεια κάποια δεδομένα (καταστάσεις, σχέσεις κ.λπ.). Το πρώτο λοιπόν που πρέπει να κάνει ο γράφων μπαίνοντας στο «κύριο θέμα» είναι να διαπιστώσει αν και κατά πόσο αυτά τα δεδομένα ανταποκρίνονται στην πραγματικότητα, δηλαδή να κάνει ένα είδος «φαινομενολογικής ανάλυσης» του θέματος. Έτσι, στο πιο πάνω παράδειγμα με θέμα την παρακμή του θεσμού της οικογένειας, έστω και αν δε ζητείται από την εκφώνηση η παράθεση συγκεκριμένων στοιχείων που να επιβεβαιώνουν την ύπαρξη της παρακμής, ο γράφων οφείλει να τα αναζητήσει και να τα καταγράψει με συντομία. Με τον τρόπο αυτό θα δώσει την εντύπωση ότι δεν υποθέτει αβασάνιστα και παθητικά ο,τιδήποτε προσφέρεται ως αυτονόητο.

γ) Ό,τι προβάλλει, ό,τι υποστηρίζει και ό,τι ισχυρίζεται ο γράφων πρέπει να το αιτιολογεί «αποχρώντως». Στην αιτιολόγηση πρέπει να πέφτει το κέντρο βάρους της έκθεσης, γιατί από αυτήν ακριβώς θα εξαρτηθεί ο βαθμός αξιοπιστίας της τελευταίας. **Λέγοντας αιτιολόγηση, εννοούμε τη συστηματική και πειστική αναγωγή των αποτελεσμάτων στα αίτιά τους, τη λογικά στέρεη απόδοση των καταστάσεων, των φαινομένων και των γεγονότων στους γενεσιουργούς παράγοντες που τα προκάλεσαν.**

δ) Σε κάθε περίπτωση –και χωρίς να γίνεται κατάχρηση– θα αναφέρονται συγκεκριμένα παραδείγματα για την επίρρωση των εκφραζομένων θέσεων. Τα παραδείγματα μπορεί να προέρχονται από την ιστορία, τη λογοτεχνία ή και την καθημερινή πείρα. Μπορεί να είναι ακόμη και υποθετικά, εφόσον βέβαια είναι λογικοφανή. Πάντοτε όμως πρέπει να είναι σωστά διαλεγμένα, ώστε να φωτίζουν το προ-

κείμενο και όχι να το συσκοτίζουν προκαλώντας σύγχυση.

ε) Κατά κανόνα, το θέμα διατυπώνει μια γενική άποψη, μια θέση, που πρέπει να προβληθεί και να θεμελιωθεί. Αυτή τη θέση ο γράφων οφείλει να την «υπηρετήσει» με συνέπεια. Πρέπει όμως, παράλληλα, να την αντιμετωπίσει και κριτικά, διατυπώνοντας και το σχετικό αντίλογο, ο οποίος προσεγγίζει το θέμα από μια εντελώς διαφορετική, ή και διαμετρικά αντίθετη οπτική γωνία. Όταν, για παράδειγμα, αναπτύσσεται το θέμα: «*Η εργασία δεν είναι αποκλειστικά και μόνο μια διαδικασία βιοπορισμού· είναι επιπλέον, ένα μέσο αυτοπραγμάτωσης του ανθρώπου και αναζήτησης της ουσίας του*», ο γράφων αφού θεμελιώσει αναλυτικά τη βασική θέση που περιέχεται στην εκφώνηση, οφείλει να τονίσει ότι αυτά δεν ισχύουν στην περίπτωση που ο εργαζόμενος δουλεύει κάτω από απάνθρωπες συνθήκες και δεν απολαμβάνει σχεδόν τίποτε από τον καρπό του μόχθου του.
Είναι αυτονόητο ότι ο αντίλογος αυτός δε θα εκτείνεται σε περισσότερες από μια ή δυο παραγράφους και δε θα αναιρεί τη βασική ιδέα του θέματος. Θα συμβάλει όμως στην κριτική συναγωγή κάποιων συμπερασμάτων, τα οποία θα συναιρούν τη θέση και την αντίθεση σε μια διαλεκτική σύνθεση. Στο παράδειγμά μας, η σύνθεση θα μπορούσε να έχει ως εξής: όλα τα ωραία πράγματα που υποστηρίχτηκαν για τη σημασία της εργασίας ισχύουν **με την προϋπόθεση** ότι, με την αναβάθμιση του εργαζομένου, θα αποκτήσει αυτή ουσιαστικό περιεχόμενο.

στ) Και όταν ακόμη δε ζητείται από το θέμα η υπόδειξη τρόπων για την αντιμετώπιση μιας κατάστασης, ο συντάκτης της έκθεσης πρέπει να την επιχειρήσει, προκειμένου να προσδώσει περισσότερη πληρότητα στην ανάλυσή του. Τα «ληπτέα μέτρα» μπορούν κάλιστα να επέχουν θέση επιλόγου.

2. Τα επιμέρους γνωρίσματα μιας επιτυχημένης έκθεσης

Βασικά και απαραίτητα γνωρίσματα μιας επιτυχημένης έκθεσης είναι και τα ακόλουθα:

α) Ευανάγνωστος γραφικός χαρακτήρας (όχι, υποχρεωτικά, καλλιγραφία). Ευανάγνωστο γραφικό χαρακτήρα, έχουμε, όταν τα γράμματα είναι **μεγάλα, ολόκληρα** και **ανεξάρτητα** το ένα από το άλλο.

β) Σαφήνεια νοημάτων. Ο διορθωτής της έκθεσης δεν είναι υποχρεωμένος να μαντεύει τι ακριβώς εννούσε ο γράφων και ο τελευταίος δεν είναι δυνατόν να παρευρίσκεται στη διόρθωση για να δίνει διευκρινίσεις. Όσα γράφονται πρέπει να είναι νοηματικώς αυτοδύναμα. Κάτι που σημαίνει ότι πρέπει να είναι **σαφή** και **ευνόητα**. Ο συντάκτης της έκθεσης πρέπει να γράφει συνειδητά, δηλαδή να έχει πλήρη επίγνωση του, **τι γράφει** και του **πόσο ξέρει** αυτό που γράφει.

γ Ακρίβεια και λογικότητα. Όσα γράφονται πρέπει να είναι επιστημονικώς ακριβή και λογικώς αποδεκτά. Ανακρίβειες, παραδοξολογίες, παραλογισμοί, αντιφάσεις και κάθε λογής, νοηματικές σαθρότητες ή και φαιδρότητες είναι στοιχεία απαράδεκτα σε μια έκθεση.

δ) Απαλλαγή από την έμμονη –και τόσο πλανημένη– ιδέα του λογοτεχνισμού. **Η έκθεση δεν είναι έντεχνος λόγος**. Το ύφος του γράφοντος πρέπει απλώς να παρουσιάζει αμεσότητα, ειλικρίνεια, απλότητα, λογικότητα και σαφήνεια.

ε) Αποφυγή κοινοτοπιών, γενικοτήτων και αοριστολογιών. Οι τυποποιημένες εκφράσεις (π.χ. «από τότε που ο άνθρωπος έκανε τα πρώτα βήματά του στη γη...») οι βερμπαλιστικές κενολογίες, τα ευχολόγια, οι ηθικολογίες και οι θολές αναφορές στον «πνευματικό πολιτισμό» είναι αδυναμίες που μπορούν να καταδικάσουν μια έκθεση. Και όμως σε αυτά καταφεύγουν πολύ συχνά οι γράφοντες, όταν, υπό το κράτος της πνευματικής ραστώνης και του «φόβου της γραφής», προσπαθούν να διεκπεραιώσουν βιαστικά μια περίοδο, στην κυριολεξία κουκουλώνοντάς την. Εκείνο που χρειάζεται είναι μια **αναλυτική παρουσίαση** του προβληματικού νοήματος με **συγκεκριμένες** και **σαφείς** αναφορές σε στοιχεία και με επιμονή στην **κυριολεξία**.

στ) Η έκθεση πρέπει να είναι γραμμένη σε δόκιμο λόγο και να χαρακτηρίζεται από σωστή σύνταξη. Οι ασυνταξίες εύκολα οδηγούν σε ασάφειες, παραλογισμούς και ασυναρτησίες.

ζ) Ο γράφων πρέπει να ορθογραφεί το κείμενό του. Η ύπαρξη της ορθογραφίας δε συνιστά πρωταρχική αρετή για μια έκθεση, η απουσία της όμως, που μάλιστα είναι πολύ εύκολο να διαπιστωθεί από το διορθωτή, μπορεί τελικά να αποβεί μοιραία.

3. Η δομή της έκθεσης

➥ Η έκθεση πρέπει να χαρακτηρίζεται από λογική συνοχή και αλληλουχία. Αυτό σημαίνει ότι από τμήμα σε τμήμα, από παράγραφο σε παράγραφο, από περίοδο σε περίοδο και από πρόταση σε πρόταση θα υπάρχει τέτοια λογική σύνδεση, ώστε το εκάστοτε προηγούμενο να οδηγεί αβίαστα στο επόμενο και το επόμενο να είναι η φυσική προέκταση του προηγούμενου.

➥ Όλα όσα αναφέραμε μιλώντας για την πληρότητα σχετίζονται με το «*κύριο θέμα*», που είναι ο κορμός

της έκθεσης. Θα ήταν όμως λάθος να αγνοηθούν δύο άλλα σημαντικά τμήματά της, **ο πρόλογος** και **ο επίλογος**.

α) Ο πρόλογος πρέπει να προσεχτεί πολύ, γιατί με αυτόν δημιουργούνται οι πρώτες εντυπώσεις, που μπορεί να είναι καθοριστικές. Στον πρόλογο άλλωστε σκοντάφτουν κατά κανόνα οι μαθητές, αφού, σύμφωνα με το αξίωμα «*η αρχή είναι το ήμισυ του παντός*», δεν ξέρουν πώς να το αντιμετωπίσουν και κατά συνέπεια πώς να ξεκινήσουν στην σύνταξη της έκθεσής τους. Με τον πρόλογο επιδιώκεται η προοδευτική και σταδιακή εισαγωγή του συντάκτη αλλά και του αναγνώστη της έκθεσης στο «*εσωτερικό*» της –στις βασικές θέσεις της και στην αποδεικτική θεμελίωσή τους. **Ο γράφων εδώ μπορεί:**

- Άλλοτε να επαναλαμβάνει την εκφορά του θέματος και μάλιστα με τις ίδιες εκφράσεις (από τις «μπανάλ» περιπτώσεις προλόγου, που πρέπει να αποφεύγονται).
- Άλλοτε να αναφέρεται στις συνθήκες με τις οποίες διατυπώθηκε η θέση ενός ιστορικού προσώπου (π.χ., όταν ο μαθητής έχει να αναπτύξει το «*Μήγαρις έχω άλλος στο νου πάρεξ ελευθερία και γλώσσα;*» του Σολωμού, μπορεί στον πρόλογο να αναφέρει ποια πατριωτικά, ποιητικά, παιδευτικά, κοινωνικά κ.λπ. βιώματα και δεδομένα οδήγησαν τον ποιητή σε αυτόν τον φαινομενικά παράδοξο αφορισμό).
- Άλλοτε να εκτιμά την αισθητική εμβέλεια και τη νοηματική εκφραστικότητα που παρατηρούνται –αν παρατηρούνται– στο προς ανάπτυξη θέμα (π.χ., όταν δίνεται προς ανάπτυξη το ακόλουθο απόσπασμα του Ι.Μ. Παναγιωτόπουλου: «*Ολόκληρη η ιστορία της ανθρωπότητας διασχίζεται από τους Αμαζόνιους και τους Μισισσιπήδες του αίματος που προκάλεσαν οι φανατισμοί*», η επισήμανση του πόσο ζοφερή είναι και του πόσο πολλά λέει η υποβλητική αυτή εικόνα μπορεί να οδηγήσει σε έναν εξαιρετικό πρόλογο).
- Άλλοτε να ξεκινά από λίγο «πιο μακριά», ώστε να επισκοπήσει ολόκληρο το πεδίο χωρίς όμως να παρασυρθεί και να ξεχαστεί (π.χ. αναπτύσσοντας ένα θέμα για τη σημασία που έχει η ορθή εκλογή επαγγέλματος, μπορεί να μιλήσει για τη σπουδαιότητα της εργασίας, αρχικά, και στη συνέχεια να αναφερθεί στο επάγγελμα –και κατ' επέκταση στην εκλογή του– λέγοντας ότι αυτό δεν είναι παρά ένα συγκεκριμένο είδος εργασίας που το άτομο το ασκεί μόνιμα και συστηματικά, κατά κανόνα σε όλη τη διάρκεια της ζωής του).
- Άλλοτε να αναλύει μια έννοια που φαίνεται ασυνήθιστη, προκειμένου να καταστεί σαφές πού θα περιστραφούν όσα θα επακολουθήσουν.
- Άλλοτε να τοποθετείται αμέσως «*in media res*», αναφέροντας ένα συγκεκριμένο περιστατικό και, στη συνέχεια, όταν θα έχει διεγερθεί το ενδιαφέρον, να βάζει τα πράγματα στη σειρά και να τα πιάνει από την αρχή (αξιόλογο είδος προλόγου, που όμως απαιτεί άσκηση και ωριμότητα).

Είναι προφανές ότι το είδος του προλόγου εξαρτάται από το είδος του θέματος.

β) Ο επίλογος περιέχει, κατά περίπτωση, άλλοτε τα συμπεράσματα που συνάγονται, άλλοτε τα μέτρα που πρέπει να ληφθούν, άλλοτε μια παραίνεση κ.λπ. Και εδώ χρειάζεται προσοχή, αφού και των τελευταίων εντυπώσεων η σημασία είναι μεγάλη.

◆

Η ΓΛΩΣΣΑ

Του **Δημ. Κουτσογιάννη**, Φιλόλογου

Έχει ορθώς επισημανθεί πως σε πάρα πολλές από τις θεματικές ενότητες που είθισται να αναλύονται και να αναπτύσσονται στα πλαίσια του μαθήματος της έκθεσης υπάρχουν υπερβολές και μονομερείς προσεγγίσεις, οι οποίες απέχουν, άλλοτε λίγο και άλλοτε πολύ, από την τρέχουσα επιστημονική ενημέρωση και εγκυρότητα. Αν κάτι τέτοιο ισχύει γενικώς, έχει οπωσδήποτε μια ειδικότερη ισχύ για τη γλώσσα, ένα θέμα με έντονη ιδεολογική φόρτιση στη χώρα μας. Με αυτήν την αφετηρία και θέλοντας να συμβάλουμε σε μια, όσο το δυνατό πιο νηφάλια και επιστημονική προσέγγιση του θέματος της γλώσσας, προσπαθούμε στη συνέχεια να κωδικοποιήσουμε τους κυριότερους από τους προβληματισμούς που αναπτύσσονται γύρω από αυτό το θέμα. Η ανάπτυξη είναι αναγκαστικά επιγραμματική λόγω χώρου.

α. Η σημασία της γλώσσας

- Υπάρχουν διάφοροι τρόποι επικοινωνίας μεταξύ των ανθρώπων, π.χ. χειρονομίες, μιμητική, όμως η γλώσσα είναι ο πιο οικονομικός και αξιοπρόσεκτος.
- Με τη γλώσσα δεν ικανοποιούμε μόνο τις επικοινωνιακές μας ανάγκες, αλλά μεταδίδουμε και τις διάφορες εμπειρίες και γνώσεις, που συσσωρεύονται με το πέρασμα του χρόνου, χωρίς να αναγκαζόμαστε για κάθε εργασία να ακολουθούμε την ίδια πρωτόγονη διαδικασία.
- Με τη γλώσσα έγινε δυνατή η πνευματική ανάπτυξη του ανθρώπου (ανταλλαγή πληροφοριών, απόψεων, γνώσεων).
- Αναπτύχθηκε η λογική του ικανότητα, ως αποτέλεσμα της ταξινόμησης και κατάταξης με τη βοήθεια της γλώσσας, αυτού του κόσμου.
- Υπάρχει άμεση σύνδεση της γλώσσας με τη σκέψη (ο λόγος των αρχαίων Ελλήνων).
- Χάρη στη γλώσσα αναπτύχθηκε η δημοκρατία και η αισθητική: ποίηση, πεζογραφία, θέατρο.
- Ο λόγος κάνει τον άνθρωπο σήμερα οικουμενικό ον.

Θα μπορούσαμε να υποστηρίξουμε, λοιπόν, πως ο άνθρωπος είναι δημιούργημα, αποτέλεσμα της γλώσσας.

β. Γλώσσα και έθνος

- «Η κοινότητα γλώσσας μπορεί να φαίνεται σε μια πρώτη όψη σαν μια αφηρημένη έννοια, αλλά ταυτόχρονα είναι η πιο συγκεκριμένη, αφού δίνει ένα όνομα στα άτομα, αυτή τα εγκαλεί ακατάπαυστα ως υποκείμενα, αυτή τα συνδέει με μια προέλευση που κάθε στιγμή ενεργοποιείται» μέσω της γραπτής και προφορικής επικοινωνίας τους. Αυτή, επομένως, συμβάλλει, σε σημαντικό βαθμό, στη συνειδητοποίηση της εθνικής ιδιαιτερότητάς τους.
- Η γλώσσα του κάθε λαού είναι ο άξονας γύρω από τον οποίο στρέφεται ο εθνικός του βίος. Δεν είναι τυχαίο πως βάρβαρος αρχικά σήμαινε αλλόγλωσσος και αργότερα απολίτιστος. Είναι γνωστό πως σε αμυντικούς πολέμους οι Έλληνες αντιπαρατάσσονταν στον αλλόγλωσσο επιδρομέα ως ομόγλωσση κοινότητα.
- Η σημερινή Ελλάδα υπάρχει ως έθνος και ως κράτος σε μεγάλο βαθμό, επειδή ο λαός της μιλά ελληνικά. Η ελληνική γλώσσα είναι αυτή που κράτησε π.χ. την ελληνικότητα της Κύπρου.
- Η γλώσσα δεν είναι απλώς ένα μέσο επικοινωνίας. Αντικατοπτρίζει και τον πολιτισμό ενός λαού. Μέσα από τις λέξεις αποκαλύπτεται η ιστορία της σκέψης, των αντιλήψεων και των πράξεών του. Είναι χαρακτηριστική η έκφραση που χρησιμοποίησε ο φιλόσοφος Wittgestein για να δείξει την αξία της γλώσσας: «η γλώσσα μου είναι ο κόσμος μου».
- Μέσα από τη γλώσσα συνάγεται η καλλιέργεια ενός λαού, αφού η γλώσσα πλάθεται, σφυρηλατείται και καταξιώνεται μέσα από τα κείμενά του, γραπτά και προφορικά, επώνυμα και ανώνυμα.

Θα μπορούσαμε επομένως να πούμε πως η γλώσσα είναι εθνική ταυτότητα και εθνική υπόθεση.

γ. Η γνωστή χρήση της γλώσσας, επομένως, είναι καθήκον

- Διευκολύνει την επικοινωνία (σωστή μετάδοση του μηνύματος).
- Επιτρέπει την πνευματική καλλιέργεια και τη διείσδυση στο βάθος των εννοιών.
- Καταγράφει τις λεπτές αποχρώσεις των νοημάτων ή των εννοιών και με την έννοια αυτή αυξάνει το νοητικό ή συναισθηματικό εύρος (π.χ. ποίηση).
- Διατηρεί την εθνική συνείδηση και την πολιτισμική ιδιαιτερότητα. Είναι γνωστή η ρήση του Δ. Σολωμού: «Μήγαρις έχω άλλο στο νου μου πάρεξ ελευθερία και γλώσσα;».

δ. Η εξέλιξη της γλώσσας

- Ανυπολόγιστος είναι ο χρόνος, μέχρι να φτάσει ο άνθρωπος από τις άναρθρες κραυγές στη δημιουργία πραγματικών λέξεων.
- Η γλώσσα είναι προϊόν του πολιτισμού, γι' αυτό και

μεταβάλλεται, για να εξυπηρετήσει καλύτερα τις επικοινωνιακές ανάγκες της κάθε εποχής.

– Και σήμερα οι γλώσσες μεταβάλλονται (εμφάνιση νέων αντικειμένων και επομένως νέων λέξεων, εμφάνιση λεπτότερων εννοιών και αποχρώσεων, άλλες άγνωστες αιτίες), για να εκφράσουν πληρέστερα και πιο οικονομικά τα νέα δεδομένα.

ε. Η ελληνική γλώσσα στο ραδιόφωνο και την τηλεόραση

– Η γλώσσα τροφοδοτείται αδιάλειπτα από τη γλωσσική εμπειρία, απ' ό,τι δηλαδή ακούμε και διαβάζουμε. Τα τελευταία χρόνια η γλώσσα των ηλεκτρονικών μέσων ενημέρωσης αποτελεί ένα μεγάλο μέρος των ακουστικών μας εμπειριών.

– Πολλοί είναι αυτοί που επικρίνουν τα γλωσσικά πρότυπα που προβάλλονται από το ραδιόφωνο και την τηλεόραση. Επισημαίνουν πολλά λάθη γραμματικοσυντακτικά, λεξιλογικά, φωνητικά και νοηματικά.

Τι πρέπει να γίνει:

α. Θα μπορούσε ο κάθε σταθμός να έχει το δικό του «γλωσσικό εργαστήρι», όπου θα εκπαίδευε συνεχώς το προσωπικό του.

β. Σκόπιμος είναι κάποιας μορφής γλωσσικός έλεγχος, πριν και μετά την εκφώνηση των κειμένων.

γ. Τα Μ.Ε. θα μπορούσαν να αποτελέσουν τη «γλωσσική ασπίδα» της ελληνικής φράζοντας το δρόμο σε ξενισμούς και αντιπροτείνοντας ελληνικές λέξεις.

δ. Ένα από τα κύρια κριτήρια επιλογής του προσωπικού να είναι η γνώση και ο χειρισμός της γλώσσας μας.

στ. «Γλωσσική πενία»;

Πρώτη άποψη

Υπάρχει μια διαδεδομένη αντίληψη πως η γλώσσα μας κινδυνεύει, «υποβαθμίζεται», «αφελληνίζεται» και «εκβαρβαρώνεται»· στο πλαίσιο αυτό τονίζεται πως ο σημερινός μας γλωσσικός κώδικας είναι ιδιαίτερα φτωχός. Ως απόδειξη προβάλλεται, κυρίως, το τυποποιημένο ιδίωμα με τις πολλές ξένες λέξεις και εκφράσεις που χρησιμοποιούν οι νέοι. Οι οπαδοί αυτής της άποψης πιστεύουν πως το φαινόμενο αυτό είναι αποτέλεσμα των παρακάτω αιτιών:

- Της κυριαρχίας της τηλεοπτικής εικόνας· η εικόνα ούτε επιχειρηματολογεί ούτε εκτυλίσσει συλλογισμούς, απλώς δείχνει και αναφωνεί. Είναι λογικό, επομένως, η νέα γενιά να εναρμονίζει τους επικοινωνιακούς της κώδικες στα ερεθίσματα ως προς τα οποία καλείται να αντιδράσει. Έτσι κυριαρχεί η ελλειπτικότητα και το επιφώνημα, ενώ ο λόγος έρχεται σε δεύτερη μοίρα.
- Η έντονη παρουσία της διαφήμισης, η οποία στηρίζει τη λειτουργία της στο λόγο-σλόγκαν.
- Ζούμε σ' έναν πολιτισμό του οποίου τα στοιχεία δε γεννήθηκαν εδώ, γι' αυτό είναι ξενική η ορολογία που τα συνοδεύει.
- Ο τυποποιημένος λόγος των νέων είναι και αποτέλεσμα της προσπάθειάς τους να ξεχωρίσουν, να αμφισβητήσουν, να αντιδράσουν.
- Πολλοί ρίχνουν μεγάλη ευθύνη στο σχολείο και στο γλωσσικό μάθημα, όπως διδάσκεται. Πιστεύουν πως με τη μη συστηματική διδασκαλία «των παλιότερων μορφών της ελληνικής» οι νέοι αδυνατούν να αντιληφθούν το ιστορικό βάθος της γλώσσας μας και το λόγιο λεξιλόγιό της. Έτσι αποκοπτόμαστε από τις ρίζες μας με ολέθριες συνέπειες.

Η άλλη άποψη

Υπάρχει όμως και η άλλη άποψη, που υποστηρίζει πως οι απόψεις περί «λεξιπενίας» όχι μόνο δεν έχουν έρεισμα στην επιστήμη της Γλωσσολογίας, αλλά είναι και αντιεπιστημονικές. Οι οπαδοί της άποψης αυτής υποστηρίζουν μεταξύ άλλων:

- Ο όρος που χρησιμοποιείται είναι αυθαίρετος, αφού ούτε η έκταση και χαρακτηριστικά του έχουν προσδιορισθεί, αλλά ούτε και έρευνες υπάρχουν που να καταδεικνύουν με σαφήνεια τον ισχυρισμό περί «λεξιπενίας». Η ελληνική γλώσσα δεν είναι φτωχή. Η τυχόν κακή χρήση της γλώσσας από κάποιους βαρύνει τη γλωσσική παιδεία τους και όχι την ίδια τη γλώσσα.
- Δεν υπάρχει κακή και καλή ποιότητα στη γλώσσα. Οι λέξεις π.χ. «πλήθος» και «μπούγιο», «δυσεπίλυτο» και «μανίκι» έχουν την ίδια ποιότητα, αλλά δεν έχουν καθόλου το ίδιο νόημα. Με τη σχολική νόρμα ο ομιλητής μεταδίδει μηνύματα απόστασης, τυπικών σχέσεων και κοινωνικής ανωτερότητας. Με την καθημερινή γλώσσα ο ομιλητής μεταδίδει μηνύματα στενών δεσμών και συναισθημάτων, ισότητας και κοινής ταυτότητας με τον συνομιλητή του. Δεν μπορούμε επομένως να κρίνουμε τη γλωσσική ικανότητα των νέων από τη γλώσσα που χρησιμοποιούν σε κάποιες μόνο περιστάσεις επικοινωνίας.
- Και οι δυο μορφές γλώσσας είναι απαραίτητες (σχολική νόρμα, καθημερινή γλώσσα) αλλά καμία δεν μπορεί να αντικαταστήσει την άλλη, αφού με την πρώτη μεταδίδουμε πιο ακριβείς πληροφορίες, δείχνουμε τη μόρφωσή μας ή εκφράζουμε σεβασμό στο συνομιλητή μας. Πέραν τούτου όμως χρειάζεται να εκφράζουμε τα συναισθήματά μας, να διαμαρτυρόμαστε να υπονοούμε, να κουτσομπολεύουμε κ.λπ., τα οποία με τη σχολική νόρμα δε γίνονται. Δεν είναι δυνατό επομένως με αφετηρία κάποιες ειδικές περιστάσεις επικοινωνίας να οδηγούμαστε σε γενικεύσεις. Αυτές οι γενικεύσεις είναι αυθαίρετες και δε λαμβάνουν υπόψη τους την πολυμορφία και ποικιλότητα του γλωσσικού φαινομένου.
- Επισημαίνεται, τέλος, πως το θέμα που τίθεται δεν είναι γλωσσικό αλλά ιδεολογικό. Η ανακίνηση προβλή-

ματος στην ελληνική γλώσσα προέρχεται από δυνάμεις που συνδέονται με τη συντήρηση, αντίδραση σε οποιαδήποτε εξέλιξη στην εκπαίδευση και την προσκόλληση στην τυπολατρική παιδεία. Δεν είναι τυχαίο, άλλωστε, πως η θεραπεία που προτείνεται είναι η συστηματική διδασκαλία των αρχαίων ελληνικών από το Δημοτικό ακόμη.

ζ. Υπάρχει πρόβλημα από την εισαγωγή ξένων λέξεων στη γλώσσα μας;

Υπάρχουν και εδώ δυο αντιτιθέμενες απόψεις:

α. Όσοι υποστηρίζουν πως η ελληνική γλώσσα κινδυνεύει, επειδή μπαίνουν συνεχώς νέες λέξεις. Ως απόδειξη προβάλλουν τις ξένες λέξεις και εκφράσεις που συχνά χρησιμοποιούνται από τα μέσα ενημέρωσης και από τους νέους. Η αθρόα εισαγωγή και χρήση ξενικών λέξεων και εκφράσεων πιστεύουν πως αλλοιώνει το χαρακτήρα της ελληνικής, γι' αυτό και πρέπει επειγόντως να ληφθούν μέτρα.

β. Όσοι υποστηρίζουν πως δεν υπάρχει κανένα πρόβλημα με την εισαγωγή ξένων λέξεων, αφού αυτό είναι ένα πολύ παλιό φαινόμενο και συμβαίνει σε κάθε γλώσσα. Υποστηρίζουν πως η ίδια η γλώσσα διαθέτει μηχανισμούς αφομοίωσης, ώστε σε λίγα χρόνια να μην αναγνωρίζουμε καν την ξενική τους προέλευση. Υποστηρίζουν, επίσης, πως η ταυτόχρονη παρουσία μιας ξένης και μιας ελληνικής έκφρασης όχι μόνο δε φτωχαίνει αλλά πλουτίζει την εκφραστική δύναμη της γλώσσας, αφού δίνει περισσότερες δυνατότητες υφολογικής διαφοροποίησης αλλά και πως οι ξένες λέξεις που φέρνουν καινούριες έννοιες, άλλοτε μεταφράζονται (πεζοδρόμιο, ποδήλατο) και άλλοτε προσαρμόζονται (π.χ. γκάζι, ζούγκλα) στο κλιτικό σύστημα της γλώσσας μας. Υπάρχουν όμως μερικές λέξεις που ούτε μεταφράζονται ούτε προσαρμόζονται (ρεκόρ, πάρκινγκ, αλλά παρκάρισμα, παρκόμετρο, παρκαδόρος). Αυτό γίνεται είτε επειδή είναι πολύ δύσκολο να αποδοθούν με κάποια ελληνική λέξη (π.χ. μπέιμπι-σίτερ) είτε για λόγους κοινωνικούς· τις χρησιμοποιούν, δηλαδή, οι ομιλητές που θέλουν να δείξουν κοινωνική ανωτερότητα. Έτσι οι λαϊκές τάξεις είναι εκείνες που προσαρμόζουν τις ξένες λέξεις (π.χ. μπετό, μπετονιέρα, στυλό κ.λπ.), ενώ το «μοντάζ», «γιοτ» κ.λπ. δεν προσαρμόζονται, γιατί χρησιμοποιούνται από ανθρώπους στους οποίους η χρήση ξένων λέξεων προσδίδει πρόσθετο κοινωνικό κύρος.

– Έτσι οι εγγράμματοι, που συχνά δυσανασχετούν από την εισαγωγή ξένων λέξεων είναι αυτοί, ουσιαστικά, που εμποδίζουν την προσαρμογή των λέξεων αυτών, κάτι που ο απλός λαός κάνει αυθόρμητα.

Και οι δυο απόψεις έχουν υπερβολές. Είναι γεγονός πως η δεύτερη άποψη είναι επιστημονικότερη. Δε λαβαίνει όμως υπόψη της πως η αφομοιωτική δύναμη της γλώσσας μας τείνει να καμφθεί:

- Επειδή μπαίνουν πάρα πολλές ξένες λέξεις (λόγω κυρίως των Μ.Ε.).
- Το μορφωτικό επίπεδο του λαού μας ανέβηκε και προτιμάει (και για κοινωνικούς λόγους) να χρησιμοποιεί, χωρίς να αφομοιώνει, τις ξένες λέξεις.
  Θα μπορούσε, επομένως, χωρίς υπερβολές και μελοδραματισμούς, να εφαρμοστεί κάποια πολιτική «γλωσσικής πρόληψης». Αναφέρουμε ενδεικτικά:
- Να δημιουργηθεί μια επιτροπή εξελληνισμού των ξένων λέξεων, υπό την αιγίδα κάποιου αρμόδιου φορέα. Η πολιτεία πρέπει να φροντίσει από κει και ύστερα για τη γενίκευση της χρήσης αυτών των όρων (μέσω της διοίκησης, του σχολείου κ.λπ.).
- Να επιδειχθεί ιδιαίτερη προσοχή και φροντίδα από τα Μέσα Ενημέρωσης στο θέμα αυτό.
- Ιδιαίτερη προσοχή και μέριμνα στο σχολείο και τα σχολικά βιβλία.

η. Κινδυνεύει η ελληνική γλώσσα από την Ευρωπαϊκή Ένωση;

Οι φόβοι που εκφράζονται:

- Μήπως η ευρωπαϊκή ενοποίηση αλλοιώσει την ελληνική κουλτούρα και μακροπρόθεσμα εξαφανίσει την ελληνική γλώσσα.
- Ποια θα είναι η θέση της ελληνικής γλώσσας στην ενωμένη Ευρώπη, αφού είναι μια μικρή γλώσσα που ομιλείται από δέκα περίπου εκατ. κατοίκους; Ιδιαίτερο σκεπτικισμό προκαλεί το γεγονός πως η ελληνική δεν έχει άμεση συγγένεια με κάποια από τις ευρωπαϊκές γλώσσες, και επομένως δύσκολα μπορεί να βρει ερείσματα σε κάποια άλλη γλώσσα, όπως και το γενονός πως είναι η μόνη χώρα στην Ε.Ε. που δε χρησιμοποιεί το λατινικό αλφάβητο.
- Υπάρχει η πιθανότητα μια ή δυο γλώσσες να αποβούν, de facto ή de jure, οι επίσημες γλώσσες της Ε.Ε. με τεράστιες επιπτώσεις για το μέλλον των «μικρότερων» ευρωπαϊκών γλωσσών.

Οι φόβοι αυτοί είναι λογικοί, αν και το υπάρχον ευρωπαϊκό θεσμικό πλαίσιο εξασφαλίζει, τυπικά, την ισονομία και ισότιμη προώθηση όλων των ευρωπαϊκών γλωσσών, επομένως και της ελληνικής, ενώ η Ε.Ε. υποστηρίζει επίσημα πως η Ευρώπη του αύριο θα είναι πολύγλωσση και η ενότητα θα υπάρχει μέσα στη διαφορά.

Τι πρέπει να γίνει;

Είναι γεγονός πως από καθαρά γλωσσολογική άποψη δεν υπάρχουν ανώτερες και κατώτερες γλώσσες, ασθενείς ή ισχυρότερες. Η ανισοτιμία των ομιλούμενων γλωσσών τίθεται, εφόσον η μέτρησή τους γίνει με άλλα κριτήρια (π.χ. πληθυσμιακά, πολιτικά, πολιτισμικά, οικονομικά) και στη σημερινή εποχή της παγκοσμιότητας των

κοινωνιών η αξία των γλωσσών πρώτα απ' όλα μετριέται με την επικοινωνιακή τους χρησιμότητα. Μεγάλη αξία έχουν οι γλώσσες που η γνώση τους βοηθάει στην επικοινωνία με άλλους λαούς (π.χ. Αγγλικά) και προσφέρουν ευκαιρίες εκπαίδευσης και επαγγελματικής αποκατάστασης. Η ελληνική γλώσσα, λόγω του ότι ομιλείται από έναν περιορισμένο αριθμό ανθρώπων, έχει μικρή επικοινωνιακή χρησιμότητα για κάποιον ευρωπαίο, όπως άλλωστε και πολλές άλλες γλώσσες της Ευρωπαϊκής Ένωσης.

Πρέπει επομένως να εφεύρουμε γλωσσική πολιτική διπλή:

α. Αμυντική πολιτική έναντι των ξένων γλωσσών: π.χ.
- Καλλιέργεια όλου του εύρους και του βάθους της γλώσσας μας από τα τμήματα γλωσσολογίας των Πανεπιστημίων μας.
- Ευρεία χρήση της γλώσσας μας σε όλους τους επιστημονικούς τομείς.
- Σωστή κρατική πολιτική.

β. Ευρηματική πολιτική: π.χ.
- Δημιουργία κινήτρων για να μαθαίνουν οι ξένοι ελληνικά. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί μέσω συμμαχιών με άλλες «μικρές» ευρωπαϊκές γλώσσες. Τέτοιο κίνητρο μπορεί να είναι π.χ. το να θεωρείται επαγγελματικό προσόν για την πρόληψη σε θέσεις η γνώση μιας «μικρής» ευρωπαϊκής γλώσσας.
- Η ενίσχυση των μεταφράσεων, μέσω της Ε.Ε., από και προς τις «μικρές» γλώσσες. Μέσω των μεταφράσεων από άλλες γλώσσες διατηρείται εναργής, οξύνεται και καλλιεργείται μια γλώσσα· μέσω της μετάφρασης προς τις «μεγάλες» ξένες γλώσσες γίνεται γνωστή η ταυτότητας της συγκεκριμένης γλωσσικής κοινότητας, έτσι όπως πράγματι είναι και όχι όπως μπορεί να τη μεταφέρει μια, συχνά, ιδεολογικά φορτισμένη προπαγάνδα.
- Η δημιουργία, υπό την αιγίδα της Ε.Ε., κέντρου μελέτης των λιγότερο ομιλουμένων γλωσσών, που θα συντονίζει τη μελέτη, την εκμάθηση και την έρευνα των γλωσσών αυτών.

Αυτό όμως που πρέπει να γίνει σαφές είναι πως το ενδιαφέρον για τη γλώσσα, για τον πολιτισμό ενός λαού εξαρτάται από την οικονομική του ευρωστία, την πολιτιστική, επιστημονική, τη βιομηχανική του ανάπτυξη, αλλά και τη βαρύτητα και σημασία που ο ίδιος ο λαός αποδίδει στη γλώσσα του. Αυτά είναι που θα αυξήσουν την επικοινωνιακή χρησιμότητα της γλώσσας μας και επομένως θα την προστατέψουν και θα την επιβάλουν.

θ. Σε κάθε περίπτωση η σωστή γλωσσική αγωγή επιβάλλεται

Παρά τις έντονες διαφωνίες που εκφράζονται σε πολλά από τα επιμέρους θέματα που άπτονται της γλώσσας, όλοι συμφωνούν πως η γλωσσική αγωγή επιβάλλεται στην εκπαίδευση.

Αυτό μπορεί να γίνει με:

- Τη συνειδητοποίηση από όλους της σπουδαιότητας και σημασίας της γλώσσας. Σε κάποιο βαθμό θα μπορούσαν να προσφέρουν και οι μεταγλωσσικές εκπομπές (που μιλούν για τη γλώσσα) στα μέσα ενημέρωσης, με την προϋπόθεση, βέβαια, πως θα τηρούν ένα μέτρο και δε θα δίνουν τη λαθεμένη εντύπωση πως η γλώσσα μας διέρχεται τις τελευταίες της μέρες.
- Την ευαισθητοποίηση της πολιτείας, της τοπικής αυτοδιοίκησης και των διάφορων επιστημονικών και μη σωματείων.
- Την αναβάθμιση της γλωσσικής διδασκαλίας στα σχολεία και την αναζήτηση νέων ελκυστικών και αποδοτικών μεθόδων διδασκαλίας.
- Τη σωστή χρήση του λόγου από τα Μ.Ε. και τον τύπο.

Διαφωνία υπάρχει ως προς το ρόλο της διδασκαλίας των αρχαίων ελληνικών στην όλη προσπάθεια. Η μία άποψη, που εκφράζεται κυρίως από τη Φιλοσοφική Αθηνών (Τομέας Γλωσσολογίας), υποστηρίζει πως η διδασκαλία «των παλαιότερων μορφών της ελληνικής» είναι απαραίτητη, ενώ η άλλη άποψη που εκφράζεται από τον τομέα Γλωσσολογίας της Φιλοσοφικής Θεσσαλονίκης υποστηρίζει πως η γλωσσική διδασκαλία πρέπει να γίνει με συγχρονικό τρόπο, μέσα δηλαδή από τη διδασκαλία της νεοελληνικής γλώσσας και γραμματείας.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Βελούδης, Γ. (1987): Η λεγόμενη «γλωσσική πενία». Φιλόλογος, τ. 49, σελ. 249-252.

Κατσάνης, Ν. (1984): Γλώσσα. Στο: Θεμέλιο στην έκθεση ιδεών, τόμος 3ος, σελ. 47-53.

Λάζος, Χ. (1996): Λειτουργίες της γλώσσας στα πλαίσια του έθνους - κράτους. Στο: Κέντρο Ελληνικής Γλώσσας (Επιμ.) «Ισυρές» - «Ασθενείς» γλώσσες στην Ευρωπαϊκή Ένωση. Πρακτικά Ημερίδας, Θεσσαλονίκη, Κ.Ε.Γ., σελ. 62-74.

Μαρωνίτης, Δ. (1997): Επί της ουσίας. «Το Βήμα της Κυριακής», 6-4-1997.

Μπαμπινιώτης, Γ. (1993): Η ελληνική γλώσσα στο ραδιόφωνο και την τηλεόραση. «Το Βήμα της Κυριακής», 7-2-1993.

Μπαμπινιώτης, Γ. (1994): Ελληνική Γλώσσα: Παρελθόν, Παρόν, Μέλλον. Αθήνα, Gutenberg.

Παπαρίζος, Χρ. (1996). Οι προοπτικές της ελληνικής γλώσσας στην Ευρωπαϊκή Ένωση. Στο: Κέντρο Ελληνικής Γλώσσας (Επιμ.) «Ισυχρές» - «Ασθενείς» γλώσσες στην Ευρωπαϊκή Ένωση. Πρακτικά Ημερίδας, Θεσσαλονίκη, Κ.Ε.Γ., σελ. 191-196.

Σελλά, Ε. (1996): Η μετάφραση ως μέσο υποστήριξης των «ασθενών» γλωσσών. Στο: Κέντρο Ελληνικής Γλώσσας (Επιμ.) «Ισχυρές» - «Ασθενείς» γλώσσες στην Ευρωπαϊκή Ένωση. Πρακτικά Ημερίδας, Θεσσαλονίκη, Κ.Ε.Γ., σελ. 225-236.

Σουλιώτης, Μ. (1996): Κοινοί τόποι στην έκθεση ιδεών. Η λέσχη των εκπαιδευτικών, τ. 12, σελ. 25-27.

Τομέας Γλωσσολογίας Α.Π.Θ. (1987): Θέσεις του Τομέα Γλωσσολογίας του Τμήματος Φιλολογίας Α.Π.Θ. σχετικά με το θέμα: «Η γλώσσα και η παιδεία μας σήμερα». Φιλόλογος, τ. 47, σε. 11-13.

Τσουκαλάς, Κ. (1994): Για το μέλλον της γλώσσας ενός υπερήφανου έθνους. «Το Βήμα της Κυριακής», 17-7-1994.

Φραγκουδάκη, Α. (1987): Γλώσσα και Ιδεολογία. Αθήνα, Οδυσσέας.

Φραγκουδάκη, Α. (1992): Περί γλωσσικής πολιτικής. «Τα Νέα» 28-8-1992.

Χαραλαμπόπουλος, Α. (1987): Μπορούμε να μιλάμε για γλωσσική πενία και υποβάθμιση; Φιλόλογος, τ. 47, σελ. 29-34.

Χριστίδης, Τ. (1987): Πώς η θεμιτή διαφωνία έγινε αθέμιτη κινδυνολογία. Φιλόλογος, τ. 47, σελ. 3542

«ΕΚΦΡΑΣΗ-ΕΚΘΕΣΗ» Β ΛΥΚΕΙΟΥ

«Επιλεκτική Παρουσίαση Ασκήσεων»

Του **Ι. Ν. Πετκανά,** Φιλόλογου

1ο Κείμενο

Έχουν διατυπωθεί κατά καιρούς οι εξής απόψεις για την εκλογή επαγγέλματος: «Όλοι είναι ικανοί για όλα», «Ο καθένας είναι ικανός μόνο για ένα επάγγελμα» και «Ο καθένας μπορεί να ασκήσει αρκετά επαγγέλματα». Ποια από τις τρεις αυτές απόψεις θεωρείς σωστότερη; Να τεκμηριώσεις την απάντησή σου. *(Σελ. 89 του Σχολ. Βιβλ.)*

Ο προβληματισμός γύρω από την εκλογή επαγγέλματος είναι έντονος και πολλές απόψεις κατατίθενται γι’ αυτό το θέμα. Έτσι, άλλοι υποστηρίζουν πως **όλοι είναι ικανοί για όλα τα επαγγέλματα**, άλλοι πως **ο καθένας είναι ικανός για ένα μόνο επάγγελμα** και άλλοι πως **ο καθένας μπορεί να ασκήσει αρκετά επαγγέλματα.** Γι’ αυτό, για να ξεδιαλύνουμε και τη δική μας στάση-άποψη επέναντι στην εκλογή του επαγγέλματος, καλό είναι να προβούμε σε λεπτομερή εξέταση των παραπάνω απόψεων, ώστε να φτάσουμε σε εμπεριστατωμένα συμπεράσματα **μακριά από αφοριστικές και δογματικές απόψεις**.

Οι οπαδοί λοιπόν της πρώτης μερίδας υποστηρίζουν ότι όλοι είναι ικανοί για όλα. Η άποψη *αυτή μάλλον* δεν ευσταθεί. Και τούτο γιατί ο καθένας έχει την ιδιοσυστασία του, την κλίση ή τις κλίσεις του. Δεν μπορεί επομένως οποιοδήποτε επαγγελματικό έργο κι αν αναλάβει, να το φέρει σε αίσιο πέρας. Εκεί για παράδειγμα που θα απαιτείται υπομονή, αυτός δε θα τη δείχνει. Αντίθετα, εκεί που θα απαιτείται σκεπτικισμός και ζύγιασμα των προσπαθειών του, αυτός *με την ενδεχόμενη τόλμη του ίσως θα* βρεθεί εκτός των ορίων του επαγγελματικού του έργου. Μα «ουδέν δεινότερον ανθρώπου» θα αντιτάξουν οι υποστηρικτές της παντοδυναμίας του ανθρώπου και στο χώρο του επαγγέλματος. Όντως, τίποτα το «δεινότερο» από τον άνθρωπο, όμως για τους οικείους με την ιδιοσυστασία του επαγγελματικούς χώρους ή τουλάχιστον για ένα επαγγελματικό επιστητό προσπελάσιμο από τον ίδιο, ενιαίο και αρραγές, όχι με το σημερινό του θρυμμάτισμα σε πολλούς –πάρα πολλούς– κλάδους.

Ωστόσο, και οι οπαδοί της δεύτερης άποψης *ίσως δεν έχουν δίκαιο*. Είναι αλήθεια ότι ο καθένας επιδίδεται στο επαγγελματικό έργο που του αρέσει, που τον ευχαριστεί, που δημιουργεί. Αυτό όμως δε σημαίνει πως δεν μπορεί να κατακτήσει και άλλους επαγγελματικούς χώρους λιγότερο οικείους με τις αρέσκειες και με τις κλίσεις του. Οι κλίσεις δεν *είναι μόνο έμφυτες* διατείνονται οι ψυχολόγοι· *είναι και επίκτητες*. Επομένως, μπορούμε και σε άλλους χώρους να ριχτούμε, να καλλιεργήσουμε τις ανάλογες δεξιότητες και να παράγουμε επαγγελματικό έργο.

Το τελευταίο συμπέρασμά μας *νομίζω ότι* συμπίπτει με την τρίτη άποψη, την οποία και ασπαζόμαστε με λιγότερες επιφυλάξεις. Κι αυτή όμως η αποδοχή απαιτεί μια προϋπόθεση. Ναι, ο άνθρωπος μπορεί να δημιουργήσει σε περισσότερους από έναν επαγγελματικούς χώρους, *αρκεί να μην* είναι χώροι που απαιτούν *εντελώς διαφορετικές* ικανότητες ή χώροι με εντελώς διαφορετικές προοπτικές. Επιπλέον, σε περισσότερα από ένα επαγγέλματα θα διατηρήσει ο άνθρωπος την αποδοτικότητά του, αρκεί να μυηθεί σ’ αυτά, να δείξει υπομονή και να καταβάλει όλες του τις δυνάμεις.

Παρατηρήσεις με βάση τις κειμενικές λειτουργίες

1. Όλες οι απόψεις του παραπάνω κειμένου «ακουμπούν» στις τρεις κύριες ιδέες του ζητουμένου «όλοι είναι ικανοί για όλα», «ο καθένας είναι ικανός για ένα επάγγελμα» και «ο καθένας μπορεί να ασκήσει αρκετά επαγγέλματα». Αυτές λοιπόν οι ιδέες αποτελούν τους συνεκτικούς αρμούς του κειμένου μας και λειτουργεί έτσι **η συνεκτικότητά του.**
2. Οι υπογραμμισμένες λέξεις και φράσεις δείχνουν τη λειτουργία **της αποδεκτότητας** του κειμένου, καθώς προστατεύουν το κείμενό μας από απόλυτες, μονοδιάστατες και εκκεντρικές απόψεις και συνακόλουθα μη αποδεκτές από τους άλλους.
3. Η χρήση της άποψης του Σοφοκλή για την παντοδυναμία του ανθρώπου και στον επαγγελματικό χώρο και οι απόψεις των ψυχολόγων για τις ανθρώπινες κλίσεις καθιστούν το κείμενό μας **διακειμενικό**, καθώς η σκέψη μας τροφοδοτείται και από τη σοφία του αρχαίου ελληνικού πνεύματος και από τις απόψεις της σύγχρονης ψυχολογίας.

2ο Κείμενο

Να συζητήσετε και να αιτιολογήσετε την παρακάτω άποψη. Εάν συμφωνείτε με αυτή, να φέρετε συγκεκριμένα παραδείγματα από την εμπειρία σας.

«Η τέχνη είναι το υψηλότερο μέσο που βοηθεί τους ανθρώπους να πλησιάσουν ο ένας τον άλλον. Τίποτε δε μας ενώνει καλύτερα από μια κοινή καλλιτεχνική συγκίνηση».

(Γ. Σεφέρης) Σελ. 161 του σχολ. βιβλίου

Τα καλλιτεχνικά δημιουργήματα εγγίζουν το συναισθηματικό μας κόσμο, τον εκλεπτύνουν και οδηγούν την ψυχή μας στην τέρψη, τη συγκίνηση, τη γαλήνη, την έκσταση και την ευφορία. *Σ' αυτό το συναισθηματικό υπόβαθρο* δε χωρά το μίσος, η εμπάθεια, η εχθρότητα, η οργή, η μανία και *κάθε άλλη βίαιη ψυχική και ηθική παρόρμηση. Έτσι*, μέσα στην αισθαντικότητα της ψυχής μπαίνει και ο διπλανός μας, χωρίς να υπολογίζουμε αν η ομιλία του δεν είναι οικεία σ' εμάς, χωρίς να προσμετρούμε την καταγωγή του ή την κοινωνική του θέση και χωρίς γενικά να φοβόμαστε την ετερότητά του. *Μάλιστα*, θα λέγαμε ότι με τους ήχους ενός μουσικού σκοπού, με τα βήματα μιας χορευτικής κίνησης οι ψυχές ταυτίζονται και συνυπάρχουν σε ένα οικείο και πανανθρώπινο σώμα.

Μπορούμε *όμως* και με άλλα πιο συγκεκριμένα παραδείγματα να αποδείξουμε ότι *η τέχνη*, ως γλώσσα της ψυχής, είναι ο τελειότερος κώδικας επικοινωνίας των ανθρώπων. Αντικρίζοντας για παράδειγμα την Γκουέρνικα του Πικασσό, ποιος δε θα συναισθανθεί τη φρίκη του πολέμου μέσα στο γεωμετρικό μοτίβο του μεγάλου ζωγράφου και ποιος δε θα ταχτεί φανερά και δυναμικά πλέον στο πλευρό της ειρήνης; Ευνόητο είναι πως η παράσταση αυτή θυμίζει σ' όλους τους ανθρώπους, σ' όλη την υφήλιο τα δεινά του πολέμου και συναισθηματικά τους ενώνει σε πανανθρώπινο αγώνα για την εδραίωση της ειρήνης. *Η κοινή λοιπόν συναισθηματική δόνηση* που απορρέει από κάθε *έντεχνο δημιούργημα* υπερνικά τα πάθη, αποκλείει τα συμφέροντα, υπερπηδά τις προκαταλήψεις και έτσι προλειαίνει το έδαφος για γόνιμη επικοινωνία μεταξύ των ανθρώπων.

Παρατηρήσεις με βάση τις κειμενικές λειτουργίες

1. Στην πρώτη παράγραφο του παραπάνω κειμένου χρησιμοποιώντας λογικά επιχειρήματα, αποδεικνύουμε αρκετά πειστικά τον ενοποιητικό ρόλο της τέχνης. Στη δεύτερη όμως παράγραφο του κειμένου μας καταφεύγοντας στο παράδειγμα –έστω και υποθετικά– για το γνωστό πίνακα του Πικασσό, ισχυροποιούμε **την πληροφορικότητά του** και βελτιώνουμε κατά πολύ την πειστικότητά του. Ας μην ξεχνάμε ότι κατά τον Αριστοτέλη τα παραδείγματα και τα επιχειρήματα ανήκουν στις αποδείξεις.
2. Καλλιτεχνικά δημιουργήματα –τέχνη– έντεχνο δημιούργημα: χρήση λέξεων που παρουσιάζουν νοηματική συγγένεια. Σ' αυτό το συναισθηματικό υπόβαθρο –η κοινή συναισθηματική δόνηση: αντικατάσταση με αντωνυμία και χρήση γενικότερου όρου.
   Μουσικός σκοπός –χορευτική κίνηση– Γκουέρνικα (ζωγραφική) >τέχνη: χρήση του όλου και των μερών του.
   Μίσος - εχθρότητα - εμπάθεια - οργή - μανία>ηθικές και ψυχικές παρορμήσεις: χρήση υπερώνυμων λέξεων.
   Έτσι - μάλιστα - όμως - λοιπόν: χρήση διαρθρωτικών λέξεων.
   Με όλους τους παραπάνω τρόπους μεταβαίνουμε φυσικά και λογικά από τη μια λέξη στην άλλη, από τη μια πρόταση στην άλλη, από τη μια περίοδο στην άλλη, από τη μια παράγραφο στην άλλη και διασφαλίζουμε **τη συνοχή** του κειμένου μας.

Παρατήρηση: Σε κάθε κείμενο υπάρχουν παρατηρήσεις δομής και περιεχομένου για το «δημιουργικό γράψιμο». Επίσης, σχολιάζονται και οι κειμενικές λειτουργίες τους.

Οργάνωση του λόγου

Παράγραφος. Ανάπτυξη με σύγκριση και αντίθεση

Να γράψετε μία παράγραφο με θέμα «αισιόδοξος - απαισιόδοξος», χρησιμοποιώντας έναν από τους δύο τρόπους σύγκρισης. (Σελ. 115 του σχολ. βιβλίου)

Η αισιοδοξία και απαισιοδοξία είναι δύο εντελώς διαφορετικές εκδηλώσεις της ανθρώπινης προσωπικότητας. Ο αισιόδοξος ελπίζει, αντιπαρέρχεται τις δυσκολίες, δε λυγίζει στις συμφορές, ρίχνεται με την ίδια ορμή σε νέες δημιουργίες. *Στην αντίπερα ακριβώς όχθη βρίσκεται ο απαισιόδοξος*. Λιποψυχεί, εύκολα καταβάλλεται από τις συμφορές, αναβάλλει και γεμίζει με αναστολές. Επίσης, και ως προς το ήθος οι δύο αυτές συνομοταξίες ανθρώπων διαφέρουν. Οι αισιόδοξοι είναι εγκάρδιοι, φιλικοί, γελαστοί, συγκαταβατικοί. *Αντίθετα*, η βλοσυρότητα, η κατήφεια και ο πεσσιμισμός σκεπάζουν την ψυχή και το ήθος των απαισιόδοξων. Εκτός απ' αυτά, ο αντίκτυπος αισιοδοξίας είναι ορατός και στο πνεύμα του ατόμου. Το αισιόδοξο χαρακτηρολογικό υπόστρωμα προϋποθέτει νου δραστήριο, κινητικό και ευρηματικό, ικανό να στρατευτεί στα μεγάλα και υψηλά. Στον απαισιόδοξο *όμως* ανθρώπινο χώρο το πνεύμα καταντά πλαδαρό, νωθρό, φοβισμένο και περιχαρακωμένο σε τραχείς δρόμους. *Ωστόσο*, θα αντικρούσει κάποιος και ο αισιόδοξος κινδυνεύει να βρεθεί στα λημέρια της απαισιοδοξίας, ύστερα από το γκρεμοτσάκισμά του από τις δικές του χίμαιρες. *Κι όμως* ο κίνδυνος αυτός δεν πρέπει να μας στρατολογήσει στο χώρο της απαισιοδοξίας. Η μαύρη συννεφιά της δεν ταιριάζει στον άνθρωπο, παρά μόνο ως εμπειρική παράσταση, που θα προφυλλάσει από την ουτοπική του αισιοδιοξία. ◆

Απόσπασμα από το υπό έκδοση βιβλίο του κ. Ι. Πετκανά, «**Έκφραση - Έκθεση Β' Λυκείου**», *Εκδόσεις ΖΗΤΗ.*

Ο ΑΤΤΙΚΟΣ ΠΕΖΟΣ ΛΟΓΟΣ*

Του **Α. Ι. Γιαγκόπουλου,** Φιλόλογου

ΔΙΑΦΟΡΑ ΚΑΤΗΓΟΡΗΜΑΤΙΚΟΥ ΚΑΙ ΕΠΙΘΕΤΙΚΟΥ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΥ

1. Με τον κατηγορηματικό προσδιορισμό αντιπαράβαλλεται μια ιδιότητα ή μια κατάσταση της στιγμής του προσδιοριζόμενου ουσιαστικού με άλλες ιδιότητες ή καταστάσεις του ίδιου ουσιαστικού.

   Ὁ **γεωργὸς ὀξεῖ τῷ πελέκει τέμνει τὸ δένδρον**, *ο γεωργός κόβει το δέντρο με κοφτερό το τσεκούρι*. Εδώ αντιπαραβάλλεται η ιδιότητα ή η κατάσταση ***(ὀξεῖ)*** του τσεκουριού της στιγμής εκείνης από άλλες ιδιότητες ή καταστάσεις του ίδιου τσεκουριού· π.χ. αντίθετη κατάσταση ***(ἀμβλεῖ)***. – **Κατέλαβον τήν πόλιν ἔρημον** (και όχι με τον πληθυσμό της).

2. Με τον επιθετικό προσδιορισμό, αντίθετα, αντιπαραβάλλεται το προσδιοριζόμενο ουσιαστικό από τα άλλα όμοιά του που δεν έχουν την ιδιότητα αυτή.

   Ὁ γεωργὸς τῷ ὀξεῖ πελέκει τέμνει τὸ δένδρον· εδώ αντιδιαστέλλεται το ίδιο το τσεκούρι από ένα άλλο ή άλλα τσεκούρια που δεν έχουν την ιδιότητα αυτή· είναι δηλαδή ατρόχιστα ή σκουριασμένα. ***Κατέλαβον τὴν ἔρημον πόλιν*** (και όχι άλλη ή άλλες πόλεις που ήταν κατοικημένες).

Ο ΡΟΛΟΣ ΤΟΥ ΑΡΘΡΟΥ ΣΤΗ ΔΙΑΚΡΙΣΗ ΕΠΙΘΕΤΙΚΟΥ Ή ΚΑΤΗΓΟΡΗΜΑΤΙΚΟΥ ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΥ

Όταν επίθετο και ουσιαστικό είναι συνδεδεμένα χωρίς άρθρο, τότε θα εξαρτηθεί από τα συμφραζόμενα ή θα είναι απλώς θέμα άποψης αν το επίθετο είναι επιθετικός ή κατηγορηματικός προσδιορισμός.

Όταν όμως στη σύνδεση επιθέτου και ουσιαστικού υπάρχει άρθρο, τότε:

1. Αν μόνο το προσδιοριζόμενο όνομα έχει άρθρο, τότε ο προσδιορισμός, είτε προηγείται είτε ακολουθεί το ουσιαστικό, είναι ΚΑΤΗΓΟΡΗΜΑΤΙΚΟΣ.

   Φανερᾷ τῇ ψήφῳ ἐψηφίσαντο, *πήραν απόφαση με φανερή ψηφοφορία.*

   Τοῖς ὅπλοις ἐκοσμήσαντο παραπλησίοις.

2. Αν ο προσδιορισμός έχει άρθρο, τότε αυτός είτε προηγείται είτε ακολουθεί το έναρθρο ή άναρθρο ουσιαστικό, είναι πάντοτε ΕΠΙΘΕΤΙΚΟΣ.

   Οἱ ποιηταὶ μιμοῦνται τὸν ἀνθρώπινον βίον.

   Ἔργα τὰ κάλλιστα προαιροῦ, *να προτιμάς τα ωραιότερα κατορθώματα.*

   Οἱ πάντες ἄνθρωποι.

   Ἡ πᾶσα γῆ.

   Ὁπλῖται οἱ ξύμπαντες εἰς δισχιλίους ἐγένοντο.

   Αἱ πόλεις αἱ δημοκρατούμεναι.

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ

– Η θέση του άρθρου με ορισμένα επίθετα ή αντωνυμίες αλλάζει τη σημασία τους. Έτσι, ἐν μέσῃ τῇ ὁδῷ, στη μέση του δρόμου, ενώ ἐν τῇ μέσῃ ὁδῷ, στο μεσαίο, στον κεντρικό δρόμο.

ΣΗΜΕΙΩΣΗ

Η κατηγορηματική σχέση επιθέτου προς ουσιαστικό με άρθρο δημιουργήθηκε από τη χρήση του άρθρου ως κτητικού:

Λαμπρᾷ τῇ φωνῇ = *με τη φωνή του να αντηχεί καθαρή.*

Μεγάλῃ τῇ φωνῇ = *με βροντερή τη φωνή του.*

Αργότερα η σχέση αυτή επεκτάθηκε και στις αντωνυμίες και στα αντωνυμικά επίθετα: ***ἐκ τοῦ τρόπου τούτου, τοῦτον τὸν τρόπον, τοῦ τείχους ἑκατέρου.***

---

* Απόσπασμα από το νέο βιβλίο του Α. Γιαγκόπουλου, «**Ο Αττικός Πεζός Λόγος**», *Εκδόσεις ΖΗΤΗ*

ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΖΗΤΗ

ΒΙΒΛΙΟΠΩΛΕΙΟ

ΑΡΜΕΝΟΠΟΥΛΟΥ 27 (πίσω από τη Ροτόντα)
ΤΗΛ. (031) 203.720, FAX: (031) 211.305 • ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ 546 35

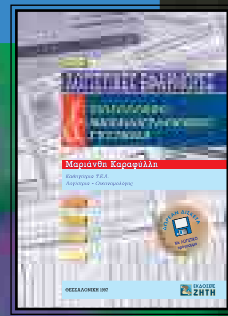
ΒΙΒΛΙΑ

για το ΓΥΜΝΑΣΙΟ
το ΛΥΚΕΙΟ - ΤΕΛ
και τις ΔΕΣΜΕΣ

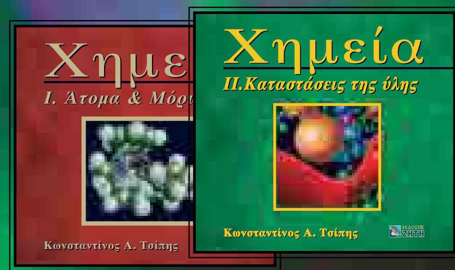
ΤΕΧΝΙΚΑ
ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΑ
ΓΙΑ ΤΑ ΑΕΙ, ΤΕΙ, ΙΕΚ

ΓΙΑ ΤΑ Τ.Ε.Λ.

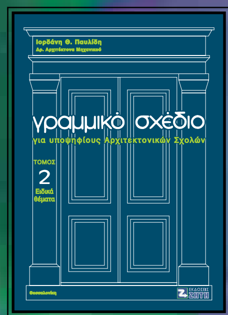
Θ. ΞΕΝΟΣ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' Τ.Ε.Λ.



Μ. ΚΑΡΑΦΥΛΛΗ
ΛΟΓΙΣΤΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ
ΧΕΙΡΟΓΡΑΦΟ και ΜΗΧ/ΝΟ ΣΥΣΤΗΜΑ



Κ.ΤΣΙΠΗΣ
ΧΗΜΕΙΑ: Ι. Άτομα και Μόρια,
ΙΙ. Καταστάσεις της ύλης



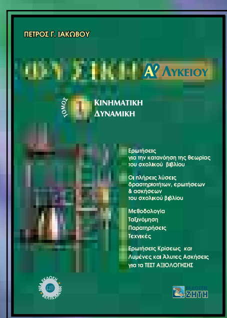
ΙΟΡΔ. ΠΑΥΛΙΔΗΣ
ΓΡΑΜΜΙΚΟ ΣΧΕΔΙΟ 2
Ειδικά Θέματα

Νέες Εκδόσεις

για το
ΓΥΜΝΑΣΙΟ
το
ΛΥΚΕΙΟ-ΤΕΛ
και τις
ΔΕΣΜΕΣ

Γ. ΑΤΡΕΙΔΗΣ
ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΦΥΣΙΚΗΣ
ΤΟΜ. Β': ΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΣ

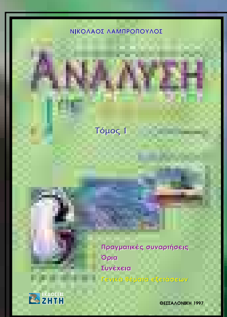
Γ. ΓΙΟΥΒΑΝΟΥΔΗΣ
ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΡΙΣΕΩΣ και
ΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ
ΣΤΗ ΦΥΣΙΚΗ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ



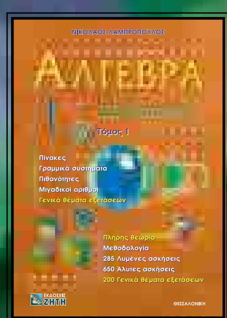
Π. ΙΑΚΩΒΟΥ
ΦΥΣΙΚΗ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ, 1

Π. ΙΑΚΩΒΟΥ
ΦΥΣΙΚΗ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ, 2

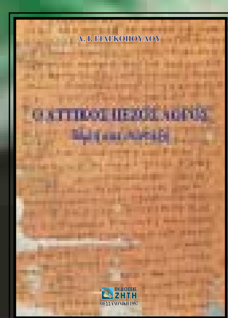
Θ. ΞΕΝΟΣ
ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ



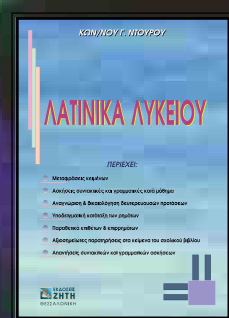
Ν. ΛΑΜΠΡΟΠΟΥΛΟΣ
ΑΝΑΛΥΣΗ 1ης ΔΕΣΜΗΣ 1



Ν. ΛΑΜΠΡΟΠΟΥΛΟΣ
ΑΛΓΕΒΡΑ 1ης ΔΕΣΜΗΣ, Ι



Α. ΓΙΑΓΚΟΠΟΥΛΟΣ
Ο ΑΤΤΙΚΟΣ ΠΕΖΟΣ ΛΟΓΟΣ



Κ. ΝΤΟΥΡΟΣ
ΛΑΤΙΝΙΚΑ ΛΥΚΕΙΟΥ

Τα βιβλία μας θα τα βρείτε σε όλα τα βιβλιοπωλεία της Ελλάδας.

Τώρα μπορείτε να δείτε τις εκδόσεις μας και στο βιβλιοπωλείο «Ένωση Εκδοτών Βιβλίου Θεσσαλονίκης» *Στοά του Βιβλίου, Πανεπιστημίου & Πεσμαζόγλου, Αθήνα.*

Για την εξυπηρέτησή σας, το βιβλιοπωλείο μας αναλαμβάνει την ταχυδρομική αποστολή σ' όλη την Ελλάδα των βιβλίων που σας χρειάζονται με αντικαταβολή.

Ζητήστε να σας στείλουμε τον αναλυτικό τιμοκατάλογο των εκδόσεών μας.