Εκπαιδευτικοί Προβληματισμοί

Περιοδική έκδοση

Νο 7 • ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ 1999

Συμβολή στην προσπάθεια του μαχόμενου εκπαιδευτικού για αποτελεσματική διδακτική προσφορά

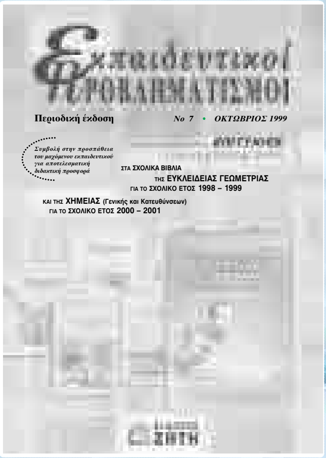
2000

ΑΦΙΕΡΩΜΑΤΑ ΣΤΗ ΧΙΛΙΕΤΙΑ ΠΟΥ ΦΕΥΓΕΙ:

- **ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ** ΕΠΙΤΕΥΓΜΑΤΑ ΤΗΣ ΧΙΛΙΕΤΙΑΣ
- **Η ΦΥΣΙΚΗ** ΣΤΗΝ ΑΛΛΑΓΗ ΤΗΣ ΧΙΛΙΕΤΙΑΣ

ΕΠΙΤΥΧΙΕΣ
ΤΩΝ ΕΚΔΟΣΕΩΝ ΖΗΤΗ
ΣΤΑ ΣΧΟΛΙΚΑ ΒΙΒΛΙΑ
ΤΗΣ ΕΥΚΛΕΙΔΕΙΑΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ
ΓΙΑ ΤΟ ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 1999 – 2000
ΚΑΙ ΤΗΣ ΧΗΜΕΙΑΣ
(Γενικής και Κατευθύνσεων)
ΓΙΑ ΤΟ ΣΧΟΛΙΚΟ ΕΤΟΣ 2000 – 2001

ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΖΗΤΗ



Εκπαιδευτικοί Προβληματισμοί
Νο 7 - Δεκέμβριος 1999

ΕΚΔΟΤΗΣ
ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΖΗΤΗ

ΕΚΔΟΣΕΙΣ • ΕΚΤΥΠΩΣΕΙΣ
ΖΗΤΗ
Π. ΖΗΤΗ & Σια Ο.Ε.

ΓΡΑΦΕΙΑ - ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑ:
18ο χλμ Θεσσαλονίκης - Περαίας
Τ.Κ. 570 19 • Νέοι Επιβάτες • Θεσσαλονίκη
Τηλ. - Fax: 0392/72.222 (3 γραμμές)
e-mail: ziti@hyper.gr

ΒΙΒΛΙΟΠΩΛΕΙΟ Θεσσαλονίκης:
ΑΡΜΕΝΟΠΟΥΛΟΥ 27
Τηλ.: 031/203.720 • Fax: 031/211.305
Θεσσαλονίκη 546 35

ΒΙΒΛΙΟΠΩΛΕΙΟ Αθηνών:
«Ενωση Εκδοτών Βιβλίου Θεσσαλονίκης»
Στοά του Βιβλίου (Πεσμαζόγλου 5)
Αθήνα 105 64
Τηλ.-Fax: 01/32 11 097

Το 7ο τεύχος θα διανεμηθεί ΔΩΡΕΑΝ στους Εκπαιδευτικούς από τα βιβλιοπωλεία μας και άλλα συνεργαζόμενα βιβλιοπωλεία

ΣΤΟΙΧΕΙΟΘΕΣΙΑ - ΕΚΤΥΠΩΣΗ
ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΖΗΤΗ
ISSN 1106-9252

Από το επόμενο τεύχος (8ο, Μάρτιος 2000):
ΣΥΝΔΡΟΜΗ (3 τεύχη):
Εκπαιδευτικοί: 5.000 δρχ.
Βιβλιοθήκες: 8.000 δρχ.
Πώληση από τα Βιβλιοπωλεία: 1.500 δρχ το τεύχος

ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΕΣ-ΑΠΟΣΤΟΛΕΣ: ΑΝΝΗ ΖΗΤΗ
Τ.Κ. 570 19 • Νέοι Επιβάτες • ΘΕΣ/ΝΙΚΗ
Τηλ. - Fax: 0392/72.222
e-mail: ziti@hyper.gr

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Αγαπητοί φίλοι και συνάδελφοι

*Με το τεύχος αυτό τελειώνει η 2η μ.Χ. χιλιετία, κατά την οποία τα επιτεύγματα, σε έκταση και σε βάθος, όλων των επιστημών είναι εντυπωσιακά. Σήμερα, ύστερα από δυόμισι χιλιετίες Επιστήμης και Επιστημονικής Τεχνικής, μπορούμε να κατανοήσουμε ότι η δύναμη της επίδρασης της **Αρχαίας Ελληνικής** Επιστήμης υπήρξε ανώτερη από τη δύναμη της επίδρασης κάθε άλλης "προσφοράς". Ενώ η αφελής αισιοδοξία για απεριόριστη πρόοδο, αποκλειστικά βασισμένη στην εξέλιξη και τις εφαρμογές των θετικών επιστημών, παραχώρησε και (δικαίως) τη θέση της σε μια μετριόφρονα εκτίμηση των δυνατοτήτων τους και σε μια πιο ρεαλιστική αξιολόγηση της συμβολής τους στην ανθρώπινη ευτυχία.*

Αγαπητοί φίλοι,

Ενώ η σύγχρονη Τεχνολογία μας δίνει τη δυνατότητα να εκτυπώνουμε εντυπωσιακής εμφάνισης και ποιότητας βιβλία και περιοδικά και να τα διοχετεύουμε στα πιο απρόσιτα σημεία της χώρας, δεν μας απάλλαξε από τα έξοδα που συνοδεύουν αυτή την ποιότητα δουλειάς και την προσπάθεια. Αντίθετα μάλιστα αυξήθηκαν εντυπωσιακά, όπως και τα ταχυδρομικά έξοδα αποστολής. Είμαστε λοιπόν και εμείς αναγκασμένοι, για να διατηρήσουμε την ποιότητα του περιοδικού μας και να βελτιώσουμε την αρθρογραφία να ζητήσουμε τη συμβολή σας. Έτσι αποφασίσαμε να ζητήσουμε τη συνδρομή σας για τα τρία τεύχη ετησίως (Μάρτιο - Ιούνιο - Σεπτέμβριο) με ετήσια συνδρομή 5.000 δρχ. για τους εκπαιδευτικούς – 8.000 για βιβλιοθήκες (στην οποία συμπεριλαμβάνονται και τα έξοδα αποστολής) ή θα διατίθεται στα βιβλιοπωλεία προς 1.500 δρχ. το τεύχος.

Η εκδότρια ***Ο Επόπτης Εκδόσεως***

Το περιοδικό μπορείτε να το βρείτε στα βιβλιοπωλεία μας:

- **Εκδόσεις ΖΗΤΗ**
  Αρμενοπούλου 27, 546 35 Θεσσαλονίκη
  Τηλ. (031) 203.720, Fax: (031) 211.305
- **«Ένωση Εκδοτών Βιβλίου Θεσσαλονίκης»**
  Στοά του Βιβλίου (Πεσμαζόγλου 5), 105 64 Αθήνα
  Τηλ.-Fax: (01) 32 11 097

Ο εκδοτικός μας οίκος, για να κάνει πιο ενδιαφέρουσα τη «συζήτηση» μέσα από τους «Εκπαιδευτικούς ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΙΣΜΟΥΣ», θα σας δωρίζει βιβλία των εκδόσεών του (τα οποία θα επιλέξετε εσείς) αξίας 10.000 δρχ. για κάθε πρότασή σας που θα δημοσιεύεται.

Οδηγίες προς τους συγγραφείς των προτάσεων

- *Η έκταση της παρουσίασης ενός θέματος δε θα πρέπει να υπερβαίνει τις 4 σελίδες του εντύπου, τουλάχιστον στις θετικές επιστήμες.*
- *Η χρησιμοποίηση της διατύπωσης, της ορολογίας και των συμβολισμών των εγκεκριμένων διδακτικών βιβλίων της Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης είναι υποχρεωτική.*
- *Η προσφυγή στη βοήθεια εννοιών και μεθόδων, που είναι εκτός της διδακτέας ύλης, οπωσδήποτε όμως από το «άμεσο περιβάλλον» της, θα πρέπει να είναι περιορισμένη και να επισημαίνεται ότι είναι εκτός διδακτέας ύλης. Στην περίπτωση αυτή μια βιβλιογραφική αναφορά θα είναι πολύ χρήσιμη.*

Ειδικότερα, κατά την παρουσίαση θα πρέπει, εφόσον είναι εφικτό και απαραίτητο,

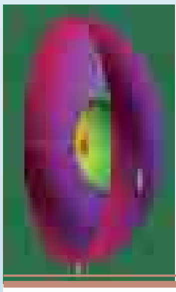
- *να επισημαίνονται οι επιδιωκόμενοι στόχοι,*
- *να δίνεται το απαραίτητο πληροφοριακό υλικό με αναφορά στα διδακτικά βιβλία,*
- *να γίνονται οι κατάλληλες διδακτικές υποδείξεις,*
- *να γίνονται εκείνες οι αποδείξεις που υποδεικνύουν μεθόδους επεξεργασίας θεμάτων ή επίλυσης προβλημάτων και*
- *να υποδεικνύονται εκείνα τα σημεία, όπου είναι δυνατόν να ξεφύγουν λάθη.*

Επειδή η σύνταξη του περιοδικού μας κατακλύζεται από προτάσεις με κριτικές του τρόπου παρουσίασης της ύλης στα σχολικά βιβλία, με ασκήσεις ή διαφορετικές λύσεις μιας άσκησης θέλουμε να σας επισημάνουμε ότι μέσα στους στόχους, που έχουν από την αρχή θέσει οι Εκπαιδευτικοί Προβληματισμοί, δεν περιλαμβάνεται

- *η κριτική των εγκεκριμένων σχολικών βιβλίων και των μεθόδων διδασκαλίας (εκτός και αν υπάρχει κάποιο λάθος), γιατί θα προκαλέσουμε σύγχυση στον μαχόμενο εκπαιδευτικό, ούτε και*
- *η παράθεση ασκήσεων ή όσο το δυνατόν περισσότερων λύσεων κάποιων ασκήσεων αφού αυτό καλύπτεται από το μεγάλο αριθμό βοηθημάτων που κυκλοφορούν.*

Στόχος μας είναι ο σχολιασμός και η επιστημονική (στα πλαίσια της Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης) ανάλυση θεμάτων, προτάσεων και φαινομένων που εξυπηρετούν καθαρά διδακτικούς σκοπούς καθώς και ασκήσεων ή λύσεων που υποδεικνύουν μεθόδους και τρόπους αντιμετώπισης προβλημάτων που εμφανίζονται κατά την εκπαιδευτική διαδικασία.

Με εκτίμηση
Γεώργιος Παντελίδης



ΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ της ΧΙΛΙΕΤΙΑΣ

1ο Μέρος: 1000-1700 Μ.Χ.

Της **Χριστίνας Φιλή**, Επίκουρης Καθηγήτριας Ε.Μ. Πολυτεχνείου

Εισαγωγή

Μέχρι το 1000 μ.Χ. κυριαρχούν τα επιτεύγματα των αρχαίων Ελλήνων, τα οποία δεν αναπτύχθηκαν στα πλαίσια μιας αυτόνομης επιστήμης, αλλά γεννήθηκαν μέσα από τη δύναμη της ελληνικής σκέψης. Η απόδειξη, η ανάλυση, η σύνθεση και η απόδειξη με τη μέθοδο της «εις άτοπον απαγωγής» περνούν από τους Έλληνες στις επόμενες γενεές για να στηρίξουν τους μαθηματικούς συλλογισμούς.

Τα έργα των Ελλήνων και των σοφών της Ελληνιστικής εποχής έπαιξαν αποφασιστικό ρόλο στη δημιουργία της Αραβικής Επιστήμης[1], η οποία συνετέλεσε σημαντικά στην ανάπτυξη των Μαθηματικών καθώς και στην διάδοση της γνώσεως. Μέσα από τις επιδράσεις των Ελλήνων και των Ινδών –ας μη ξεχνάμε ότι η ινδική αρίθμηση πέρασε από το Ισλάμ στην Ευρώπη και ‘μετονομάστηκε’ αραβική. Στα Μαθηματικά των Αράβων διαπιστώνουμε την τάση σύνθεσης πρακτικών προβλημάτων και θεωρητικής σκέψης, χάρη στην οποία εμφανίζεται σημαντική ανάπτυξη της Αριθμητικής και της Γεωμετρίας. Ειδικότερα το *αξίωμα της παραλληλίας*[2] έπαιξε σημαντικό ρόλο στη σύγχρονη μαθηματική σκέψη. Η Γεωμετρία, η Άλγεβρα και η Τριγωνομετρία γίνονται αυτόνομες. Ο Al-Kwârismi είναι ο συγγραφέας του έργου *al-găbr* (*Άλγεβρα*), που αποτελεί τη βασική πραγματεία της Άλγεβρας γραμμένο στα αραβικά. Διασώθηκε από τις λατινικές μεταφράσεις και επηρέασε βαθύτατα τη μαθηματική επιστήμη του Μεσαίωνα.

ΤΑ ΠΡΩΤΑ ΒΗΜΑΤΑ

Το αμάλγαμα δυο διαφορετικών κόσμων. Τα έργα Επιστήμης και Φιλοσοφίας της κλασσικής και ελληνιστικής εποχής περνούν με τις μεταφράσεις στον αραβικό κόσμο, οι οποίες αρχίζουν να εμφανίζονται τον 8ο αιώνα, φθάνουν στο απόγειό τους τον 9ο αι. και τελειώνουν τον 10ο αι. Έτσι τα ***Στοιχεία*** του Ευκλείδου μεταφράζονται τρεις φορές. Η ***Μέγιστη*** του Πτολεμαίου, τα ***Κωνικά*** του Απολλωνίου, οι δυο πραγματείες ***Κύκλου Μέτρησις*** και ***Περί Σφαίρας και Κυλίνδρου*** του Αρχιμήδη και τα ***Αριθμητικά*** του Διόφαντου[3]. Στον ισλαμικό κόσμο η έρευνα και οι μεταφράσεις συμβαδίζουν για τρεις αιώνες. Το 12ο αι. εμφανίζονται στη Δύση μεταφράσεις σημαντικών έργων από τα αραβικά στα λατινικά. Όμως η σημαντική ανάπτυξη του Χριστιανισμού και η παντοδυναμία της Εκκλησίας δεν ευνόησαν την ανάπτυξη των Θετικών Επιστημών, αφού ‘η Θεολογία περικλείει κάθε είδος γνώσης’. Όμως τα Μαθηματικά συμμετέχουν στην εκπαίδευση καθώς έχουν κληρονομηθεί από την Αρχαιότητα το ***quadrivium***, η ***Αριθμητική***, η ***Γεωμετρία***, η ***Μουσική*** και η ***Αστρονομία***. Γύρω στα 1100 μ.Χ. οι Ευρωπαίοι αποκτούν επαφή με τους Άραβες της Μεσογείου και της Μέσης Ανατολής καθώς και με τους Βυζαντινούς. Οι σταυροφόροι πληροφορούνται την ελληνική επιστήμη από τους Άραβες και τους Βυζαντινούς. Έτσι η Ευρώπη δεν αγνοεί τον Ευκλείδη, τον Πτολεμαίο, τον Αριστοτέλη και τον Αρχιμήδη.

Η ***Άλγεβρα*** για τους άραβες είναι ουσιαστικά η επίλυση των εξισώσεων 2ου βαθμού, χωρίς φυσικά να υπάρχει η έννοια του πολυωνύμου. Μεταξύ 850-930 μ.Χ. παρουσιάζεται η έννοια της δύναμης με ακέραιο εκθέτη (*Abû Kâmili, Sinân Ibu al Fath*). Με μια εμβρυακή μέθοδο απαγωγής αποδεικνύεται ένας τύπος ‘δυοωνύμου του Νεύτωνος’ και υπολογίζονται οι συντελεστές μέχρι τη 12η δύναμη (*Al Karajf*). Ορίζεται το x^0-1 και αποδεικνύεται η $\alpha x^m \cdot \beta x^n = \alpha\beta x^{m+n}$ για ακέραιους m, n (*Al-Samaw'al*). Μελετάται η λύση εξισώσεων 3ου βαθμού, όχι με ριζικά αλλά γεωμετρικά ως τομή δυο κωνικών (*Al-khayyâm*). Ο *Al-Fâsiri* (1267-1320) μελετά την ανάλυση ακεραίου σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

Άραβες και ευρωπαίοι, στηριζόμενοι στα έργα του Ευδόξου (408-355 π.Χ.), του Αρχιμήδη (287-212 π.Χ.), του Ζηνόδωρου (2ος αι. π.Χ.) κ.ά., υπολογίζουν εμβαδά διαφόρων σχημάτων και όγκους στερεών. Είναι η στιγμή

1. Ονομάζουμε«αραβική επιστήμη» εκείνην που γράφτηκε στην αραβική γλώσσα από λόγιους, οι οποίοι μπορεί να είχαν διαφορετική θρησκεία ή μητρική γλώσσα.
2. Με το 5° αίτημα του Ευκλείδη έχουν ασχοληθεί και οι Άραβες.
3. Πολλά κείμενα, των οποίων έχουν χαθεί τα πρωτότυπα, διασώθηκαν από τις αραβικές μεταφράσεις (π.χ. τα τρία τελετευταία των ***Κωνικών***, τα τέσσερα των ***Αριθμητικών***).

που αρχίζει να γεννιέται ο Διαφορικός και ο Ολοκληρωτικός Λογισμός.

Ο Leonardo de Pisa (~1170-1250), ο επιλεγόμενος Fibonacci, εισάγει τα ινδο-αραβικά αριθμητικά σύμβολα «9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1». Με τους αριθμούς αυτούς και το σύμβολο 0 (ο Διόφαντος το ονομάζει *ουδέν* και οι άραβες το ονομάζουν *zephirum*) μπορούσαν να γράψουν κάθε αριθμό και να εκτελέσουν τις τέσσερις πράξεις της Αριθμητικής με ακεραίους και κλάσματα.

Στο 13ο αι. δύο βασικοί παράγοντες επιδρούν στην επιστημονική γνώση: *Η ίδρυση των Πανεπιστημίων*[4] *και η «ανακάλυψη» του Αριστοτέλη*. Τα μοναστήρια παύουν να είναι τα αποκλειστικά πνευματικά κέντρα και οι ευρωπαίοι έκπληκτοι για την ποιότητα των συγγραμμάτων του Αριστοτέλη αρχίζουν να τα μελετούν.

Ο Nicole Oresme (~1323-1382) πρώτος εμβάθυνε στην τεχνική της δισδιάστατης γραφικής παράστασης, χρησιμοποιώντας τη Γεωμετρία για να παραστήσει τη μεταβολή, ενώ κάνει προσπάθειες να εισαγάγει τρισδιάστατο σύστημα συντεταγμένων.

Δύο σημαντικά γεγονότα αποδεκατίζουν τους κατοίκους της Ευρώπης. *Ο εκατονταετής πόλεμος (1338-1453)* και *Η επιδημία της πανώλης (1347-1349)*. Στα Πανεπιστήμια τα Μαθηματικά που διδάσκονται είναι ελάχιστα. Εξαίρεση αποτελεί το Merton College στην Οξφόρδη, όπου οι λεγόμενοι *Calculatores* συμβάλλουν στην μαθηματική πρόοδο.

Η ΕΝΗΛΙΚΙΩΣΗ ΤΗΣ ΑΛΓΕΒΡΑΣ

Η Άλγεβρα που κληρονομήθηκε από το Ισλάμ είναι λεκτική καθώς δεν υπάρχουν σύμβολα ούτε για τις πράξεις, ούτε για τους εκθέτες και ούτε διαχωρίζονται οι άγνωστες από τις γνωστές ποσότητες. Στις αρχές του 15ου αι. αρχίζουν να χρησιμοποιούνται κάποιες συντομογραφίες, R(radice) για τη ρίζα, ce(censo) για το τετράγωνο κ.λπ. Οι αλγεβρικές γνώσεις των Ιταλών περνούν στη Γερμανία, όπου εμφανίζονται οι σημαντικοί γερμανοί αλγεβριστές, ο Christoph Rudolff (αρχές του 16ου αι.) και ο Michael Stifel (1487-1567). Ο Rudolff εισάγει τα σύμβολα για την πρόσθεση (+) και την αφαίρεση (–)[5] καθώς και το σύμβολο ÷ για τη ρίζα, ενώ ο Stifel (χωρίς να μπαίνει σε λεπτομέρειες) δίνει λεκτικά τη λύση της δευτεροβάθμιας εξισώσεως $x^2-\beta x-\gamma=0$. Στην Αγγλία ο Robert Recorde (1510-1558) εισάγει το σύμβολο της ισότητας (=).

Οι πρώτες απόπειρες για την επίλυση εξισώσεων βαθμού μεγαλύτερου του 2ου παρουσιάζονται το 16ο αι. στην Ιταλία. Ο Scipione del Ferro (1465-1526) ασχολείται με την επίλυση της εξισώσεως $x^3+\alpha x=\beta$ και δίνει τη λύση

$$x = \sqrt{\frac{\beta}{2} + \sqrt{\left(\frac{\beta}{2}\right)^2 + \left(\frac{\alpha}{3}\right)^3}} + \sqrt{\frac{\beta}{2} - \sqrt{\left(\frac{\beta}{2}\right)^2 + \left(\frac{\alpha}{3}\right)^3}}$$

ενώ αργότερα ο G. Gardano (1501-1576) και οι μαθητές συνέβαλαν σημαντικά προς την κατεύθυνση αυτή. Η δημοσίευση το 1545 του βιβλίου του Gardano *‘Ars Magna, sive de Regulis Algebraicis’ (Η Μεγάλη Τέχνη ή περί των αλγεβρικών κανόνων)* ήταν το μεγάλο βήμα για την επίλυση εξισώσεων 3ου βαθμού.

Μετά τον Cardano, ο R. Bombelli (1526-1572) στην πραγματεία του *Άλγεβρα* (1572) παρουσιάζει τις τεχνικές επίλυσης εξισώσεων 3ου και 4ου βαθμού, όπου εισάγει κατάλληλο συμβολισμό για την $\sqrt{\ }$ και $\sqrt[3]{\ }$ και κάποια μορφή παρενθέσεων. Ο Mombelli αναγνωρίζει την ύπαρξη των μιγαδικών αριθμών και παραθέτει τους κανόνες για τις μεταξύ τους πράξεις. Η *Άλγεβρα του Mombelli ήταν ορόσημο για την ανανέωση του ενδιαφέροντος για την άλγεβρα*, η οποία αρχίζει στη Γαλλία με τον Francois Viète (ή Vieta) (1540-1603) και στην Ολλανδία με τον Simon Stevin (1548-1620).

Ο Vieta στο κλασικό έργο του *Εισαγωγή στην Αναλυτική Τέχνη, 1591*, (In Artem Analyticem Isagoge) αρχίζει να χρησιμοποιεί συμβολισμούς που ομοιάζουν αρκετά με εκείνους που χρησιμοποιούμε εμείς σήμερα. Παρουσιάζει επίσης τις πρώτες αλγεβρικές ταυτότητες, όπως $(A-B)(A+B) = A^2-B^2$, $(A+B)^2-(A-B)^2 = 4AB$.

Ο Stevin με τα δύο έργα του *Η τέχνη των δεκάδων* και *Η Αριθμητική (1585)* είναι εκείνος που συνέβαλε στη δημιουργία του συμβολισμού των δεκαδικών κλασμάτων και έπαιξε σημαντικό ρόλο στον καθορισμό της έννοιας του αριθμού, παραμερίζοντας την αριστοτελική διάκριση μεταξύ αριθμού και μεγέθους. Τα δεκαδικά κλάσματα δε χρησιμοποιούνται ούτε στον ύστερο Μεσαίωνα ούτε και στην Αναγέννηση, καθώς στα διάφορα μαθηματικά κείμενα αναφέρονται μόνοι οι ακέραιοι και τα κοινά κλάσματα. Στο βιβλίο του *Η Αριθμητική* παραθέτει δύο ορισμούς που καθορίζουν το περιεχόμενο του βιβλίου: *Η αριθμητική είναι η επιστήμη των αριθμών και Ο αριθμός είναι εκείνο με το οποίο εκφράζεται η ποσότητα κάθε πράγματος.*

Ο Albert Girard (1595-1632) στο βιβλίο του *Inenvtion nouvelle à l’ algèbre (1623)* (Νέα ανακάλυψη στην Άλγεβρα) πρώτος υπογραμμίζει την γεωμετρική ερμηνεία της αρνητικής λύσης μιας εξισώσεως «το πλην πηγαίνει προς τα πίσω, ενώ το συν προχωρεί». Η σημαντικότερή του προσφορά είναι μια πρώιμη μορφή του Θεμελιώδους Θεωρήματος της Άλγεβρας: *Κάθε αλγεβρική εξίσωση δέχεται τόσες λύσεις όσες υποδεικνύει η ονομασία της πιο υψηλής ποσότητας;* (Προφανώς εννοεί τη μεγαλύτερη δύναμη).

4. Παρίσι (1200/1283), Οξφόρδη (1214/1296), Καίμπριτζ (1231/1381), Πάντοβα (1222/1224). Η πρώτη χρονολογία δηλώνει την ίδρυση από το κράτος και η δεύτερη από την Εκκλησία.
5. Τα σύμβολα αυτά είχαν χρησιμοποιηθεί πολύ νωρίτερα για να δηλώσουν το "υπερβαρές" και το "ελλειποβαρές" μιας ποσότητος.

ΠΡΟΟΠΤΙΚΗ-ΠΡΟΒΟΛΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Αν και τα Μαθηματικά για τους αρχαίους έλληνες είναι το 'μέσο' για να απεικονίσουν τις ιδέες τους στο χώρο, αν και η πρόοδός τους στη Γεωμετρία είναι αξεπέραστες δεν έκαναν το επόμενο βήμα, να προχωρήσουν στην αναπαράσταση του χώρου. Το βήμα αυτό δεν πραγματοποιήθηκε για δύο λόγους: *Η μορφή του οπτικού πεδίου των αρχαίων βασίζονταν στο πρότυπο της σφαίρας και γιατί Δεν είχαν συλλάβει ένα σύστημα συντεταγμένων,* ώστε ο χώρος να μπορεί να οριστεί σ' ένα σύστημα ως προς το ύψος, το πλάτος και το βάθος.

Καθώς τον 15ο αι. ο χώρος διατάσσεται και συστηματοποιείται γίνεται δυνατή η δημιουργία της γραμμικής προοπτικής. Στην Ιταλία αρχίζει να αναπτύσσεται ο πρώτος μεγάλος πυρήνας καλλιτεχνών-επιστημόνων και είναι αυτοί που θα προετοιμάσουν το έδαφος για τις 'επαναστατικές' ιδέες του Γαλιλαίου. Οι μεταφράσεις των έργων του Ευκλείδη, *Τα Στοιχεία* και *Οπτικά* (1505), δίνουν σταδιακά τα απαραίτητα εργαλεία για την προσέγγιση της τέχνης.

Ο Leone Battista Alberti (1404-71) γράφει την πρώτη πραγματεία για θέματα προοπτικής στα λατινικά *De pictura* και στα ιταλικά *Della pittura* (1435), στην οποία δανείζεται αρκετά από τη γλώσσα των Στοιχείων του Ευκλείδη και εισάγει το 'κέντρο όρασης', τα 'κεντρικά σημεία φυγής', τη 'γραμμή του ορίζοντα' κ.ά. Αργότερα ο Pierro della Francesca (1420-1492) παρουσιάζει με αρκετή λεπτομέρεια τους κανόνες απεικόνισης γεωμετρικών αντικειμένων σε δισδιάστατο ή τρισδιάστατο χώρο.

Εκείνος που έμελλε να προχωρήσει περισσότερο απ' όλους τους καλλιτέχνες σε μαθηματικού σύλληψη είναι ο Albrecth Dürer (1471-1528). Στη Νυρεμβέργη γράφει τη μελέτη του στα γερμανικά *Διδασκαλία για τη μέτρηση με τον κανόνα και το διαβήτη* (1525), όπου κάθε κανόνας συνοδεύεται και από την απόδειξή του. Ήταν η πρώτη φορά παρουσίασης γεωμετρικών μεθόδων που αγγίζουν τους κανόνες της Παραστατικής Γεωμετρίας.

Η εφεύρεση της Τυπογραφίας από τον Γουτεμβέργιο το 1450 θα δώσει μεγάλη ώθηση στη διείσδυση της γνώσης καθώς οι μεταφράσεις, η ίδρυση βιβλιοθηκών και η σταδιακή δημιουργία των Ακαδημιών[6] συμβάλλουν στην έρευνα και στη διάδοση της γνώσης.

Στη θεωρητική προοπτική ο μηχανικός Gérard Desargues (1591-1661) είναι εκείνος που με το έργο του συμβάλλει στην εξέλιξη της προοπτικής και στην εμβρυακή θεώρηση της Προβολικής Γεωμετρίας. Είχε μελετήσει τα έργα των Ευκλείδη, Πτολεμαίου, Απολλώνιου, Πάππου και Kepler. Σ' ένα δοκίμιο (1640) κάνει μια προσπάθεια παρουσίασης των τομών επιπέδου και κώνου, δίνει ένα σύγχρονο ορισμό της ανέλιξης, αποδεικνύει πως ο διπλός λόγος παραμένει αναλλοίωτος κατά την προβολή, εισάγει τα *επ' άπειρον σημεία* ως εκείνα τα σημεία στα οποία οι παράλληλες ευθείες τέμνονται, το σύνολο των οποίων αποτελεί την *επ' άπειρον ευθεία.* Ακόμη θεωρεί ότι οι κωνικές τομές είναι προβολικά ισοδύναμες με τον κύκλο.

Οι λογάριθμοι: Ο John Neper ή Napier (1550-1617) 'ανακαλύπτει' τους λογαρίθμους, χρησιμοποιώντας την έννοια της ροής μιας ποσότητας για να παρουσιάσει με γραμμές τη σχέση μεταξύ λογαρίθμων και αριθμών.

Η ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Ο 17ος αι. χαρακτηρίζεται από μια εντυπωσιακή ανάπτυξη των Μαθηματικών. Η επικοινωνία μεταξύ των επιστημόνων έχει αρκετά συστηματοποιηθεί. καινούργιες θεωρίες, τυπωμένες, διαδίδονται και αποτελούν αντικείμενο συζητήσεων, διαφωνιών, κρίσεων και επικρίσεων.

Η πρώτη σημαντική ανακάλυψη είναι αναμφισβήτητα η *Αναλυτική Γεωμετρία* (όρος που χρησιμοποιείται μόλις κατά τον 19ο αι.), η οποία δημιουργήθηκε ανεξάρτητα από τους Pierre de Fermat (1601-1665) και René Descartes (1596-1650) τον επονομαζόμενο Καρτέσιο. Και οι δυο με τη βοήθεια των έργων του Vieta «μεταφράζουν τεχνικές» που εμφανίζονται στην ανάλυση γεωμετρικών τόπων (κυρίως στις κωνικές τομές που παραπέμπουν στον Απολλώνιο και στον Πάππο) σε μια καινούργια γλώσσα.

Ο Καρτέσιος συνέλαβε την ιδέα, πως ένα σημείο στο επίπεδο είναι τελείως ορισμένο, αν οι αποστάσεις του, x και y, από δύο σταθερές κάθετες μεταξύ τους ευθείες είναι δοσμένες. Αν η $f(x, y) = 0$ ικανοποιείται από ένα άπειρο αριθμό ζευγών (x, y), που ορίζουν τις συντεταγμένες ενός αριθμού σημείων στο επίπεδο, τότε σχηματίζουν μια καμπύλη με εξίσωση $f(x, y) = 0$. Αν και ο Καρτέσιο επεξέτεινε την ίδια αυτή θεώρηση και στο χώρο, όπου το σημείο ορίζεται από τρεις συντεταγμένες, εντούτοις περιορίστηκε σε επίπεδες καμπύλες.

Στα έργα που άφησε ο Fermat περιλαμβάνεται μια *Εισαγωγή σε τόπους στο επίπεδο και στο χώρο (Isagoge ad locos planos et solidos)*, η οποία εντυπωσιάζει τους επιστημονικούς κύκλους στο Παρίσι, περιέχει την αρχή της Αναλυτικής Γεωμετρίας. Εκεί, μεταξύ άλλων, δίνει τον ορισμό των καμπύλων 2ου βαθμού αλλά και την εξίσωση της ευθείας γραμμής. Ο Fermat ορίζει τους τόπους που αντιστοιχούν στις εξισώσεις 2ου βαθμού με δύο μεταβλητές και αποδεικνύει ότι είναι ευθεία, κύκλος ή κωνική τομή.

Η ΘΕΩΡΙΑ ΑΡΙΘΜΩΝ-ΔΙΟΦΑΝΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ

Μια δίγλωσση (ελληνική-λατινική) έκδοση των Αριθμητικών του Διόφαντου το 1621 ενέπνευσε τον Fermat να ασχοληθεί με την Θεωρία Αριθμών.

---

6. Lincci 1603, Παρίσι 1666, Λονδίνο 1662, Βερολίνο 1700, Αγ. Πετρούπολη 1724.

[7]"Κρίνοντας από τα διάφορα αποσπάσματα που μας διασώθηκαν, μερικά από τα οποία βρίσκονται στον Ευκλείδη, φαίνεται πως οι αρχαίοι φιλόσοφοι έκαναν εκτενείς έρευνες που αφορούσαν τις ιδιότητες των αριθμών. ...Ακόμα βλέπουμε ότι το έργο του Διόφαντου από την Αλεξάνδρεια, του αρχαιότερου συγγραφέα Άλγεβρας που γνωρίζουμε, είναι ολοκληρωτικά αφιερωμένο στους αριθμούς και περιλαμβάνει δύσκολα προβλήματα λυμένα με μεγάλη επιδεξιότητα και σοφία".

"Από το Διόφαντο μέχρι την εποχή του Vieta και Bachet οι μαθηματικοί συνεχίζουν να ασχολούνται με τους αριθμούς, χωρίς μεγάλη επιτυχία και χωρίς αισθητή πρόοδο στην επιστήμη".

"Ο Vieta, με καινούργιες τελειοποιήσεις στην Άλγεβρα, έλυσε αρκετά δύσκολα προβλήματα σχετικά με τους αριθμούς. Ενώ ο Bachet έλυσε μια απροσδιόριστη εξίσωση πρώτου βαθμού με μια γενική πολύ επινοητική μέθοδο".

"Ο Fermat καλλιέργησε με μεγάλη επιτυχία την επιστήμη των αριθμών χαράζοντας καινούργιους δρόμους. Μας έδωσε μεγάλο αριθμό ενδιαφερόντων θεωρημάτων, τα οποία άφησε (σχεδόν όλα) χωρίς απόδειξη. Πολύ συχνά κρύβαμε τη μέθοδό του, ώστε να κρατήσουμε τους καινούργιους θριάμβους για το έθνος του καθενός και κυρίως αυτό έγινε μεταξύ των άγγλων και γάλλων. Σ' αυτό οφείλεται η απώλεια πολλών αποδείξεων του Fermat".

Οι σημειώσεις του Fermat διασώθηκαν από το γιο του Clément-Samuel και δημοσιεύτηκαν το 1670. Οι κυριότερες από αυτές είναι:

1. (Μικρό θεώρημα του Fermat): *Αν p είναι πρώτος και a πρώτος προς τον p, τότε $a^{p+1}-1$ είναι διαιρετός από τον p.* Η απόδειξη δόθηκε από τον Euler το 1736.
2. *Κάθε περιττός αριθμός μπορεί να γραφεί ως διαφορά δύο τετραγώνων κατά μοναδικό τρόπο.* Η απόδειξη του Fermat είναι πολύ απλή.
3. *Ένας πρώτος αριθμός της μορφής $4n+1$ μπορεί να γραφεί ως άθροισμα δυο τετραγώνων.* Την απόδειξη έδωσε ο Euler το 1754).
4. *Κάθε μη αρνητικός ακέραιος μπορεί να γραφεί ως άθροισμα το πολύ τεσσάρων τετραγώνων.* Το έλυσε ο Lagrange το 1770).
5. *Υπάρχει μόνο μια ακέραιη λύση της εξισώσεως $x^2+4=y^3$ ($x=5$ και $y=3$) και μόνο δύο της εξισώσεως $x^2+4=y^3$ ($x=2$, $y=2$ και $x=11$, $y=5$).*
6. *Δεν υπάρχουν ακέραιοι θετικοί x, y, z για τους οποίους $x^4+y^4-z^2$.*
7. *Δεν υπάρχουν ακέραιοι θετικοί x, y, z, n για τους οποίους $x^n+y^n-z^n$, $n>2$.* Είναι γνωστό ως το γελευταίο θεώρημα του Fermat. Η απόδειξη δόθηκε το 1995 από του A. Wiles και R. Taylor.
8. Η εικασία του Fermat "*Ο αριθμός $f(n)=2^{2^n}+1$ για κάθε μη αρνητικό ακέραιο n είναι πρώτος*" αποδείχθηκε λανθασμένη. Ο Euler απέδειξε ότι ο $f(5)$ είναι σύνθετος.

ΟΙ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

Αν και ο Cardano στο έργο του *Βιβλίο για τα παιχνίδια της τύχης* (1526) παρουσιάζει ως και τον πολλαπλασιαστικό κανόνα των πιθανοτήτων για ανεξάρτητα γεγονότα, η σύγχρονη Θεωρία Πιθανοτήτων θεωρείται πως έχει τις ρίζες της στην αλληλογραφία Pascal (1623-1662) και Fermat το 1654 και είχε την αφορμή το πρόβλημα που έθεσε ένας χαρτοπαίχτης. Το πρόβλημα που έχει δυο ερωτήματα είναι το ακόλουθο: *Ποιος πρέπει να είναι ο αριθμός των ρίψεων δυο ζαριών, ώστε να παρουσιαστούν δύο εξάρια και ποιος είναι ο δίκαιος μερισμός των πόντων σ' ένα παιχνίδι που διακόπτεται πριν τελειώσει;*

Η θεώρηση της πιθανότητας εισέρχεται στην ευρωπαϊκή σκέψη περίπου το 1660 με δύο τρόπους, ο ένας αφορά τα τυχερά παιχνίδια και ο άλλος τη θρησκεία. Πιο συγκεκριμένα, ως τρόπος κατανόησης της σταθερής συχνότητας στα τυχαιρά παιχνίδια και ως μέθοδος καθορισμού του λογικού βαθμού πίστης.

Ο Pascal παρουσιάζει τη λύση του δίκαιου περισμού σε διάφορα γράμματά του προς τον Fermat και λεπτομέρεια στο βιβλίο του *Πραγματεία Αριθμητικού Τριγώνου*, όπου περιγράφει το γνωστό μας *Τρίγωνο Pascal*.

Ο Pascal αποκλείει την έννοια του τυχερού στο θεωρητικό επιχείρημα για την πίστη στην ύπαρξη του Θεού. Το σκεπτικό του για την ύπαρξη του Θεού αποτελεί την αιτία για την εμφάνιση της πρώτης πραγματείας στις Πιθανότητες το 1656 από τον Christian Huygens (1629-1695) (*Για τον υπολογισμό στα τυχερά παιχνίδια*). Ο Huygens υποδεικνύει, μεταξύ άλλων, πως "Αν σ' ένα καθαρά παιχνίδι τύχης τα αποτελέσματα είναι αβέβαια, τότε το αν ένας παίχτης θα κερδίσει ή θα χάσει εξαρτάται από μια καθορισμένη τιμή, την προσδοκία".

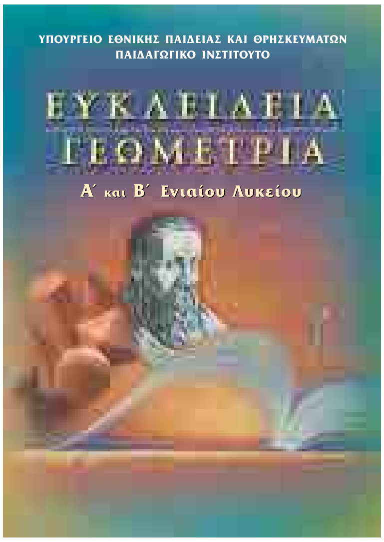
ΕΠΙΛΟΓΟΣ 1ου ΜΕΡΟΥΣ: Το 1623 ο Γαλιλαίος στο έργο του Saggiotore γράφει πως *"Η φύση είναι γραμμένη σε μαθηματική γλώσσα"*. Η φύση παύει πια να είναι ύλη, μορφές και ιδιότητες αλλά είναι ένα σύνολο ποσοτικών φαινομένων. Έτσι, η έρευνα αλλάζει μορφή. Το σύνορο που είχε θέσει μεταξύ μαθηματικών και φυσικών επιστημών αρχίζει να μετακινείται. Ακόμη και η υφή των προβλημάτων, που η ύπαρξή τους στηρίζονταν περισσότερο στην κινηματική, μεταλλάζουν τον χαρακτήρα των Μαθηματικών.

Στους επόμενους αιώνες οι μαθηματικοί, έχοντας αποκτήσει μια πιο εύχρηστη γλώσσα, δημιουργούν τα κατάλληλα εργαλεία για να ανακαλύψουν και στη συνέχεια να μελετήσουν καινούργιους κλάδους των Μαθηματικών.

◆

7. Από το βιβλίο του A.M. Legendre, Théorie des Nombres 1798.

ΣΥΝΕΝΤΕΥΞΗ με τη ΣΥΓΓΡΑΦΙΚΗ ΟΜΑΔΑ της ΕΥΚΛΕΙΔΕΙΑΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ*



Με την έναρξη του σχολικού έτους άρχισε να διδάσκεται στην Α και Β τάξη του Ενιαίου Λυκείου η Ευκλείδεια Γεωμετρία από το νέο βιβλίο των Εκδόσεων ΖΗΤΗ με συγγραφείς τους Γιάννη Θωμαΐδη, Θανάση Ξένο, Γιώργιο Παντελίδη, Ανδρέα Πούλο και Γεώργιο Στάμου, το οποίο κρίθηκε με πολύ υψηλή βαθμολογία από την Επιτροπή Κρίσεως ως το μοναδικό, το οποίο πληρούσε τις προδιαγραφές της προκήρυξης, γιατί *είναι γραμμένο σύμφωνα με το Π.Σ., με περιγραφές άνετες και κατανοητές... Είναι τυπογραφικά άψογο και η σωστή γλώσσα, οι τυπογραφικές και χρωματικές διαφοροποιήσεις του κειμένου, τα σχήματα κτλ. κάνουν το περιεχόμενο φιλικό προς τον αναγνώστη-μαθητή... Οι αποδείξεις των θεωρημάτων είναι λιτές και χωρίς περιττούς συμβολισμούς. Οι παρατηρήσεις, τα σχόλια και τα ένθετα σημειώματα συμπληρώνουν ή διευκρινίζουν ουσιώδη σημεία της θεωρίας...* .

Οι Εκπαιδευτικοί Προβληματισμοί με τη συνέντευξη αυτή ζητούν από τους συγγραφείς να παρουσιάσουν το βιβλίο και τη φιλοσοφία του.

Ε.Π.: Μπορείτε να μας παρουσιάσετε το βιβλίο «Ευκλείδεια Γεωμετρία» που από το τρέχον σχολικό έτος διδάσκεται στην Α και Β τάξη του Ενιαίου Λυκείου;

Απ.: Το βιβλίο αυτό της Ευκλείδειας Γεωμετρίας, σύμφωνα με το Πρόγραμμα Σπουδών του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου, περιλαμβάνει τις πρωταρχικές έννοιες και τα αξιώματα, τις οριζόμενες έννοιες, τα θεωρήματα και τα πορίσματα, καθώς και τους γεωμετρικούς τόπους και τις γεωμετρικές κατασκευές. Με πιο απλά λόγια περιέχει τη βασική θεωρία της Ευκλείδειας Γεωμετρίας. Ενώ διευκρινίζονται τα σημαντικά σημεία της θεωρίας με παρατηρήσεις, σχόλια, ένθετα σημειώματα και ιστορικά σχόλια. Με τις δραστηριότητες και τις εφαρμογές της θεωρίας επιδιώκεται η εμπέδωση της Γεωμετρίας και η καθοδήγηση των μαθητών σε ομαδικές ερευνητικές εργασίες.

Ε.Π.: Γιατί νομίζετε ότι μετά την Πρακτική Γεωμετρία του Γυμνασίου, που διδάσκει τις μετρικές σχέσεις μεταξύ των στοιχείων των σχημάτων του επιπέδου και του χώρου, είναι απαραίτητη η διδασκαλία της Ευκλείδειας (Θεωρητικής) Γεωμετρίας;

Απ.: *«Η Ευκλείδεια Γεωμετρία ιστορικά απετέλεσε το πρότυπο θεμελίωσης και ανάπτυξης για τις επιστημονικές θεωρίες. Ο ρόλος της στην εκπαιδευτική διαδικασία είναι θεμελιακός και αναντικατάστατος, αφού έχει το πλεονέκτημα τα αποτελέσματα να είναι άμεσα ορατά και υλοποιήσιμα στο χώρο της εποπτείας μας».* Η Ευκλείδεια Γεωμετρία εξακολουθεί να αποτελεί ένα πρότυπο επιστημονικής σκέψης και ένα μοναδικό μέσο για τη μύηση σ' αυτήν. Ο συνδυασμός της λογικής συνέπειας που απαιτούν οι αποδείξεις με την εποπτεία των σχημάτων.ανέδειξαν την Ευκλείδεια Γεωμετρία σ' ένα βασικό παιδαγωγικό και διδακτικό εργαλείο. Με πιο απλά λόγια: Η Ευκλείδεια Γεωμετρία είναι ο

* Τα κείμενα με πλάγια γράμματα και εντός εισαγωγικών είναι αποσπάσματα από το Πρόγραμμα Σπουδών του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου.

κατ' εξοχήν κλάδος των Μαθηματικών που καλλιεργεί το πνεύμα και ενεργοποιεί την ενόραση, στοιχεία που καθιστούν τους μαθητές ικανούς να κατανοήσουν δύσκολες καταστάσεις και όχι μόνο γεωμετρικές.

Ε.Π.: Η Ευκλείδεια Γεωμετρία, όπως κάθε μαθηματική θεωρία, αρχίζει με την επιλογή ορισμένων **πρωταρχικών εννοιών** και οι μεταξύ τους σχέσεις καθορίζονται από **αξιώματα**. Γιατί λοιπόν δεν θα μπορούσε π.χ. η Άλγεβρα να καλλιεργήσει το πνεύμα και να ενεργοποιήσει την ενόραση;

Απ.: Προφανώς, θα μπορούσε και η Άλγεβρα, όπως και κάθε άλλος κλάδος, να παίξει το ρόλο αυτό. Η σημαντική παιδαγωγική εκπαιδευτική προσφορά της Ευκλείδειας Γεωμετρίας έγκειται στο γεγονός ότι οι πρωταρχικές έννοιές της και τα αξιώματα είναι πρωταρχικές και εξόφθαλμα προφανείς στην καθημερινή μας ζωή, όπως για παράδειγμα:

– *Από δύο σημεία διέρχεται μια μοναδική ευθεία*
– *Για κάθε ευθεία υπάρχει τουλάχιστον ένα σημείο του επιπέδου που δεν ανήκει σ' αυτή.*
– *Κάθε ευθεία έχει άπειρα σημεία και εκτείνεται απεριόριστα και προς τις δύο και ευθύνοεις, χωρίς κενά.*

Ε.Π.: Στην εισαγωγή της Ευκλείδειας Γεωμετρίας αναφέρετε ότι: Η **ισότητα** στην Ευκλείδεια Γεωμετρία είναι ισότητα των γεωμετρικών σχημάτων (ευθυγράμμων τμημάτων, γωνιών, πολυγώνων, κύκλων, πολυέδρων, κυλίνδρων, σφαιρών κτλ.) και ορίζεται με τη διαδικασία της μετατόπισης και της σύμπτωσης. Δεν νομίζετε ότι μια τέτοια διαδικασία ανήκει στην Πρακτική Γεωμετρία;

Απ.: Η διαδικασία αυτή γίνεται νοερά με τη βοήθεια λογικών συλλογισμών και μας επιτρέπει από την ισότητα ορισμένων στοιχείων δύο σχημάτων να συμπεράνουμε τη σύμπτωση των υπολοίπων στοιχείων και τελικά την ισότητα των σχημάτων. Η διαδικασία αυτή προκύπτει από σύνθεση απεικονίσεων, κατά τις οποίες τα σχήματα δεν μεγεθύνονται, δε συμικρύνονται αλλά ούτε και στρεβλώνονται, όπως είναι η παράλληλη μετατόπιση και η στροφή. Δε θα ήταν όμως παιδαγωγικά ορθό μια αναφορά σε απεικονίσεις. *Συνιστάται η διαδικασία αυτή της μετατόπισης και σύμπτωσης, όταν κρίνετε σκόπιμο, να γίνεται σχολαστικά για να ξεφύγει ο μαθητής από τη συλλογιστική της Πρακτικής Γεωμετρίας του «βλέπω» και, κυρίως, να συνειδητοποιήσει το ρόλο των εξιωμάτων.*

Ε.Π.: Νομίζετε ότι μια στείρα παράθεση αποδείξεων είναι η διαδικασία που αρμόζει στους εκπαιδευτικούς στόχους του Λυκείου;

Απ.: Μια τέτοια διαδικασία «απόδειξη για την απόδειξη» προφανώς δεν έχει καμιά σχέση με τους στόχους της εκπαίδευσης στο Λύκειο. Για το λόγο αυτό στο βιβλίο

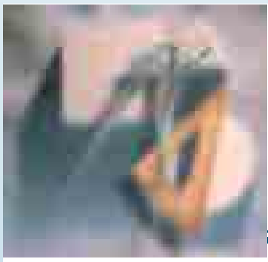
– Παρουσιάζουμε μόνο εκείνες τις αποδείξεις που υποδεικνύουν μεθόδους αντιμετώπισης προβλημάτων και αναζήτησης λύσεων και που **αναπτύσσουν την κριτική διερευνητική σκέψη**.
– Οι αποδείξεις, όσες παρουσιάζονται στο βιβλίο, έχουν μαθηματικοποιημένη μορφή χωρίς όμως αυτό να είναι το κυρίαρχο στοιχείο και δε γίνεται αντιληπτό, παρά μόνο σ' εκείνο που θα αναζητούσε να διαπιστώσει τη δομή αυτή.

Αυτό φαίνεται άλλωστε και από το γεγονός (το οποίο θεωρούμε καθοριστικής σημασίας) ότι, εκτός από τα βασικά αξιώματα που έχουμε αναφέρει προηγουμένως, τα οποία βρίσκονται στις πρώτες σελίδες της Επιπεδομετρίας και της Στερεομετρίας αντίστοιχα και είναι αυτονόητα, τα άλλα αξιώματα παρουσιάζονται όταν είναι αναγκαία αλλά και με έναν όχι **τυποποιημένο τρόπο**. Για παράδειγμα, η ύπαρξη του μέσου ευθυγράμμου τμήματος, το ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει δύο σημεία, τα οποία βρίσκονται εκατέρωθεν μιας ευθείας τέμνει την ευθεία σε ένα μόνο σημείο, υπάρχει μοναδική διχοτόμος γωνίας κ.ά. Επίσης δεχόμαστε ότι το εσωτερικό του κύκλου είναι ένα κυρτό σύνολο και ο κύκλος είναι μία απλή κλειστή γραμμή χωρίς διακοπές και κενά. Αυτό συνεπάγεται ότι κάθε ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει ένα εσωτερικό με ένα εξωτερικό σημείο έχει με τον κύκλο ένα μόνο κοινό σημείο.

Ε.Π.: Μπορείτε να μας δώσετε ένα παράδειγμα μέσα από το βιβλίο σας, όπου να φαίνεται ότι η Ευκλείδεια Γεωμετρία έδωσε την ιδέα για την ανάπτυξη-κατανόηση κάποιου κλάδου των Μαθηματικών;

Απ.: Εκτός από τις γεωμετρικές γνώσεις, που βοηθούν έμμεσα ή άμεσα στην κατανόηση των άλλων κλάδων των Μαθηματικών καθώς και στην καλύτερη αντίληψη του χώρου, ο ορισμός του εμβαδού και τα σχετικά αξιώματα (§ 10.1.1) και του όγκου με τα αντίστοιχα αξιώματα (§ 13.1.3) έδωσαν τις κατάλληλες εκείνες ιδέες για τη θεμελίωση της Θεωρίας Πιθανοτήτων και γενικότερα της Θεωρίας Μέτρου. Συνειδητά οι συγγραφείς έχουν παραθέσει τα παραπάνω αξιώματα κατά τέτοιο τρόπο, ώστε να υποδεικνύουν τη σχέση-αναφορά στις θεωρίες αυτές.

◆



ΟΙ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΟΙ ΤΟΠΟΙ στην ΕΥΚΛΕΙΔΕΙΑ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Του **Θ. Ξένου,** Μαθηματικού

Τα πολύ σημαντικά κεφάλαια των γεωμετρικών τόπων και κατασκευών περιλαμβάνονται πλέον στο διδακτικό βιβλίο της Ευκλείδειας Γεωμετρίας από το σχολικό έτος 1999-2000.

Οι διαδικασίες επίλυσης προβλημάτων γεωμετρικών τόπων και κατασκευών μετατρέπουν το μαθητή σε ερευνητή, αφού βοηθούν στην ανάπτυξη δεξιοτήτων, όπως κριτικής διερευνητικής σκέψης και διατύπωσης εικασιών στην αναζήτηση της λύσης.

Η μελέτη των γεωμετρικών τόπων, που θα μας απασχολήσει στο άρθρο αυτό, βοηθά σημαντικά στην επίλυση γεωμετρικών προβλημάτων, όπου παρουσιάζεται πολλές φορές η ανάγκη προσδιορισμού της θέσης ενός σημείου ως προς άλλα γνωστά σημεία ή σχήματα.

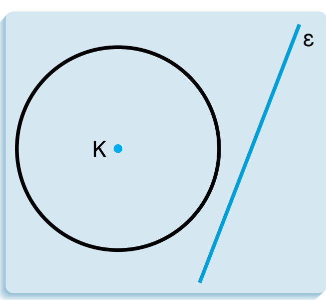
Ορισμός: Ένα σύνολο σημείων που τα στοιχεία του και μόνον αυτά, έχουν μια κοινή ιδιότητα ονομάζεται γεωμετρικός τόπος της ιδιότητας αυτής.

Σύμφωνα, λοιπόν, με τον ορισμό αυτό, ο προσδιορισμός ενός γεωμετρικού τόπου περιλαμβάνει τα εξής στάδια:

α) *Κάθε σημείο που έχει την ιδιότητα ανήκει σ' ένα συγκεκριμένο σχήμα.*

β) *Κάθε σημείο του σχήματος έχει τη συγκεκριμένη ιδιότητα.*

Η διαδικασία αυτή πρέπει να επισημαίνεται στους μαθητές και να τονίζεται ότι ένα σύνολο σημείων που έχουν μια κοινή ιδιότητα δεν είναι απαραίτητα ο γεωμετρικός τόπος της ιδιότητας αυτής.



Για παράδειγμα, αν μια ευθεία ε δεν έχει κανένα κοινό σημείο με έναν κύκλο (Κ, α), τότε όλα τα σημεία της ε είναι εξωτερικά σημεία του κύκλου. Δε σημαίνει, όμως, ότι ο γεωμετρικός τόπος των εξωτερικών σημείων του κύκλου είναι η ευθεία ε, επειδή ακριβώς υπάρχουν εξωτερικά σημεία του κύκλου που δεν ανήκουν στην ευθεία ε.

Οι **βασικοί γεωμετρικοί τόποι** της Ευκλείδειας Γεωμετρίας είναι οι ακόλουθοι:

1. Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων του επιπέδου που απέχουν σταθερή απόσταση α από ένα σταθερό σημείο Κ είναι ο κύκλος (Κ, α).
2. Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων του επιπέδου που ισαπέχουν από τα άκρα ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ είναι η μεσοκάθετη του ΑΒ.
3. Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων του επιπέδου που ισαπέχουν από τις πλευρές μιας γωνίας είναι η διχοτόμος της γωνίας.
4. Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων του επιπέδου που ισαπέχουν από δύο τεμνόμενες ευθείες είναι οι διχοτόμοι των γωνιών που σχηματίζουν οι ευθείες.
5. Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων του επιπέδου που ισαπέχουν από δύο παράλληλες ευθείες είναι η μεσοπαράλληλη των ευθειών αυτών.
6. Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων του επιπέδου που απέχουν σταθερή απόσταση α από μια σταθερή ευθεία ε είναι οι παράλληλες ευθείες προς την ε σε απόσταση α απ' αυτήν.
7. Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων του επιπέδου από τα οποία ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ φαίνεται υπό ορθή γωνία είναι ο κύκλος διαμέτρου ΑΒ, χωρίς τα σημεία Α και Β.
8. Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων του επιπέδου από τα οποία ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ φαίνεται υπό γωνία φ είναι δύο τόξα χορδής ΑΒ, στα οποία οι εγγεγραμμένες γωνίες με αντίστοιχη χορδή την ΑΒ είναι ίσες με τη γωνία φ.
9. Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων του χώρου που απέχουν σταθερή απόσταση α από ένα σταθερό σημείο Κ είναι η σφαίρα (Κ, α).
10. Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων του χώρου που ισαπέχουν από άκρα ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ είναι το μεσοκάθετο επίπεδο του ΑΒ.
11. Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων του χώρου που ισαπέχουν από δύο παράλληλα επίπεδα p και q είναι το μεσοπαράλληλο επίπεδο των p και q.

12. Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων του χώρου που ισαπέχουν από δύο τεμνόμενα επίπεδα p και q είναι τα επίπεδα που διχοτομούν τις δίεδρες γωνίες των p και q.
13. Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων του χώρου που απέχουν σταθερή απόσταση α από ένα επίπεδο p είναι τα παράλληλα επίπεδα προς το p σε απόσταση α απ' αυτό.

➧ Για την εύρεση ενός γεωμετρικού τόπου σημείων, που έχουν μια κοινή ιδιότητα I, εργαζόμαστε ως εξής:

- Θεωρούμε ένα οποιοδήποτε σημείο Μ που έχει την ιδιότητα I. Παίρνοντας διάφορες θέσεις του Μ, προσπαθούμε αρχικά να «μαντέψουμε» τη μορφή του γεωμετρικού τόπου (ευθεία, κύκλος, τόξο κ.λπ.). Αν οι θέσεις αυτές είναι συνευθειακά σημεία, τότε «υποψιαζόμαστε» ότι ο γεωμετρικός τόπος είναι ευθεία ή τμήμα αυτής, ενώ σε αντίθετη περίπτωση «υποψιαζόμαστε» ότι ο γεωμετρικός τόπος είναι κύκλος ή σφαίρα ή τμήματά τους. Η διαδικασία αυτή είναι σημαντική, επειδή η εικασία που κάνουμε για τη μορφή του γεωμετρικού τόπου μας υποδεικνύει κατά κάποιο τρόπο το πώς θα εργαστούμε στη συνέχεια.
- Εξετάζουμε ποια στοιχεία του προβλήματος είναι σταθερά και ποια μεταβλητά.
- Συνδέουμε τα σταθερά με τα μεταβλητά σημεία και εντοπίζουμε τις μεταξύ τους σχέσεις. Έτσι, γίνεται αναγωγή του προβλήματος σ' έναν από τους βασικούς γεωμετρικούς τόπους. Ελέγχουμε, επίσης, αν υπάρχουν οριακές θέσεις για το σημείο Μ.
- Αποδεικνύουμε το αντίστροφο, δηλαδή ότι κάθε σημείο του σχήματος σ0 οποίο ανήκει το Μ έχει την ιδιότητα I.

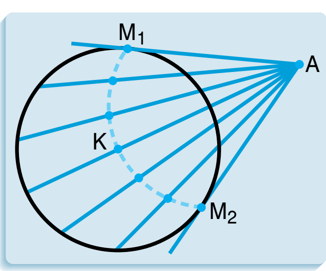
Παραθέτουμε στη συνέχεια τρία χαρακτηριστικά προβλήματα γεωμετρικών τόπων.

Παράδειγμα 1

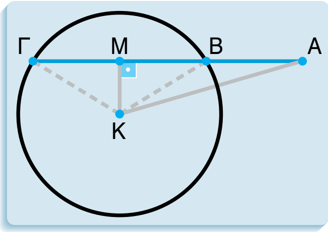
Δίνονται ένας κύκλος (Κ, α) και ένα σημείο Α εκτός αυτού. Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των μέσων των χορδών του κύκλου, οι οποίες, όταν προεκταθούν, διέρχονται από το σημείο Α.

Λύση

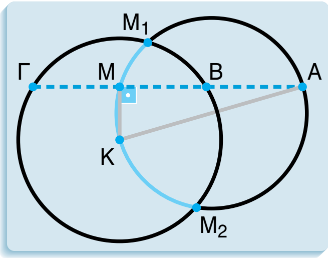
Θεωρούμε μερικές ευθείες που διέρχονται από το Α και τέμνουν τον κύκλο. Οριακές θέσεις των ευθειών αυτών είναι οι εφαπτομένες AM_1 και AM_2 του κύκλου. Παρατηρούμε ότι τα μέσα των χορδών δεν είναι συνευθειακά σημεία. Αυτό είναι μια ένδειξη ότι ο γεωμετρικός τόπος είναι κύκλος ή τόξο κύκλου.



Έστω Μ το μέσο μιας χορδής ΒΓ του κύκλου, η οποία (όταν προεκταθεί) διέρχεται από το Α. Θα πρέπει να αποδείξουμε ότι το σημείο Μ ανήκει σε κύκλο ή τόξο κύκλου. Επομένως, το πρόβλημα ανάγεται σ' έναν από τους βασικούς γεωμετρικούς τόπους (1), (7) και (8).



Συνδέουμε τα σταθερά σημεία Α, Κ και το μεταβλητό σημείο Μ με το Κ. Γνωρίζουμε ότι ΚΜ ΒΓ (επειδή η ΚΜ είναι διάμεσος του ισοσκελούς τριγώνου ΚΒΓ). Αυτό σημαίνει ότι το σταθερό ευθύγραμμο τμήμα ΑΚ φαίνεται από το σημείο Μ υπό ορθή γωνία. Επομένως,τ ο Μ ανήκει στον κύκλο διαμέτρου ΑΚ. Το Μ, όμως, ανήκει και στον κυκλικό δίσκο (Κ, α). Άρα, το Μ ανήκει στο τόξο $\overset{\frown}{M_1KM_2}$.



Αντιστρόφως: Θεωρούμε ένα σημείο Μ του τόξου $\overset{\frown}{M_1KM_2}$, όπου M_1, M_2 τα κοινά σημεία του κύκλου (Κ, α) και του κύκλου διαμέτρου ΑΚ. Η ευθεία ΑΜ τέμνει τον κύκλο (Κ, α) στα σημεία Β και Γ. Θα αποδείξουμε ότι το σημείο Μ είναι το μέσο της χορδής ΒΓ.

Επειδή το Μ ανήκει στον κύκλο διαμέτρου ΑΚ, ισχύει $\widehat{KMA}=90^\circ$. Έτσι, στο ισοσκελές τρίγωνο ΚΒΓ το ύψος ΚΜ είναι και διάμεσος, που σημαίνει ότι το σημείο Μ είναι το μέσο της ΒΓ.

Άρα, ο ζητούμενος γεωμετρικός τόπος είναι το τόξο $\overset{\frown}{M_1M_2}$ του κύκλου διαμέτρου ΑΚ.

Παράδειγμα 2

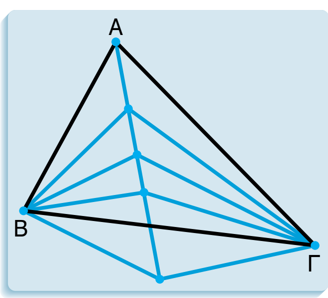
Δίνεται ένα τρίγωνο ΑΒΓ. Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος των σημείων Μ του επιπέδου του τριγώνου ΑΒΓ, για τα οποία τα τρίγωνα ΜΑΒ και ΜΑΓ έχουν ίσα εμβαδά.

Λύση

Αν θεωρήσουμε μερικές θέσεις του σημείου Μ έτσι, ώστε να ισχύει

$$E_{MAB}=E_{MA\Gamma},$$

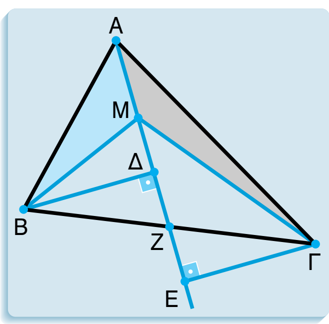
παρατηρούμε ότι οι θέσεις αυτές δείχνουν να είναι συνευθειακά σημεία.



Θεωρούμε, τώρα, μια τυχαία θέση του Μ τέτοια, ώστε να ισχύει

$$E_{MAB}=E_{MA\Gamma}.$$

Τα τρίγωνα ΜΑΒ και ΜΑΓ έχουν κοινή βάση τη ΜΑ, οπότε τα αντίστοιχα ύψη ΒΔ και ΓΕ θα είναι ίσα. Έστω Ζ το κοινό σημείο της ΒΓ με την ευθεία ΑΜ. Από την ισότητα των ορθογώνιων τριγώνων ΒΔΖ και ΓΕΖ προκύπτει ότι ΒΖ = ΓΖ, δηλαδή το Ζ είναι το μέσο της πλευ-



ράς ΒΓ. Επομένως, το σημείο Μ ανήκει στη σταθερή ευθεία ΑΖ. Φυσικά, αυτό επαληθεύεται και όταν το Μ είναι εξωτερικό σημείο του τριγώνου ΑΒΓ.

Αντιστρόφως: Έστω Μ τυχαίο σημείο της ευθείας ΑΖ (διαφορετικό του Α), όπου Ζ το μέσο της πλευράς ΒΓ. Φέρουμε τις ΒΔ ΑΖ και ΓΕ ΑΖ. Από τα ίσα ορθογώνια τρίγωνα ΒΔΖ και ΓΕΖ έχουμε ΒΖ = ΓΕ. Επομένως ισχύει

$$E_{MAB} = \frac{1}{2} MA \cdot B\Delta = \frac{1}{2} MA \cdot \Gamma E = E_{MA\Gamma}$$

Άρα, ο γεωμετρικός τόπος των σημείων Μ είναι η ευθεία της διαμέσου ΑΖ, χωρίς το σημείο της Α (αφού τότε δε σχηματίζονται τρίγωνα ΜΑΒ και ΜΑΓ).

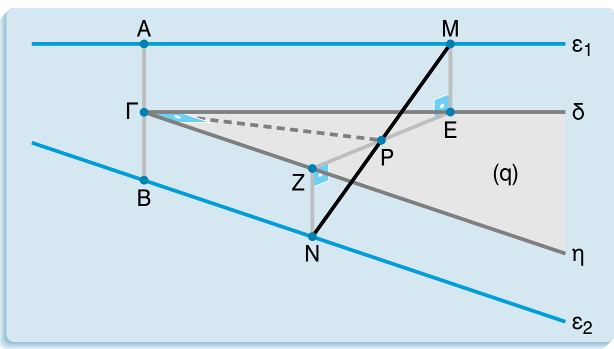
Παρατήρηση: Αν ισχύει $E_{MAB} = E_{MA\Gamma} = E_{MB\Gamma}$, τότε το σημείο Μ ανήκει συγχρόνως σε κάθε διάμεσο του τριγώνου και επομένως είναι το βαρύκεντρο του τριγώνου. Μάλιστα, το σημείο αυτό είναι το μοναδικό στο επίπεδο τριγώνου που έχει τη συγκεκριμένη ιδιότητα.

Παράδειγμα 3

Δίνονται δύο ορθογώνιες ασύμβατες ευθείες ε_1 και ε_2, των οποίων η απόσταση είναι α. Δύο σημεία Μ και Ν των ε_1 και ε_2 αντίστοιχα μεταβάλλονται έτσι, ώστε το ευθύγραμμο τμήμα ΜΝ να έχει σταθερό μήκος λ. Να βρεθεί ο γεωμετρικός τόπος του μέσου Ρ του ΜΝ.

Λύση

Καταρχήν, το σημείο Ρ θα ανήκει στο επίπεδο q που είναι παράλληλο στις ε_1, ε_2 και διέρχεται από το μέσο Γ του κοινού κάθετου ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ των δύο ασύμβατων ευθειών (βλέπε διδακτικό βιβλίο, §12.2, άσκηση 7 Α ομάδας). Το επίπεδο q ορίζεται από τις ευθείες δ και η, οι οποίες διέρχονται από το Γ και είναι παράλληλες προς τις ε_1 και ε_2 αντίστοιχα. Προφανώς, ισχύει δ η.



Αν Ε, Ζ είναι οι προβολές στο επίπεδο q των σημείων Μ και Ν αντίστοιχα, τότε αποδεικνύεται εύκολα ότι το μέσο Ρ του ΜΝ είναι μέσο και του ΕΖ.

Επειδή $\quad ME = A\Gamma = \frac{\alpha}{2}$ και $MP = \frac{\lambda}{2}$, έχουμε

$$PE = \sqrt{\left(\frac{\lambda}{2}\right)^2 - \left(\frac{\alpha}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{\lambda^2 - \alpha^2}$$

Επίσης, στο ορθογώνιο τρίγωνο ΓΕΖ η ΓΡ είναι διάμεσος και ισχύει

$$\Gamma P = \frac{1}{2} EZ = PE = \frac{1}{2}\sqrt{\lambda^2 - \alpha^2} = \text{σταθερό}$$

Άρα, το σημείο Ρ ανήκει στον κύκλο $\left(\Gamma, \frac{1}{2}\sqrt{\lambda^2 - \alpha^2}\right)$ του επιπέδου q.

Αντιστρόφως: Έστω Ρ ένα οποιοδήποτε σημείο του κύκλου $\left(\Gamma, \frac{1}{2}\sqrt{\lambda^2 - \alpha^2}\right)$ στο επίπεδο q. Θεωρούμε την ευθεία που περνά από το Ρ και τέμνει τις ε_1, ε_2 στα σημεία Μ, Ν αντίστοιχα. Προφανώς, το σημείο Ρ είναι το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος ΜΝ. Θα αποδείξουμε ότι ΜΝ = λ.

Θεωρούμε, επίσης, την προβολή ΕΖ του ΜΝ πάνω στο επίπεδο q. Επειδή

$$\Gamma P = \frac{1}{2}\sqrt{\lambda^2 - \alpha^2}, \text{ είναι } EZ = 2\Gamma P = \sqrt{\lambda^2 - \alpha^2}$$

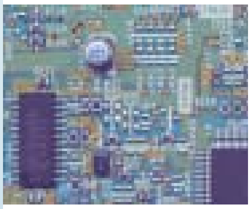
Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΜΕΡ ισχύει

$$MP = \sqrt{ME^2 + PE^2} = \sqrt{\left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{\lambda^2 - \alpha^2}}{2}\right)^2} = \frac{\lambda}{2}$$

και, επομένως, ΜΝ = λ.

Άρα, ο ζητούμενος γεωμετρικός τόπος είναι ο κύκλος $\left(\Gamma, \frac{1}{2}\sqrt{\lambda^2 - \alpha^2}\right)$ του επιπέδου q.

Το πρόβλημα έχει λύση με την προϋπόθεση ότι ισχύει $\lambda \geq \alpha$. Στην ειδική περίπτωση $\lambda = \alpha$, το σημείο Ρ συμπίπτει με το μέσο Γ του ΑΒ.



Η ΦΥΣΙΚΗ ΣΤΗΝ ΑΛΛΑΓΗ ΤΗΣ ΧΙΛΙΕΤΙΑΣ

Του **Γ. Ατρείδη**, Φυσικού - Φροντιστή

Όπως είναι προφανές μια παρουσίαση της εξέλιξης των φυσικών επιστημών χρειάζεται πολύ χρόνο, έρευνα και σωστή αξιολόγηση για να είναι πλήρης.

Στις επόμενες δυο σελίδες θα προσπαθήσουμε να κάνουμε μια γενική καταγραφή των κυριώτερων ανακαλύψεων που έχουν γίνει μέχρι σήμερα και που έχουν επηρεάσει στο μέγιστο βαθμό την πορεία της ανθρωπότητας.

Η ΓΕΝΝΗΣΗ ΤΗΣ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ

Από την εποχή που οι Αιγύπτιοι (3800 π.Χ.) ανακάλυψαν το ζυγό και οι λαοί της Μεσοποταμίας το άροτρο (3500 π.Χ.) έχουν περάσει εκατοντάδες χρόνια.

Όταν το 215 π.Χ. ο Αρχιμήδης δημιουργούσε το πρώτο μηχανικό γεωτρύπανο και ο Κτησίβιος την πρώτη εμβολοφόρο αντλία, δεν φαντάζονταν ποτέ την εξέλιξη που θα είχε η επιστήμη της Φυσικής.

Έπρεπε να περάσουν πολλά χρόνια για να φτάσουμε σε κάτι περισσότερο εξειδικευμένο, όπως το θερμόμετρο που επινόησε ο Γαλιλαίος το 1592 και το μικροσκόπιο του Ζαχαρία Γιάνσεν το 1600.

Η εποχή αυτή (1200-1700) ήταν και η εποχή που γεννήθηκε η επιστήμη.

Ανακαλύψεις και εφευρέσεις όπως το τηλεσκόπιο (Χανς Λίπερσχαϊ 1608), το υποβρύχιο (Κορνέλις Ντρέμπελ 1624) και το μηχανικό ρολόι (Κρίστιαν Χόιχενς 1657) σημάδεψαν την εποχή αυτή.

Η βιομηχανική όμως επανάσταση (1700-1850) ήταν αυτή που έδωσε τη μεγαλύτερη ώθηση στην εφαρμογή των επιστημών στη ζωή του ανθρώπου.

Εφευρέσεις που στηρίχτηκαν στις βασικές αρχές της φυσικής όπως το αλεξικέραυνο (Βενιαμίν Φραγκλίνος 1752), η κλειδαριά με μοχλό (Ρόμπερτ Μπάρον 1778),το αερόστατο (αδελφοί Μογκολριέ 1783), το πρώτο ηλεκτρικό κύκλωμα (Αλεσάντρο Βόλτα 1768), η πρώτη μπαταρία (Αλεσάντρο Βόλτα 1800), ο ηλεκτρικός κινητήρας (Τζόζεφ Χένρι 1829) και ο μετασχηματιστής (Μάικλ Φαραντέι) ήταν οι συσκευές που άλλαξαν τη ζωή των ανθρώπων.

Για να περάσουμε στην εποχή του ατμού (1850-1940) όπου λαμβάνουν χώρα οι περισσότερες ανακαλύψεις της μοντέρνας (για την εποχή εκείνη) φυσικής.

Οι περισσότερες των ανακαλύψεων της παραπάνω εποχής, στηρίζονται στην εκμετάλλευση της ενέργειας και στη μετατροπή της ενέργειας από μια μορφή στην άλλη.

Ήταν η εποχή που οι επιστήμονες άρχισαν να μελετούν τον μικρόκοσμο με βάση τις θεμελιώδεις αρχές της φυσικής.

Επίσης όμως ήταν η εποχή με τις περισσότερες αντιφάσεις και προστριβές μεταξύ των επιστημόνων.

Ανακαλύψεις όμως τεράστιας σημασίας επιτεύχθηκαν την παραπάνω εποχή.

Το αερόπλοιο (Ανρί Ζιφάρ 1852), η πρώτη φωτογραφική μηχανή (Τόμας Σάτον 1861), το μικρόφωνο και το τηλέφωνο (Αλεξάντερ Μπέλ 1875 και 1876), ο τετράχρονος κινητήρας (Νικολάους Όττο 1876), ο λαμπτήρας (Τζό-

τζεφ Σουόν 1878), το ψυγείο (Καρλ φον Λίντε 1879), ο πρώτος σταθμός παραγωγής ισχύος (Σεμπάστιαν ντε Φεράντι 1889), η κινηματογραφική μηχανή λήψης (Φριζ-Γκριν 1889), οι ακτίνες Χ (Βίλχελμ Ρέντγκεν 1895), ο ραδιοφωνικός πομπός (Γκουλιέλμο Μαρκόνι 1895), το πρώτο αεροπλάνο (Όρβιλ και Γουίλμπορ Ράιτ 1903), ο λαμπτήρας φθορισμού (Ζορζ Κλοντ 1910), η τηλεόραση (Βλαντιμιρ Ζβορίκιν 1928), το ραντάρ (Ρόμπερτ Γουότσον-Βατ 1935), το ραδιοτηλεσκόπιο (Γκρότε Ρέμπερ 1937) ο κινητήρας αεριώθησης (Φρανκ Γουίτλ 1937) και το ελικόπτερο (Ιγκόρ Σικόρσκι 1939) ήταν μερικές από τις πάρα πολλές ανακαλύψεις και εφευρέσεις της παραπάνω εποχής.

Η καθοριστική χρονική περίοδος όμως στην εξέλιξη της μοντέρνας (κυρίως) φυσικής ήταν τα τέλη του περασμένου αιώνα και ο αιώνας που μόλις τελειώνει.

ΤΟ ΦΩΣ

Ένας πολύ σημαντικός σταθμός στην εξέλιξη της σύγχρονης φυσικής ήταν η θεωρία που διατύπωσε ο James Clerk Maxwell το 1873 για τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα.

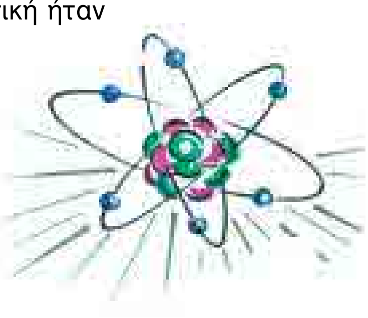
Ο Maxwell διατύπωσε την άποψη ότι το φως είναι ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα υψηλής συχνότητας.

Από εκεί και μετά άνοιξε ο δρόμος για την αποδοχή και της κυματικής φύσης του φωτός η οποία έλυσε πολλά ερωτήματα για την συμπεριφορά του φωτός.

Οι διαφωνίες των επιστημόνων για την σωματιδιακή και κυματική φύση του φωτός διήρκεσαν μέχρι το 1930 όταν η κβαντική ηλεκτροδυναμική ερμήνευσε τόσο τις σωματιδιακές όσο και τις κυματικές ιδιότητες του φωτός.

ΤΟ ΑΤΟΜΟ - ΤΑ ΣΩΜΑΤΙΔΙΑ

Η θεωρητική φυσική ήταν αυτή που γνώρισε μεγάλη άνοδο στον αιώνα που τελειώνει.



Οι καινούριες ανακαλύψεις, που έκαναν τους επιστήμονες να αναθεωρούν τις απόψεις τους για την ύλη, το άτομο και τα στοιχειώδη σωματίδια δεν ήταν σπάνιο φαινόμενο.

Οι απόψεις που είχαν οι άνθρωποι από αρχαιοτάτων χρόνων, ότι η ύλη δηλαδή αποτελείται από θεμελιώδη ή στοιχειώδη σωματίδια που ήταν αδιαίρετα, άρχισαν να αναθεωρούνται.

Από την εποχή της ανακάλυψης του ηλεκτρονίου από τον J. Thomson το 1837 και της μέτρησης του μεγέθους του πυρήνα με τα πειράματα του Rutherford το 1911, πολλά άλλαξαν.

Μέχρι το 1932 που έγινε η ανακάλυψη του ποζιτρονίου από τον Carl D. Anderson οι φυσικοί πίστευαν ότι η ύλη αποτελείται από τέσσερα βασικά σωματίδια. Ηλεκτρόνια, πρωτόνια, νετρόνια και φωτόνια. Τα σωματίδια αυτά πίστευαν ότι δεν διασπώνται σε μικρότερα.

Η ανακάλυψη όμως των νέων σωματιδίων έγινε στην κοσμική ακτινοβολία που φτάνει από το διάστημα στη γη.

Μετά την ανακάλυψη του ποζιτρονίου, πολλά ακόμη σωματίδια που τα θεωρούσαν μέχρι τότε αδιαίρετα, βρέθηκε ότι αποτελούνται από άλλα.

Ανακαλύφθηκαν τα αδρόνια που αποτελούνται από μικροσκοπικά συστατικά που λέγονται quarks, τα λεπτόνια, τα μεσόνια, τα γκλουόνια και τα θεωρητικά βαρυτόνια.

Ο ΠΥΡΗΝΑΣ

Τα πρώτα πειράματα του Rutherford το 1911, ακολούθησαν πληθώρα πειραμάτων που είχαν σαν αποτέλεσμα, να φτάσουν οι επιστήμονες στην ερμηνεία της πυρηνικής διάσπασης α, β και γ, στην πυρηνική σχάση και τελευταία στην πυρηνική σύντηξη.

Αναμφίβολα στον αιώνα που πέρασε, οι μεγαλύτερες εξελίξεις της φυσικής έγιναν στη θεωρητική φυσική, στη φυσική των σωματιδίων και στην πυρηνική φυσική.

Η ανθρωπότητα ωφελήθηκε αρκετά από τις ανακαλύψεις αυτές, οι βλαβερές όμως συνέπειες και η μη σωστή χρησιμοποίηση αυτών των ανακαλύψεων έχουν αφήσει τα σημάδια τους ανεξίτηλα.

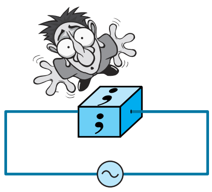
Τελειώνοντας, μια και μπαίνουμε στην καινούρια χιλιετία, θα ήταν καλό να ευχηθούμε την όσο καλύτερη είναι δυνατόν αξιοποίηση της επιστήμης και της τεχνολογίας από τους ανθρώπους.

Αν και νομίζω ότι αυτό δεν εξαρτάται και τόσο από τους επιστήμονες αλλά από αυτούς που χειρίζονται την επιστήμη.

ΜΑΥΡΑ ΚΟΥΤΙΑ

Του **Δ. Λιακόπουλου,** Φυσικού

*Μια άσκηση με ένα **"μαύρο κουτί"**, αγνώστου περιεχομένου, είναι πάντα το κερασάκι στην τούρτα των ασκήσεων των εναλλασσόμενων ρευμάτων. Ας δούμε τι μπορεί να εμφανισθεί μπροστά μας και πώς θα το αντιμετωπίσουμε.*

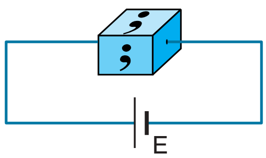


Τα **μαύρα κουτιά** αντιμετωπίζονται ανάλογα με τον τρόπο που η άσκηση δίνει τα δεδομένα.

Η λύση των ασκήσεων αυτών δεν πρέπει να είναι **αμυντική**, με το να απορρίπτουμε τον ένα ή τον άλλο συνδυασμό στοιχείων του **μυστηριώδους περιεχομένου**, αλλά **επιθετική** με το να βρίσκουμε ακριβώς και αμέσως τι περιέχει το κουτί.

Ας δούμε πώς δίνονται τα δεδομένα και τι πρέπει να πράττουμε ανάλογα με την περίπτωση.

Α. Στο κουτί εφαρμόζουμε συνεχή τάση E (ή εναλλασσόμενη με συχνότητα ω=0). Αμέσως βλέπουμε τι κάνει το ρεύμα και βγάζουμε συμπεράσματα.



Αντί για E θα μπορούσαμε να έχουμε εναλλασσόμενη τάση πλάτους V_0 και συχνότητας ω=0. Τότε είναι σα να έχουμε:

$$V_{συνεχής} = V_{εν} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$$

1. Το ρεύμα παίρνει **αμέσως** μία σταθερή τιμή I. **Άρα** έχουμε στο κουτί

$$\boxed{R = \frac{E}{I}}$$

2. Το ρεύμα παίρνει **αμέσως** μία τιμή I και **διαρκώς μειώνεται** μέχρι να μηδενιστεί. **Άρα** έχουμε στο κουτί

$$R = \frac{E}{I} \quad \text{και} \quad C$$

που για να το βρούμε απαιτούνται κι άλλα δεδομένα.

3. Το ρεύμα είναι αρχικά **μηδέν** και αρχίζει διαρκώς να μεγαλώνει μέχρι να πάρει την τελική σταθερή τιμή I. **Άρα** έχουμε στο κουτί

$$R = \frac{E}{I} \quad \text{και} \quad L$$

που για να το βρούμε απαιτούνται κι άλλα δεδομένα.

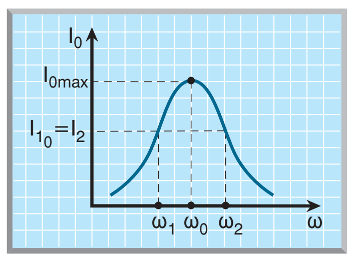
Β. Στο κουτί εφαρμόζουμε εναλλασσόμενη τάση $V = V_0 ημωt$, σταθερού V_0 αλλά με κυκλική συχνότητα ω που διαρκώς μεγαλώνει. Αμέσως βλέπουμε τι παθαίνει το ρεύμα (καθώς το ω μεγαλώνει) και βγάζουμε συμπεράσματα.

1. Αν το $I_{εν}$ διαρκώς μεγαλώνει το $Z_{ολ}$ μικραίνει υπάρχει $Z_C = \frac{1}{ωC}$ που μικραίνει, άρα έχουμε πυκνωτή. Στην περίπτωση αυτή, για πολύ μεγάλο ω θα έχουμε $\frac{1}{ωC}$ 0

άρα $Z_{ολ} \simeq R$ $I_{εν} = \frac{V_{εν}}{R}$ = σταθερό

2. Αν το $I_{εν}$ διαρκώς μικραίνει το $Z_{ολ}$ μεγαλώνει υπάρχει $Z_L = ωL$ που μεγαλώνει, άρα έχουμε πηνίο.

3. Αν το ρεύμα στην αρχή μεγαλώνει, γίνεται μέγιστο και μετά μικραίνει, έχουμε αντίσταση, πυκνωτή και πηνίο, παρατηρούμε δε το φαινόμενο του συντονισμού.



Στην περίπτωση αυτή μπορούν να «στηθούν» ασκήσεις με δεδομένα:

α) το $\bar{P}_{max}$,

β) $P_1 = P_2$ = γνωστό και γ) $ω_1 = ω_2$ = γνωστό

Οι εξισώσεις με τις οποίες **πάντα** θα λύνουμε αυτήν ακριβώς τη σύνθετη άσκηση είναι:

$$\bar{P}_{max} = \frac{V_{εν}^2}{R} \qquad \boxed{R = ...}$$

$$\bar P_1 = \bar P_2 = I_1^2 R \qquad \bar P_1 = \frac{V_{εν}^2}{Z_1^2} R \qquad Z_1^2 = \frac{V_{εν}^2 R}{\bar P_1}$$

$$\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega_1 C} - \omega_1 L\right)^2} = \sqrt{\frac{V_{εν}^2 R}{\bar P_1}} \qquad (1)$$

και

$$\frac{1}{\omega_1 C} - \omega_1 L = \omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C} \qquad (2)$$

οι (1), (2) $\to$ $\boxed{L = ...}$, $\boxed{C = ...}$

Γ. Αν μας δίνουν τις εξισώσεις τάσης και έντασης του όλου κυκλώματος αμέσως από τη διαφορά φάσης τους καταλαβαίνουμε για το αν η συμπεριφορά του κυκλώματος είναι χωρητική ($Z_C>Z_L$) ή επαγωγική ($Z_C<Z_L$). Οι προβολές του V_0 πάνω στους άξονες μας δίνουν το V_{R_0}, οπότε

$$V_{R_0} = I_0 \cdot R \qquad \boxed{R = ...}$$

και το $V_{L_0}–V_{C_0}$ (επαγωγική συμπεριφορά) ή το $V_{C_0}–V_{L_0}$ (χωρητική συμπεριφορά).
Οι ασκήσεις αυτές όμως **σχεδόν πάντα** διευκρινίζουν ότι το κουτί περιέχει **δύο** αντικείμενα, οπότε αμέσως έχουμε μόνο πηνίο (όταν έχουμε επαγωγική συμπεριφορά) οπότε

$$V_{L_0} = I_0 \cdot \omega L \qquad \boxed{L = ...}$$

ή μόνο πυκνωτή (όταν έχουμε χωρητική συμπεριφορά) οπότε

$$V_{C_0} = I_0 \cdot \frac{1}{\omega C} \qquad \boxed{C = ...}$$

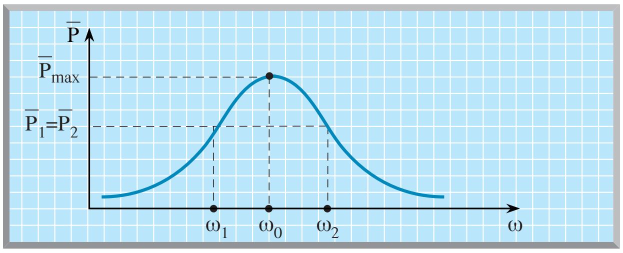
Παράδειγμα

**Στα άκρα «μαύρου κουτιού» εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση σταθερού πλάτους $V_0=100\sqrt{2}$ Volts, η συχνότητα της οποίας διακρώς αυξάνει.
Όταν $\omega_1=100$ rad/sec και όταν $\omega_2=400$ rad/sec, έχουμε $\bar P_{δαπ}=100$ W ίδια και για τις δύο συχνότητες. Όταν $\omega=200$ rad/sec η $\bar P_{δαπ}=200$ W, τιμή που είναι και η μέγιστη επιτυγχανόμενη. Τι περιέχει το κουτί;**

Λύση

Ποια είναι η πρώτη μας πρατήρηση;

Η αυξομείωση της $\bar P_{δαπ}$ καθώς η «ω» αυξάνει μας δείχνει ότι έχουμε συντονισμό και επομένως το κύκλωμα είναι R–L–C σε σειρά.



Πώς θα εκμεταλλευτούμε τα δεδομένα;

Σύμφωνα με τη μεθοδολογία.

Δηλαδή;

$$\bar P_{δαπ_{max}} = 200 \qquad \frac{V_{εν}^2}{Z_{min}} = 200 \qquad \frac{V_{εν}^2}{R} = 200$$

$$\frac{100^2}{R} = 200 \qquad R = \frac{100 \cdot 100}{200} = 50\ \Omega$$

Αφού $\bar P_1 = \bar P_2$ τι συμπεραίνουμε;

$$\bar P_1 = \bar P_2 \qquad I_1^2 R = I_2^2 R \qquad I_1^2 = I_2^2 \qquad \frac{V_{εν}^2}{Z_1^2} = \frac{V_{εν}^2}{Z_2^2}$$

$$Z_1^2 = Z_2^2 \qquad R^2 + \left(\frac{1}{\omega_1 C} - \omega_1 L\right)^2 = R^2 + \left(\omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C}\right)^2$$

$$\frac{1}{\omega_1 C} - \omega_1 L = \omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 C}$$

$$\frac{1}{100C} - 100L = 400L - \frac{1}{400C}$$

$$400L + 100L = \frac{4}{400C} + \frac{1}{400C}$$

$$500L = \frac{5}{400C} \qquad 100L = \frac{1}{400C} \qquad (1)$$

Έχουμε δύο αγνώστους και μία εξίσωση. Ποια είναι η δεύτερη;

$$\bar P_1 = \bar P_2 = 100\ W \qquad I_1^2 R = 100 \qquad \frac{V_{εν}^2}{Z_1^2} R = 100$$

$$\frac{V_{εν}^2}{R^2 + \left(\frac{1}{\omega_1 C} - \omega_1 L\right)^2} R = 100 \qquad \frac{100^2 \cdot 50}{50^2 + \left(\frac{1}{100C} - 100L\right)^2} = 100$$

$$5000 = 50^2 + \left(\frac{1}{100C} - 100L\right)^2 \qquad 2500 = \left(\frac{1}{100C} - 100L\right)^2$$

$$\frac{1}{100C} - 100L = 50 \qquad (2)$$

Τι δίνουν οι (1) και (2);

$$\left.\begin{array}{ll} (1) & 100L = \dfrac{1}{400C} \\ (2) & 100L = \dfrac{4}{400C} - 50 \end{array}\right\} \qquad \frac{1}{400C} = \frac{4}{400C} - 50$$

$$50 = \frac{3}{400C} \qquad C = \frac{3}{50 \cdot 400} = \frac{3}{20 \cdot 000} \qquad C = 150\ \mu F$$

η (1) τότε δίνει:

$$L = \frac{1}{400 \cdot 100 \cdot 150 \cdot 10^{-6}} = 0{,}166\ H$$

ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

ΦΥΣΙΚΗ Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΘΕΤΙΚΗΣ - ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

Του **Γ. Ατρείδη**, Φυσικού - Φροντιστή

Οι αλλαγές στην παιδεία έχουν επηρεάσει τη δομή και την ποιότητα των θεμάτων στα οποία διαγωνίζονται οι μαθητές της Α και Β λυκείου.

Παρακάτω δίνουμε δύο χαρακτηριστικά παραδείγματα τρίωρης γραπτής εξέτασης.

Τα κριτήρια αξιολόγησης αναφέρονται στο 2ο και 3ο κεφάλαιο της Φυσικής Θετικής και Τεχνολογικής κατεύθυνσης Γ λυκείου.

Τα κριτήρια αξιολόγησης να γίνουν αφού έχετε κάνει επανάληψη ολόκληρο το κεφάλαιο.

1ο Κριτήριο Αξιολόγησης

Ύλη: 2ο Κεφάλαιο

Διάρκεια: 3 ώρες

Θέμα 1ο

Α. *Να χαρακτηρίσετε στο τετράδιό σας τις προτάσεις που ακολουθούν με την ένδειξη «Σωστό» ή «Λάθος» δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί στην κάθε πρόταση.*

1. Όταν ένας μαγνήτης πλησιάζει σ' ένα πηνίο που δεν αποτελεί κλειστό κύκλωμα

α) ☐ Η μαγνητική ροή διέρχεται από το πηνίο παραμένει σταθερή.

β) ☐ Στα άκρα του πηνίου εμφανίζεται ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή.

γ) ☐ Το πηνίο διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα.

δ) ☐ Στο άκρο του πηνίου που είναι πιο κοντά στον μαγνήτη εμφανίζεται ετερώνυμος πόλος.

(Μονάδες 4)

2. Η ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή που εμφανίζεται στις άκρες ενός πλαισίου εξαρτάται από

α) ☐ Την ωμική αντίσταση του πλαισίου.

β) ☐ Τον αριθμό των σπειρών του πλαισίου.

γ) ☐ Το επαγωγικό ρεύμα που διαρρέει το πλαίσιο.

δ) ☐ Το ρυθμό μεταβολής της μαγνητικής ροής.

(Μονάδες 3)

3. Ο κανόνας του Lenz

α) ☐ Είναι μια άμεση συνέπεια της αρχής διατήρησης της ενέργειας.

β) ☐ Ισχύει μόνο στην περίπτωση που ένας μαγνήτης πλησιάζει ένα πηνίο.

γ) ☐ Λέει ότι το επαγωγικό ρεύμα έχει τέτοια φορά, ώστε να αντιστέκεται στην αιτία που το προκαλεί.

δ) ☐ Δεν ισχύει στην περίπτωση που το πλαίσιο είναι ακίνητο αλλά μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που διέρχεται απ' αυτό.

(Μονάδες 3)

4. Ένας αγωγός μήκος l, αντίστασης R κινείται με σταθερή ταχύτητα υ μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο επαγωγής B κάθετα στις δυναμικές γραμμές του πεδίου.

α) ☐ Στα άκρα του αγωγού εμφανίζεται ηλεκτρεγερτική δύναμη από επαγωγή που δίνεται από τη σχέση $E_{\varepsilon\pi} = B\upsilon l$.

β) ☐ Ο αγωγός διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα που είναι ίσο με $I_{\varepsilon\pi} = \dfrac{B\upsilon l}{R}$.

γ) ☐ Στον αγωγό ασκείται δύναμη Laplace που είναι ίση με $F_L = BIl$.

δ) ☐ Στα ελεύθερα ηλεκτρόνια του αγωγού ασκούνται δυνάμεις Laplace που δίνονται από τη σχέση $F_L = Bq\upsilon$.

(Μονάδες 4)

Β. *Στις παρακάτω προτάσεις να συμπληρώσετε τα κενά.*

5. Όταν ένας αγωγός κινείται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο κάθετα στις δυναμικές του γραμμές, κινούνται και τα ελεύθερα .... του αγωγού. Έτσι πάνω στα ηλεκτρόνια ασκείται δύναμη .... που δίνεται από τη σχέση ....

(Μονάδες 3)

6. Όταν από ένα πλαίσιο περνάει .... μαγνητική ροή τότε στο πλαίσιο δεν εμφανίζεται ηλεκτρεγερτική .... από επαγωγή. Το παραπάνω αποτελεί άμεση συνέπεια του νόμου του ....

(Μονάδες 5)

Γ. 7. *Αντιστοιχίστε τα μεγέθη της στήλης Α με αυτά της στήλης Β.*

Α	Β
α. ΗΕΔ από επαγωγή που εμφανίζεται στα άκρα αγωγού που κινείται με σταθερή ταχύτητα μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο, κάθετα στις δυναμικές γραμμές.	ε. $-\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$
β. ΗΕΔ από επαγωγή που εμφανίζεται στα άκρα αγωγού που περιστρέφεται γύρω από το ένα άκρο του, με σταθερή γωνιακή ταχύτητα, μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο κάθετα στις δυναμικές του γραμμές.	στ. $B\upsilon l$
γ. Νόμος της επαγωγής του Faraday.	ζ. $-\dfrac{1}{2\pi R}\cdot\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$
δ. Ένταση ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργείται από χρονικά μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο.	η. $\dfrac{B\omega l^2}{2}$

(Μονάδες 5)

Θέμα 2ο

Α. Να υπολογιστεί το έργο που παράγεται, όταν ένα φορτίο εκτελέσει μια περιστροφή μέσα σ' ένα κυκλικό ρευματοφόρο αγωγό ακτίνας R, ο οποίος περιβάλλει χρονικά μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο.

(Μονάδες 3)

Είναι συντηρητική η δύναμη που κινεί το φορτίο ή όχι και γιατί;

(Μονάδες 2)

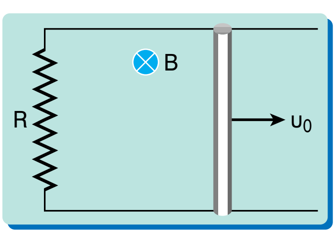
Να αποδειχθεί η σχέση που δίνει την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργείται.

(Μονάδες 5)

Β. Διατυπώστε τον κανόνα του Lenz. Δείξτε ότι στην περίπτωση που ένα πλαίσιο είναι ακίνητο και μεταβάλλεται η μαγνητική ροή που διέρχεται απ' αυτό ισχύει πάλι ο κανόνας του Lenz.

(Μονάδες 5)

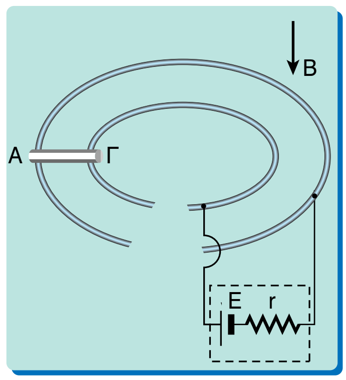
Γ. Στο διπλανό σχήμα ο αγωγός έχει μήκος $l = 1$ m, αμελητέα αντίσταση και μπορεί να κινείται πάνω στα δυο παράλληλα σύρματα τα οποία έχουν αμελητέα αντίσταση και άπειρο μήκος. Τα άκρα των δυο συρμάτων συνδέονται με αγωγό αντίστασης R = 1 Ω. Κάθετα στο επίπεδο των αγωγών υπάρχει ομογενές μαγνητικό πεδίο επαγωγής B = 1 T. Ο αγωγός αρχικά έχει ταχύτητα $\upsilon_0 = 10$ m/sec και στη συνέχεια αρχίζει να επιβραδύνεται με σταθερή επιβράδυνση $\alpha = 2$ m/sec^2. Να γίνει η γραφική παράσταση της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα σε συνάρτηση με το χρόνο.



(Μονάδες 10)

Θέμα 3ο

Μεταλλικός αγωγός μήκους ΑΓ = l = 1 m έχει αντίσταση R = 1,5 Ω και εφάπτεται σε δυο μεταλλικούς ομόκεντρους κυκλικούς αγωγούς με ακτίνες r = 1 m και 2r όπως φαίνεται στο σχήμα. Οι κυκλικοί αγωγοί έχουν αμελητέα αντίσταση. Συνδέουμε τους κυκλικούς αγωγούς με ηλεκτρική πηγή που έχει ηλεκτρεγερτική δύναμη E = 6 Volt και εσωτερική αντίσταση $r_1 = 0{,}5$ Ω. Κάθετα στο επίπεδο των αγωγών υπάρχει ομογενές μαγνητικό πεδίο επαγωγής B = 2 T.



α) Να δείξετε ότι ο αγωγός ΑΓ θα αποκτήσει οριακή γωνιακή ταχύτητα και να υπολογιστεί το μέτρο της.

(Μονάδες 10)

β) Ποια είναι η μέγιστη και ποια η ελάχιστη τιμή της έντασης του ρεύματος στο κύκλωμα.

(Μονάδες 10)

γ) Πόσο είναι το μέτρο της δύναμης Laplace που ασκείται στο αγωγό ΑΓ όταν αυτός κινείται με την οριακή γωνιακή ταχύτητα.

(Μονάδες 5)

Θέμα 4ο

Τα άκρα δύο παράλληλων οριζόντιων συρμάτων αμελητέας αντίστασης ενώνονται με πηγή που έχει ΗΕΔ E = 12 Volt και εσωτερική αντίσταση r = 1 Ω. Αγωγός ΑΓ μήκους l = 1 m και αντίστασης R = 2 Ω ξεκινάει από την ηρεμία και επιταχύνεται με σταθερή επιτάχυνση $\alpha = 2$ m/sec^2, με τα άκρα του να εφάπτονται συνεχώς στα δύο σύρματα. Κάθετα στο επίπεδο των αγωγών υπάρχει ομογενές μαγνητικό πεδίο επαγωγής B = 1 T.

α) Να βρεθεί η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα σε συνάρτηση του χρόνου και να γίνει η γραφική παράσταση I–t.

(Μονάδες 8)

β) Ποια χρονική στιγμή η ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα αλλάζει φορά; **(Μονάδες 6)**

γ) Ποια χρονική στιγμή η ένταση του ρεύματος παίρνει την τιμή 2A; **(Μονάδες 5)**

δ) Ποιο είναι το φορτίο που διέρχεται από το κύκλωμα σε χρόνο $t_1 = 4$ sec από την έναρξη της κίνησης του αγωγού. **(Μονάδες 6)**

2ο Κριτήριο Αξιολόγησης

Ύλη: 3ο Κεφάλαιο

Διάρκεια: 3 ώρες

Θέμα 1ο

Α. *Να χαρακτηρίσετε στο τετράδιό σας τις προτάσεις που ακολουθούν με την ένδειξη «Σωστό» ή «Λάθος» δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί στην κάθε πρόταση.*

1. Ένα πηνίο έχει ωμική αντίσταση όταν

α) ☐ Είναι συνδεμένο σε κύκλωμα εναλλασσόμενου ρεύματος και δαπανά ισχύ.

β) ☐ Είναι συνδεμένο με πηγή εναλλασσόμενου ρεύματος και η ένταση παρουσιάζει διαφορά φάσης $\pi/2$ με την τάση.

γ) ☐ Είναι συνδεμένο σε συνεχή τάση και έχουμε ένδειξη για την ένταση του ρεύματος.

δ) ☐ Είναι συνδεμένο σε εναλλασσόμενη τάση και έχουμε το φαινόμενο του συντονισμού. **(Μονάδες 4)**

2. Πυκνωτής τροφοδοτείται με εναλλασσόμενη τάση.

α) ☐ Η μέση ισχύς του είναι ίση με μηδέν.

β) ☐ Η τάση προηγείται της έντασης κατά $\pi/2$.

γ) ☐ Η εμπέδηση του κυκλώματος είναι αντιστρόφως ανάλογη της συχνότητας της εναλλασσόμενης τάσης.

δ) ☐ Η ενέργεια που αποθηκεύει ο πυκνωτής στη χρονική διάρκεια μιας περιόδου είναι ανάλογη με το πλάτος της εναλλασσόμενης τάσης. **(Μονάδες 4)**

3. Σε ένα κύκλωμα LC σε σειρά (το πηνίο είναι ιδανικό) εφαρμόζουμε εναλλασσόμενη τάση.

α) ☐ Αν $Z_L > Z_C$ η ένταση προηγείται της τάσης κατά $\pi/2$.

β) ☐ Αν $Z_L > Z_C$ η τάση προηγείται της έντασης κατά $\pi/2$.

γ) ☐ Αν $Z_L = Z_C$ η ένταση του ρεύματος από κύκλωμα μηδενίζεται.

δ) ☐ Η μέση ισχύς του κυκλώματος είναι ίση με μηδέν. **(Μονάδες 3)**

4. Σε ένα κύκλωμα RLC σε σειρά έχουμε συντονισμό όταν

α) ☐ Η στιγμιαία ένταση του ρεύματος στο κύκλωμα παίρνει τη μέγιστη τιμή της.

β) ☐ Η μέση ισχύς που δαπανάται στο κύκλωμα γίνεται μέγιστη.

γ) ☐ Η τάση και η ένταση του κυκλώματος έχουν διαφορά φάσης $\pi/2$.

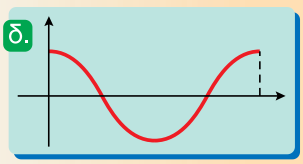
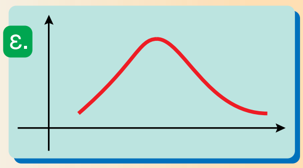
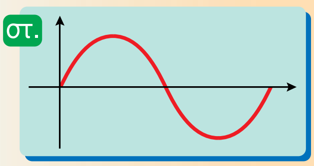
δ) ☐ Το κύκλωμα έχει επαγωγική συμπεριφορά. **(Μονάδες 3)**

Β. *Στις παρακάτω προτάσεις να συμπληρώσετε τα κενά.*

5. Το πηλίκο V_0/I_0 ονομάζεται .... του κυκλώματος ενός εναλλασσόμενου ρεύματος. Αν αντί του πλάτους χρησιμοποιήσουμε τις ενεργές τιμές η .... του κυκλώματος γίνεται .... **(Μονάδες 2)**

6. Όταν σ' ένα κύκλωμα RLC σε σειρά έχουμε .... το πλάτος της έντασης του ρεύματος γίνεται μέγιστο. Τότε η τάση και η ένταση είναι μεγέθη .... Η ιδιοπερίοδος του κυκλώματος δίνεται από τη σχέση .... **(Μονάδες 2)**

Γ. 7. *Αντιστοιχίστε τα μεγέθη της στήλης Α με τα διαγράμματα της στήλης Β.*

Α.	Β.
α. Συντονισμός	δ. 
β. Στιγμιαία τάση της μορφή $V = V_0 ημωt$	ε. 
γ. Στιγμιαία ένταση της μορφής $I = I_0 ημ\left(ωt + \frac{π}{2}\right)$	στ. 

(Μονάδες 7)

Θέμα 2ο

Α. Αποδείξτε τη σχέση που δίνει την εμπέδηση Z του κυκλώματος RLC σε σειρά. Πώς μπορούμε να υπολογίσουμε τη διαφορά φάσης και ποιες περιπτώσεις διακρίνουμε.

(Μονάδες 10)

Β. Τι ονομάζουμε μέση ισχύ $\overline{P}$ του εναλλασσόμενου ρεύματος. Δείξτε ότι $\overline{P}=I_{εν}V_{εν}συνθ$. Πότε η μέση ισχύς γίνεται μέγιστη;

(Μονάδες 10)

Γ. Κύκλωμα RC σε σειρά τροφοδοτείται από εναλλασσόμενη τάση της μορφής $V=V_0 ημωt$.

α) Να γίνει το διανυσματικό διάγραμμα των τάσεων.

(Μονάδες 3)

β) Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις της τάσης και της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος στο κύκλωμα σε συνάρτηση με το χρόνο.

(Μονάδες 2)

Θέμα 3ο

Μη ιδανικό πηνίο με συντελεστή ισχύος $συνφ = 0{,}5$ συνδέεται σε σειρά με ωμική αντίσταση $R_1=20\ \Omega$ και πυκνωτή που έχει χωρητική αντίσταση $Z_C = 180\sqrt{3}\ \Omega$. Στα άκρα του κυκλώματος εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση. Η τάση στα άκρα του πηνίου δίνεται από τη σχέση $V_π = 80ημ200t$. Το κύκλωμα διαρρέεται από ημιτονοειδές εναλλασσόμενο ρεύμα με $I_{εν} = \dfrac{\sqrt{2}}{4}$ A.

α) Να γίνει το διανυσματικό διάγραμμα όλων των τάσεων.

(Μονάδες 10)

β) Να γραφούν οι εξισώσεις σε συνάρτηση με το χρόνο για την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα, για την τάση στα άκρα του κυκλώματος, για την επαγωγική τάση V_L και για την τάση στα άκρα του πυκνωτή V_C.

(Μονάδες 10)

γ) Να υπολογισθούν η εμπέδηση του κυκλώματος, η μέση ισχύς που παρέχει η πηγή στο κύκλωμα και η μέση ισχύς που δαπανάται στο πηνίο.

(Μονάδες 5)

Θέμα 4ο

Κύκλωμα περιλαμβάνει ωμική αντίσταση R, ιδανικό πηνίο με συντελεστή αυτεπαγωγής L και πυκνωτή χωρητικότητας $C = 500\ \mu F$ συνδεμένα σε σειρά. Στα άκρα του κυκλώματος εφαρμόζουμε εναλλασσόμενη τάση ενεργού τιμής $V_{εν} = 45\sqrt{2}$ Volt και γωνιακής ταχύτητας $\omega_1 = 25$ rad/sec. Η ενεργός τάση στα άκρα του πυκνωτή είναι τότε $V_C = 48\sqrt{2}$ Volt και το πλάτος της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα είναι I_0. Αυξάνουμε την κυκλική συχνότητα του εναλλασσόμενου ρεύματος διατηρώντας την τάση σταθερή. Παρατηρούμε τότε μια αυξομείωση του πλάτους της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα και όταν η κυκλική συχνότητα γίνει $\omega_2 = 100$ rad/sec το πλάτος της έντασης γίνεται ίσο με το αρχικό I_0.

α) Να γίνει το διάγραμμα του πλάτους της έντασης του ρεύματος σε συνάρτηση με το ω και να βρεθεί η κυκλική ιδιοσυχνότητα του κυκλώματος.

(Μονάδες 6)

β) Πόση είναι η αντίσταση R και πόσος ο συντελεστής αυτεπαγωγής του πηνίου;

(Μονάδες 6)

γ) Τι συμπεριφορά έχει το κύκλωμα όταν έχουμε την κυκλική συχνότητα ω_1 και τι συμπεριφορά έχει όταν έχουμε την ω_2. Να γίνουν τα αντίστοιχα διανυσματικά διαγράμματα και να υπολογιστεί η διαφορά φάσης μεταξύ τάσης και έντασης του κυκλώματος.

(Μονάδες 8)

δ) Ποιος είναι ο συντελεστής ισχύος του κυκλώματος και ποια η μέση ισχύς για τις ω_1, ω_2 και ω_0;

(Μονάδες 5)

ΑΓΓΙΓΜΑ ΦΙΛΟΣΟΦΙΑΣ
ΤΣΙΓΓΟΥΝΑ, ΤΕΜΠΕΛΑ ΚΑΙ ΔΙΚΑΙΗ

Του **Δ. Λιακόπουλου,** Φυσικού

Ο άνθρωπος, στην παρούσα φάση της εξέλιξής του τουλάχιστον, δεν μπορεί να αντιληφθεί τη φύση με την πραγματική της μορφή. Θρησκείες, φιλοσοφίες και κάθε λογής δοξασίες δέχονται ή υπονοούν την ύπαρξη της αόρατης πραγματικότητας και την πολλαπλότητα των παραλλήλων συμπάντων. Ακόμα όμως και το τμήμα της φύσης που αντιλαμβανόμαστε με τις πέντε μας αισθήσεις και τις προεκτάσεις τους (βλ. πάσης φύσεως συσκευές παρατήρησης και ανίχνευσης), δεν το κατανοούμε πλήρως. Έτσι επινοήσαμε μια γλώσσα ή αν θέλετε μία μέθοδο συνεννόησης, για τη μεταφορά παρατηρήσεων, σκέψεων και απόψεων. Επινοήσαμε δηλαδή την ύπαρξη **ανύπαρκτων** φυσικών νόμων και αρχών στις οποίες βασιζόμαστε για να συνεννοούμαστε.

Για να το πούμε απλούστερα, όταν ο «δημιουργός» έκανε τον κόσμο, δεν εξέδωσε κάποιους τόμους με τον τίτλο «Νόμοι της φύσης» (Εκδόσεις Θεός) και τους μοίρασε για να τους διαβάσουν οι πάντες και να τους ακολουθούν. Αντίθετα «ενέπνευσε» την «αίσθηση λειτουργίας» σε όλα τα μέλη του σύμπαντος.

Ας δούμε ένα κλασικό διάλογο δάσκαλου-μαθητή.

Δάσκ.: Αν αφήσω το μολύβι, τι θα συμβεί;
Μαθ.: Θα πέσει.
Δάσκ.: Γιατί;
Μαθ.: Λόγω του νόμου της βαρύτητας.
Δάσκ.: Που έμαθες το νόμο της βαρύτητας;
Μαθ.: Στο σχολείο.
Δάσκ.: Το μολύβι δεν πήγε σχολείο, πού έμαθε το νόμο και τον εφαρμόζει;
Μαθ.: .... (καμία απάντηση).

Ποιος όμως θα μπορούσε να απαντήσει;

Ποια είναι η αληθινή αιτία πτώσης του;

Είναι η υπ' αριθμόν ένα εντολή της φύσης που επιβάλλει σε όλα τα σώματα να έχουν το δυνατόν λιγότερη δυναμική ενέργεια. Θέλει δηλαδή η φύση να είναι τα «παιδιά» της, φτωχά σε δυναμική ενέργεια (ΤΣΙΓΓΟΥΝΑ).

Η γραμμική αρμονική ταλάντωση, για παράδειγμα, είναι η διαρκής προσπάθεια του ταλαντούμενου σώματος, να αποκτήσει ελάχιστη δυναμική ενέργεια. Προσπαθεί δηλαδή να βρεθεί εκεί όπου το σύνολο των δυνάμεων ισούται με μηδέν (θέση ισορροπίας). Όταν όμως το σώμα φθάνει στη θέση αυτή με απόγνωση απομακρύνεται λόγω κεκτημένης ταχύτητας και αρχίζει την προσπάθεια προσέγγισης της ποθητής (παραδείσιας) θέσης ξανά και ξανά.

Ας δούμε ένα άλλο διάλογο δάσκαλου-μαθητή, που λαμβάνει χώρα μπροστά σε μία μεγάλη μπίλια που ηρεμεί πάνω σε ένα τραπέζι.

Δάσκ.: Αν καθήσουμε για αρκετό χρόνο εδώ μπροστά στη μπίλια, υπάρχει περίπτωση να τη δούμε να κινείται από μόνη της;
Μαθ.: Όχι, βέβαια.
Δάσκ.: Γιατί;
Μαθ.: Λόγω της αρχής της αδράνειας.
Δάσκ.: Πού την έμαθες αυτή την αρχή:
Μαθ.: Στο σχολείο.
Δάσκ.: Η μπίλια δεν πήγε σχολείο, πού έμαθε την αρχή της αδράνειας και την εφαρμόζει;
Μαθ.: .... (καμία απάντηση).

Απλούστατα, φίλοι μου, δεν υπάρχει καμία αρχή της αδράνειας. Ο όρος είναι μία δική μας επινόηση. Η υπ' αριθμόν δύο εντολή της φύσης είναι τίποτα να μη γίνεται χωρίς λόγο (ΤΕΜΠΕΛΑ).

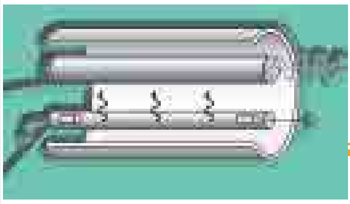
Ας κλείσουμε με ένα τελευταίο διάλογο.

Δάσκ.: Το ρεύμα γιατί διακλαδίζεται όταν φθάνει σε ένα κόμβο;
Μαθ.: Λόγω του 1ου κανόνα του Kirchhoff.
Δάσκ.: Πού τον έμαθες τον 1ο κανόνα Kirchhoff;
Μαθ.: Στο σχολείο.
Δάσκ.: Τα ηλεκτρόνια δεν πήγαν σχολείο. Πού τον έμαθαν και τον εφαρμόζουν;
Μαθ.: .... (καμία απάντηση).

Τα ηλεκτρόνια είναι «ποτισμένα» με την «αίσθηση δικαιοσύνης» από την οποία διέπεται η φύση (ΔΙΚΑΙΗ). Μπαίνουν στο ένα καλώδιο, μπαίνουν και στο άλλο. Όπου ένα ποτάμι συναντήσει δύο παραποτάμους στέλνει νερό στον ένα, στέλνει και στον άλλο.

Η φύση όμως οφείλει πρώτα να είναι τσιγγούνα και μετά τεμπέλα, αφού ένα σώμα θυσιάζει την ηρεμία (ακινησία) του προκειμένου να πάει σε μία θέση λιγότερης δυναμικής ενέργειας. Επίσης πρώτα είναι τσιγγούνα και μετά δίκαιη. Πράγματι, όταν το ρεύμα φθάσει σε ένα κόμβο, που τον ακολουθούν δύο κλάδοι, δε διαρρέει και τους δύο, αν ο ένας έχει ωμική αντίσταση και ο άλλος καθόλου, αλλά προτιμά το δρόμο μηδενικής αντίστασης και επομένως μηδενικών απωλειών ενέργειας.

Όλοι λοιπόν οι **κανόνες**, οι **νόμοι** και οι **αρχές** της φύσης (αν το σκεφτείτε με την ησυχία σας) πηγάζουν από τις τρεις μεγάλες της ιδιότητες, που κατά σειρά ιεράρχησης την κάνουν να είναι **τσιγγούνα**, **τεμπέλα** και **δίκαιη**.



LASER (λέιζερ)

Του **Π. Ιακώβου,** Φυσικού

1. Lasers και ιστορικά στοιχεία

Τα lasers *είναι διατάξεις παραγωγής και ενίσχυσης ορατών ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων με τη μέθοδο της "ενίσχυσης του φωτός με εξαναγκασμένη εκπομπή"*.

Η λέξη laser (λέιζερ) προέρχεται από τα αρχικά των λέξεων "Light Amplification by Stimyulate of Radiation", που στα Ελληνικά σημαίνει "Ενίσχυση φωτός με εξαναγκασμένη εκπομπή ακτινοβολίας".

Πρώτος ο Einstein είχε αποδείξει τη δυνατότητα ύπαρξης "εξαναγκασμένης εκπομπής ακτινοβολίας" από το 1916.

C. TAWNES (1915-) (Αμερικανός)

Την περίοδο 1951-1954 ο C. Tawnes είχε αναπτύξει θεωρητικά και πειραματικά τη διάταξη "ενίσχυσης μικροκυμάτων με εξαναγκασμένη εκπομπή ακτινοβολίας (Maser - Μέιζερ). Το 1958 οι A.L. Schawlow και C. Tawnes δημοσίευσαν το πρώτο επιστημονικό άρθρο σχετικά με τα λέιζερ.

T.H. MAIMAN (1927-) ('Αγγλος)

Το 1960 ο T.H. Maiman έθεσε σε λειτουργία το πρώτο λέιζερ ρουμπινιού.

2. Τα χαρακτηριστικά του φωτός των Lasers

Το απλό φως που βλέπουμε στις συνηθισμένες συνθήκες, είναι μίγμα φωτονίων με διαφορετικά μήκη κύματος (χρώματα) και ασύμφωνο. Επειδή τα φωτόνια του απλού φωτός έχουν διαφορετικές αρχικές φάσεις μεταξύ τους, η δέσμη τους απλώνεται (ανοίγει), όσο απομακρύνονται αυτά από την πηγή του φωτός.

Το φως των laser έχει κάποια ιδιαίτερα χαρακτηριστικά που το διαφοροποιούν από το φως άλλων πηγών. Οι ιδιότητες αυτές βρίσκουν πολλές και ενδιαφέρουσες εφαρμογές όπως θα δούμε παρακάτω.

Τα χαρακτηριστικά του φωτός των λέιζερ είναι τα εξής:

α) **Μονοχρωματικότητα.** Τα εκπεμπόμενα φωτόνια είναι μονοχρωματικά τα μήκη κύματος, περιορίζονται σε μια πολύ στενή περιοχή του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος (κάτω από 10^{-20} m).

β) **Συμφωνία φάσης.** Τα εκπεμπόμενα φωτόνια βρίσκονται σε συμφωνία φάσης. Σε αυτό οφείλεται η κατευθυντικότητα, η εστίαση και η λαμπερότητα της δέσμης λέιζερ.

γ) **Μεγάλη κατευθυντικότητα.** Η δέσμη φωτός είναι πολύ λεπτή και μένει παράλληλη χωρίς να διασκορπιστεί (η απόκλιση της δέσμης είναι περίπου 1 mrad), ακόμη και αν ταξιδέψει σε μεγάλες αποστάσεις. Για παράδειγμα στην απόσταση από τη Γη μέχρι τη Σελήνη, μία δέσμη λέιζερ ανοίγει μόνο σε ένα εμβαδόν τριών περίπου χιλιομέτρων.

δ) **Εστίαση.** Η δέσμη μπορεί να εστιαστεί με τη βοήθεια φακών σε μια πολύ στενή περιοχή, χωρίς απώλειες δίνοντας πυκνότητα ισχύος πάνω από 100 kW/m^2.

ε) **Λαμπρότητα.** Η δέσμη λέιζερ συγκεντρώνει μεγάλη οπτική ισχύ, δηλαδή υψηλή συγκέντρωση φωτεινής ενέργειας ανά μονάδα επιφάνειας. Έτσι η δέσμη έχει τεράστια λαμπρότητα, κατά χιλιάδες φορές λαμπρότερη και από τον Ήλιο.

στ) Διαμορφωσιμότητα. Η δέσμη λέιζερ μπορεί να διαμορφωθεί καθ' όλους τους γνωστούς τρόπους (κατά πλάτος, κατά συχνότητα κ.ά.) υπερέχοντας από τις άλλες άλλες φωτεινές πηγές, πράγμα πολύ χρήσιμο στις οπτικές επικοινωνίες.

Υπάρχουν πολλών τύπων διατάξεις λέιζερ που ο κάθε ένας έχει τα δικά του χαρακτηριστικά και τις δικές του τεχνικές λεπτομέρειες. Παρόλο αυτά υπάρχουν ορισμένες βασικές αρχές στη λειτουργία τους, κοινές για όλους τους τύπους.

Για να κατανοήσουμε τον τρόπο λειτουργίας των λέιζερ καθώς και τα χαρακτηριστικά του φωτός τους, θα πρέπει να έχουμε κατανοήσει μερικές διαδικασίες και έννοιες που αφορούν τη διέγερση των ατόμων, την αυθόρμητη και την εξαναγκασμένη εκπομπή ακτινοβολίας, την αντιστροφή των πληθυσμών, την άντληση, τις μετασταθείς ενεργειακές στάθμες, το ρόλο του ενεργού υλικού και το ρόλο του οπτικού αντηχείου.

3. Διέγερση των ατόμων

Από το 2ο κεφάλαιο, γνωρίζουμε ότι τα άτομα, ιόντα ή μόρια των στερεών, υγρών και αερίων σωμάτων μπορούν να βρίσκονται σε ενεργειακές καταστάσεις που είναι κβαντισμένες, (δηλαδή καθορισμένες, συνεχείς και διακριτές).

Διέγερση ατόμου με απορρόφηση φωτονίου

Ένα άτομο μπορεί να διεγερθεί αν προσφερθεί σε αυτό ενέργεια, (π.χ. μετά από μία κρούση ή μετά από απορρόφηση ακτινοβολίας με τη μορφή φωτονίων). Η ενέργεια, που θα απορροφήσει ένα άτομο για να διεγερθεί, είναι κβαντισμένη, δηλαδή οι ενέργειες των φωτονίων που θα απορροφηθούν, είναι τέτοιες που θα ισούνται με τη διαφορά ενέργειας μεταξύ δύο ενεργειακών σταθμών ανάμεσα στις οποίες έγινε η διέγερση.

Για παράδειγμα αν ένα άτομο βρίσκεται στη θεμελιώδη κατάσταση του E_1 για να μεταβεί σε μία άλλη ενεργειακή κατάσταση E_2 με ενέργεια μεγαλύτερη από τη θεμελιώδη, θα πρέπει το άτομο να απορροφήσει ένα φωτόνιο με ενέργεια $h \cdot f$, τέτοια που να ισχύει:

$$h \cdot f = E_2 - E_1$$

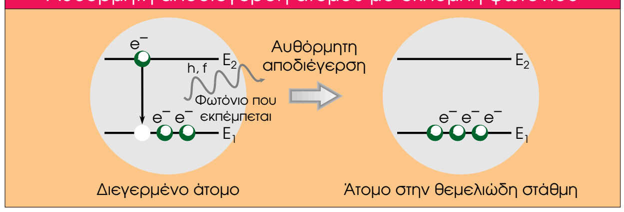
Αποτέλεσμα αυτής της απορρόφησης του φωτονίου θα είναι η διέγερση του ατόμου κατά την οποία ένα ηλεκτρόνιο της ενεργειακής στάθμης E_1 θα μεταβεί στην ενεργειακή στάθμη E_2.

4. Αυθόρμητη εκπομπή ακτινοβολίας

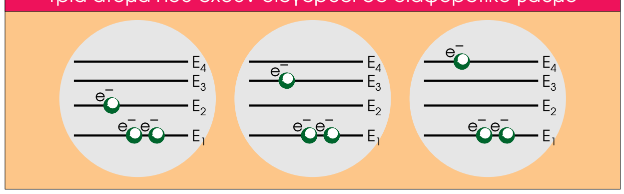
Μετά από λίγο χρόνο (της τάξης του 10^{-8} s) το διεγερμένο άτομο, το οποίο βρίσκεται σε κατάσταση αστάθειας, θα αποδιεγερθεί *αυθόρμητα* (χωρίς κανέναν εξαναγκασμό) εκπέμποντας, προς τυχαία κατεύθυνση, ένα φωτόνιο με ενέργεια πάλι ίση με $h \cdot f$, οπότε το ηλεκτρόνιο θα επιστρέψει στη θεμελιώδη ενεργειακή στάθμη E_1.

Ας φανταστούμε, τώρα, ότι ακτινοβολία - μίγμα φωτονίων με διάφορες συχνότητες προσπίπτει σε μεγάλο αριθμό ατόμων κάποιου υλικού που βρίσκονται στη θεμελιώδη κατάσταση και ένα μέρος της απορροφάται από τα άτομα του υλικού. Αποτέλεσμα της απορρόφησης θα είναι ότι μερικά άτομα θα διεγερθούν, απορροφώντας φωτόνια διαφορετικών συχνοτήτων. Έτσι μερικά άτομα θα έχουν διεγερθεί από την κατάσταση E_1 στην E_2, μερικά άλλα θα έχουν διεγερθεί από την κατάσταση E_1 στην E_3 κ.λπ., (δηλαδή θα υπάρχουν ομάδες ατόμων με διαφορετικό βαθμό διέγερσης).

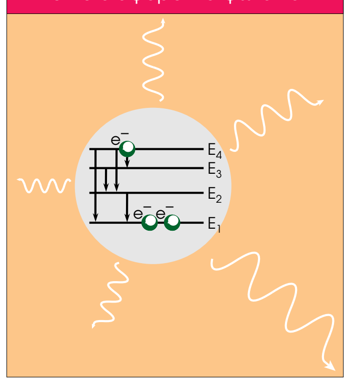
Αυθόρμητη αποδιέγερση ατόμου με εκπομή φωτονίου



Τρία άτομα που έχουν διεγερθεί σε διαφορετικό βαθμό



Ένα άτομο που μπορεί να αποδιεγερθεί εκπέμποντας πέντε διαφορετικά φωτόνια



Κατά τις αυθόρμητες αποδιεγέρσεις των διεγερμένων ατόμων θα εκπέμπονται φωτόνια διαφόρων συχνοτήτων, σε διαφορετικές, τυχαίες χρονικές στιγμές και προς ακαθόριστες κατευθύνσεις.

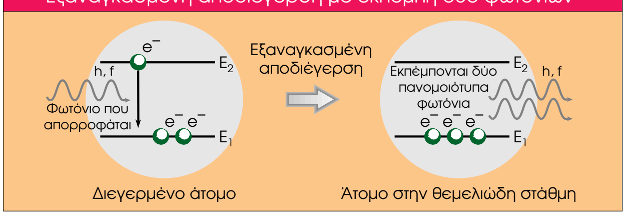
Έτσι το συνολικό φως που εκπέμπεται με αυθόρμητη εκπομπή είναι πολυχρωματικό (αποτελείται από φωτόνια διαφορετικών συχνοτήτων), ασύμφωνο, (τα φωτόνια έχουν διαφορετικές αρχικές φάσεις) και δεν έχει κατευθυντικότητα, (τα φωτόνια κινούνται προς διαφορετικές κατευθύνσεις στο χώρο.

5. Εξαναγκασμένη εκπομπή ακτινοβολίας

Εκτός όμως από την αυθόρμητη αποδιέγερση και εκπομπή ακτινοβολίας, υπάχει και ένας άλλος τρόπος να αποδιεγερθεί ένα άτομο, με εξαναγκασμό.

Εξαναγκασμένη αποδιέγερση και εκπομπή ακτινοβολίας προκαλείται όταν στο ήδη διεγερμένο άτομο προσπέσει ένα ακόμη φωτόνιο με ενέργεια που αντιστοιχεί στην ενεργειακή διαφορά μεταξύ της διεγερμένης στάθμης και της θεμελιώδους. Τότε το διεγερμένο άτομο έχει μεγάλη πιθανότητα να εξαναγκασθεί σε αποδιέγερση, χωρίς να απορρηφθεί το προσπίπτον φωτόνιο, (καθώς η ενέργεια του προσπίπτοντος φωτονίου δεν είναι αρκετή για να διεγείρει το άτομο σε ανώτερη ενεργειακή στάθμη από αυτή που ήδη βρίσκεται). Έτσι κατά την εξαναγκασμένη αποδιέγερση του ατόμου θα εκπεμφθεί ένα φωτόνιο πανομοιότυπο (ίδια συχνότητα, ίδια αρχική φάση, ίδια κατεύθυνση), με αυτό που προκάλεσε την αποδιέγερση, μαζί με το φωτόνιο που προσέπεσε στο διεγερμένο άτομο.

Εξαναγκασμένη αποδιέγερση με εκπομπή δύο φωτονίων



Έτσι τα δύο πανομοιότυπα φωτόνια θα συμβάλουν με αποτέλεσμα κατά την έξοδο από το άτομο να υπάρχουν δύο φωτόνια που κινούνται σε φάση, με την ίδια συχνότητα και προς την ίδια κατεύθυνση, αποτελώντας ένα πακέτο διπλάσιας (ενισχυμένης) ενέργειας, σε σχέση με την ενέργεια του φωτονίου που προκάλεσε την αποδιέγερση.

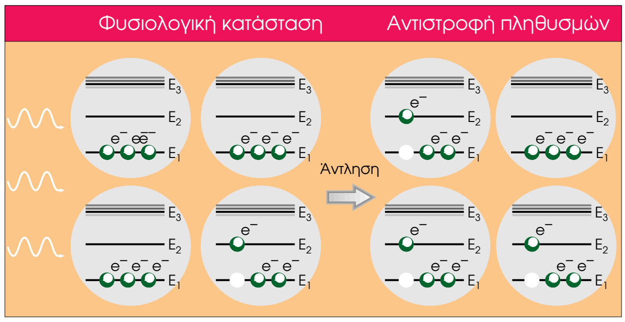
Παρατηρούμε ότι η εξαναγκασμένη εκπομπή των ατόμων προκαλεί ενίσχυση του φωτός, για κάθε ένα φωτόνιο που θα προσπίπτει σε ένα διεγερμένο άτομο, θα επέμπονται δύο πανομοιότυπα φωτόνια.

Έτσι το συνολικό φως που εκπέμπεται με εξαναγκασμένη εκπομπή είναι μονοχρωματικό (αποτελείται από φωτόνια ίδιων συχνοτήτων), σύμφωνο, (τα φωτόνια έχουν ίδιες αρχικές φάσεις) και έχει κατευθυντικότητα, (τα φωτόνια κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση στο χώρο).

Αυτή η δυνατότητα της εξαναγκασμένης αποδιέγερσης είχε γίνει αντιληπτή από τον Eistein από το 1916. Η αξιοποίηση όμως των δυνατοτήτων που προσφέρει το φαινόμενο αυτό σε ότι αφορά τα ειδικά χαρακτηριστικά του φωτός που εκπέμπεται (μονοχρωματικότητα, συμφωνία, κατευθυντικότητα, ενίσχυση) έγινε αντιληπτή μετά από σαράντα δύο χρόνια το 1958 και τελικά το 1960, όπως είπαμε στην αρχή του θέματος, κατασκευάστηκε το πρώτο λέιζερ ρουμπινιού, η λειτουργία του οποίου στηρίζεται στην αξιοποίηση της εξαναγκασμένης εκπομπής φωτός.

6. Αντιστροφή πληθυσμών και οπτική άντληση

Σε κανονικές συνθήκες τα πιο πολλά άτομα της ύλης βρίσκονται στη θεμελιώδη τους κατάσταση E_1, ενώ πολύ λίγα είναι ήδη διεγερμένα. Έτσι όταν προσπέσει φως στα άτομα της ύλης τα περισσότερα από αυτά διεγείρονται προς τις ενεργειακές στάθμες E_2, E_3... και στη συνέχεια πολύ γρήγορα, αποδιεγείρονται αυθόρμητα εκπέμποντας απλό φως. Με άλλα λόγια σε φυσιολογικές συνθήκες υπάρχουν πολλά περισσότερα άτομα στη θεμελιώδη κατάσταση E_1 έτοιμα να απορροφήσουν φωτόνια, παρά τις διεγερμένες καταστάσεις E_2, E_3... έτοιμα να εκπέμψουν εξαναγκασμένα φωτόνια.



Για να πάρουμε όμως φως λέιζερ θα πρέπει, όταν προσπέσει φως, να υπάρχουν, ήδη *περισσότερα άτομα σε διεγερμένη κατάσταση, από ότι στη θεμελιώδη.* Η κατάσταση αυτή είναι αντίθετη από τη φυσιολογική και ονομάζεται **αντιστροφή πληθυσμών**.

Έτσι για να πάρουμε φως λέιζερ θα πρέπει κατά την αρχή να πετύχουμε αντιστροφή πληθυσμών των ατόμων, ώστε η διαδικασία της ενέργειας που εκπέμπεται με εξαναγκασμένη αποδιέγερση να υπερισχύσει της ενέργειας που απορροφάται για τη διέγερση.

Η πιο συνηθισμένη μέθοδος επίτευξης αντιστροφής πληθυσμών είναι η διαδικασία της οπτικής άντλησης.

Οπτική άντληση *είναι η διαδικασία παρατεταμένης και εντατικής εξωτερική ακτινοβόλησης των ατόμων του ενεργού υλικού και η διέγερση αυτών μεταξύ των επιθυμητών ενεργειακών σταθμών κατά τρόπο που να επιτευχθεί αναστροφή πληθυσμών.* Με πιο απλά λόγια είναι η διαδικασία άντλησης ηλεκτρονίων των ατό-

μων του ενεργού υλικού από τη θεμελιώδη στάθμη σε μια ανώτερη με ρυθμό μεγαλύτερο από το ρυθμό που αυτά επανέρχονται στη θεμελιώδη στάθμη.

Το τμήμα διαδικασίας της άντλησης είναι συνήθως μια λυχνία εκλάμψεων αερίου ξένου η οποία τροφοδοτείται με ηλεκτρική ενέργεια και ακτινοβολεί ένα μίγμα πράσινου και μπλε φωτός με το οποίο διεγείρεται το ενεργό υλικό. Τελικά μόνο το 1% της ηλεκτρικής ενέργειας μετατρέπεται σε φωτεινή ενέργεια ακτίνων λέιζερ.

7. Μετασταθερές ενεργειακές στάθμες

Για να επιτευχθεί όμως μια κατάσταση αντιστροφής των πληθυσμών, πρέπει στα άτομα του **ενεργού υλικού** (του υλικού που θα παράγει τελικά τις ακτίνες λέιζερ), να υπάρχουν κάποιες ενδιάμεσες *μετασταθείς ενεργειακές στάθμες*, δηλαδή διεγερμένες στάθμες στις οποίες μπορεί να παραμένει το άτομο για αρκετά μεγαλύτερο χρονικό διάστημα (της τάξης των 10^{-3} s) σε σύγκριση με τα συνήθη μικρά χρονικά διαστήματα (της τάξης των 10^{-8} s) των ασταθών διεγερμένων σταθμών. Επιπλέον η αντιστροφή των πληθυσμών διευκολύνεται αν η ανώτερη ενεργειακή στάθμη που συμμετέχει σε αυτήν είναι διευρυμένη, αποτελείται δηλαδή από μεγάλο αριθμό ενεργειακών σταθμών που η μία είναι πολύ κοντά στην άλλη και αρκετά ασταθής, ώστε γρήγορα να αδειάζει από τα ηλεκτρόνια εξασφαλίζοντας θέσεις για νέα άντληση.

8. Το ρουμπίνι και το οπτικό αντηχείο

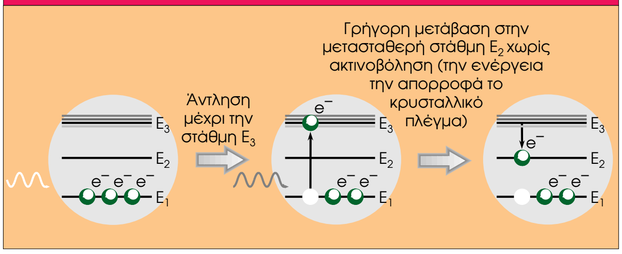
Ένα τέτοιο ενεργό υλικό είναι το ρουβίδιο (ρουμπίνι). Το ρουμπίνι είναι διαφανές κρυσταλλικό οξείδιο του αργιλίου (Al_2O_3) στο οποίο μερικά άτομα του αργιλίου (0,05%) έχουν αντικατασταθεί από προσμίξεις ιόντων τρισθενούς χρωμίου.

Τα ιόντα του χρωμίου στο ρουμπίνι έχουν τρεις ενεργειακές στάθμες, τις: E_1 (θεμελιώδης), E_2 (μετασταθής) και E_3 (ανώτερη διευρυμένη).

Η διέγερση του ιόντος του χρωμίου από τη θεμελιώδη (E_1) μέχρι τη μετασταθερή στάθμη (E_2), η αντιστροφή των πληθυσμών και τελικά η παραγωγή της δέσμης ακτίνων λέιζερ πραγματοποιείται ως εξής:

Το ιόν του χρωμίου απορροφά ένα φωτόνιο της πράσινης ή μπλε περιοχής του φάσματος που εκπέμπεται από το τμήμα διαδικασίας της άντλησης που είναι μία λυχνία εκλάμψεων. Ακολουθεί η διέγερση του ιόντος μέχρι την ενεργειακή στάθμη E_3, έτσι αντλείται ένα ηλεκτρόνιο από τη θεμελιώδη στάθμη E_1 και μεταβαίνει στην E_3. Το ηλεκτρόνιο (και το ιόν) χάνει γρήγορα (σε 10^{-7} s) ένα μέρος της ενέργειάς του, που μεταβιβάζεται στο κρυσταλλικό πλέγμα του ρουμπινιού, χωρίς να εκπέμψει φωτόνιο και μεταβαίνει στη μετασταθερή ενεργειακή στάθμη E_2, όπου περιμένει (περίπου για $5 \cdot 10^{-3}$ s) να ακτινοβολήσει το φωτόνιο λέιζερ.

Τα στάδια διέγερσης ενός ιόντος χρωμίου στο ρουμπίνι

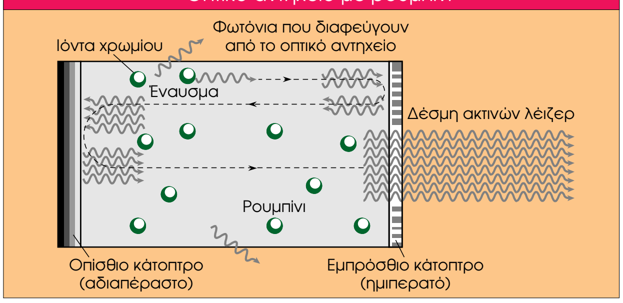


Με τον ίδιο τρόπο πραγματοποιείται ταυτόχρονα η διέγερση και άλλων ιόντων χρωμίου, οπότε κάποια στιγμή συμβαίνει αντιστροφή των πληθυσμών στο υλικό του ρουμπινιού.

Το ρουμπίνι είναι τοποθετημένο μέσα σε ένα **οπτικό αντηχείο** που αποτελείται από έναν γυάλινο κύλινδρο με δύο κάτοπτρα στις άκρες του και *παίζει το ρόλο κοιλότητας συντονισμού* χάρη στην οποία το φως λέιζερ αποκτά τελικά την επιθυμητή ένταση. Το οπίσθιο κάτοπτρο είναι αδιαπέραστο από την ακτινοβολία και το εμπρόσθιο ημιπερατό.

Όταν συμβεί η αντιστροφή των πληθυσμών κάποια από τα διεγερμένα άτομα του χρωμίου αποδιεγείρονται τυχαία μεταβαίνοντας από τη μετασταθερή στάθμη E_2 στη θεμελιώδη εκπέμποντας φωτόνια της ερυθρής περιοχής του φάσματος ($\lambda = 694{,}3$ nm) προς τυχαίες κατευθύνσεις.

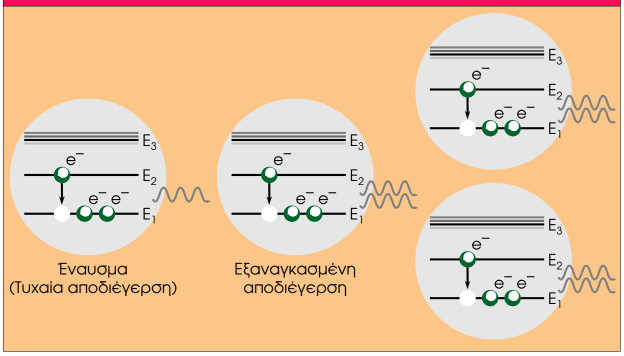
Οπτικό αντηχείο με ρουμπίνι



Μερικά από τα φωτόνια αυτά ξεφεύγουν από τα πλάγια του οπτικού αντιχείου, ενώ κάποια άλλα κινούνται κατά μήκος του άξονά του. Ένα τέτοιο ερυθρό φωτόνιο δίνει το *έναυσμα* σε μία αλυσίδα εξαναγκασμένων εκπομπών που προκαλεί με "*χιονοστιβάδα*" *φωτονίων* καθώς στην πορεία του συγκρούεται με ένα άλλο διεγερμένο ιόν χρωμίου στη στάθμη E_2 και το εξαναγκάζει σε εκπομπή ενός πανομοιότυπου ερυ-

θρού φωτονίου. Τα δύο αυτά φωτόνια συνεχίζοντας την πορεία τους συγκρούονται με άλλα δύο ιόντα χρωμίου, οπότε εκπέμπονται άλλα φωτόνια κ.ο.κ.

Χιονοστοιβάδα φωτονίων



Τα φωτόνια που κινούνται κατά μήκος του άξονα του αντηχείου ανακλώνται διαδοχικά και αρκετές φορές στο οπίσθιο αδιαπέραστο κάτοπτρο και στο εμπρόσθιο ημιπερατό, μέχρι που η έντασή τους να γίνει αρκετά μεγάλη, οπότε το εμπρόσθιο ημιπερατό κάτοπτρο έχει ρυθμιστεί να αφήνει ένα μικρό μέρος τους να εξέλθει με τη μορφή δέσμης λέιζερ. Τα κάτοπτρα του αντηχείου, θερμαίνονται ισχυρά εξαιτίας των ανακλάσεων των φωτονίων και για το λόγο αυτό ορισμένα λέιζερ διαθέτουν ενσωματωμένα συστήμα ψύξης.

9. Η συσκευή λέιζερ

Υπάρχουν πολλοί τύποι συσκευών λέιζερ, (λέιζερ ρουμπινιού, λέιζερ ηλίου - νέου κ.ά.). Ο κάθε τύπος έχει τα δικά του χαρακτηριστικά και τις δικές του τεχνικές λεπτομέρειες.

Εσωτερικό λέιζερ ρουμπινιού

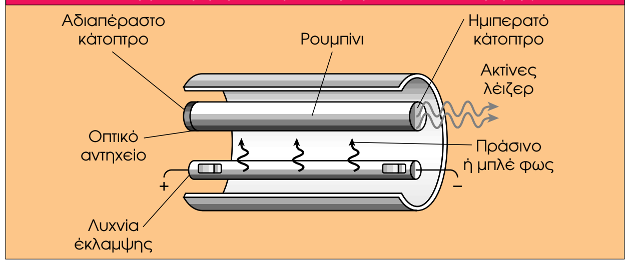
Όλες όμως οι συσκευές λέιζερ στηρίζονται στις ίδιες αρχές λειτουργίας και περιλαμβάνουν μερικά κοινά βασικά τμήματα.

Τα βασικά τμήματα μιας συσκευής λέιζερ είναι:

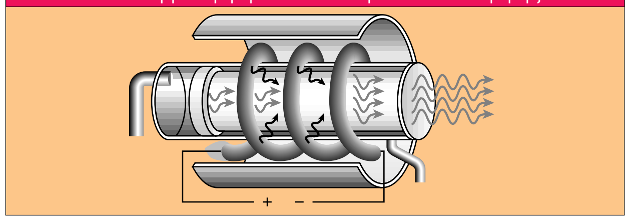
- Το ενεργό υλικό (ρουμπίνι, γυαλί νεοδιμίου, ήλιο - νέο κ.ά.).
- Το οπτικό αντηχείο η κοιλότητα συντονισμού.
- Τμήμα διαδικασίας άντλησης, (λυχνία εκλάμψεων, ηλεκτρικό ρεύμα, χημική ενέργεια κ.ά.).

Στο παρακάτω σχήμα δείχνονται τα βασικά τμήματα μιας συσκευής λέιζερ ρουβιδίου. Η ισχύς ενός λέιζερ ρουβιδίου, κατά παλμούς, μπορεί να ξεπεράσει τα 10 kW και στις περιπτώσεις που χρησιμοποιούνται σε αντιδραστήρες σύντηξης ξεπερνούν και τα 100 kW. Η ισχύς των λέιζερ σε συνεχή λειτουργία είναι αρκετά μικρότερη (περίπου 10 mW).

Διάταξη λέιζερ με παράλληλη λυχνία έκλαμψης



Διάταξη λέιζερ με ελικοειδή λυχνία έκλαμψης



10. Η εφαρμογές των λέιζερ

Ο κατάλογος των πρακτικών εφαρμογών των λέιζερ είναι μεγάλος και διευρύνεται ταχύτατα χωρίς να φαίνονται τα όριά του. Μερικές από τις εφαρμογές είναι:

α) **Στη μέτρηση αποστάσεων** μικρών ή μεγάλων με μεγάλη ακρίβεια.

β) **Στη βιομηχανία**, σαν εργαλεία συγκολλήσεις, κοπής και διατήρησης πολύ σκληρών υλικών, όπως ο χάλυβας και τα διαμάντια.

γ) **Στην ιατρική**, για λεπτές και αναίμακτες εγχειρήσεις (συγκόλληση αμφιβληστροειδούς, πλαστική χειρουργική κ.ά.).

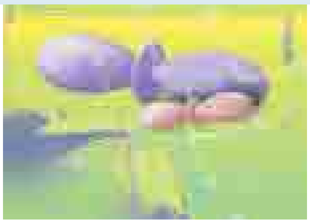
δ) **Στην πυρηνική σύντηξη**, (Βλ. 2ο κεφάλαιο).

ε) **Στη στρατιωτική τεχνολογία**, για ακριβείς σκοπεύσεις, καθοδήγηση βλημάτων κ.λπ.

στ) **Στις επικοινωνίες**, για μεταφορά πλήθους πληροφοριών.

ζ) **Στην οπτική ολογραφία και στην εικονική πραγματικότητα**, για τρισδιάστατη απεικόνιση αντικειμένων.

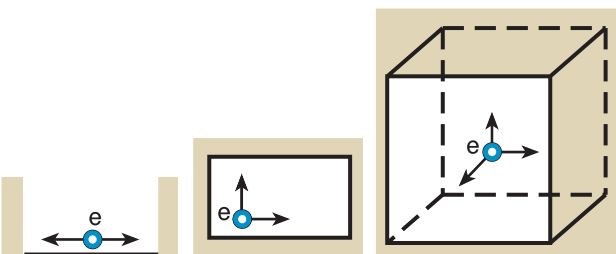
η) **Σε ηλεκτρονικές συσκευές μουσικής, τηλεόρασης, ηλεκτρονικούς υπολογιστές**, για την εγγραφή και παίξιμο CD, καταγραφή και ανάγνωση εικόνων κ.ά.



ΚΒΑΝΤΙΚΟΙ ΑΡΙΘΜΟΙ και η ΣΗΜΑΣΙΑ τους

Του **Κ. Α. Τσίπη**, Καθηγητή της Κβαντικής Χημείας του Α.Π.Θ.

Οι κβαντικοί αριθμοί είναι ακέραιοι αριθμοί οι οποίοι προκύπτουν κατά τη λύση της εξίσωσης Schrödinger για το άτομο του υδρογόνου και τα υδρογονοειδή άτομα. Οι κβαντικοί αριθμοί είναι γενικά χαρακτηριστικοί ακέραιοι αριθμοί της κβαντομηχανικής και αφορούν και άλλα συστήματα εκτός απο το άτομο του υδρογόνου και τα υδρογονοειδή άτομα. Μάλιστα ο αριθμός τους καθορίζεται από τις διαστάσεις του συστήματος, οπότε για κάθε διάσταση έχουμε και ένα κβαντικό αριθμό. Έτσι, για μονοδιάστατο σύστημα, όπως είναι η κίνηση του ηλεκτρονίου πάνω σε ευθεία γραμμή συγκεκριμένου μήκους, έχουμε ένα κβαντικό αριθμό. Για δισδιάστατο σύστημα, όπως είναι η κίνηση του ηλεκτρονίου πάνω στην περίμετρο ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου ή πάνω στην περιφέρεια ενός κύκλου, έχουμε δύο κβαντικούς αριθμούς. Τέλος, για τρισδιάστατο σύστημα, όπως είναι γενικά τα άτομα, ή η κίνηση του ηλεκτρονίου πάνω στην επιφάνεια μιας σφαίρας έχουμε τρεις κβαντικούς αριθμούς.



Ηλεκτρονιακά συστήματα διαφόρων διαστάσεων και σχημάτων στο χώρο. α. Μονοδιάστατο σύστημα: κίνηση ηλεκτρονίου σε ευθεία γραμμή (γραμμικό κουτί). β. Δισδιάστατο σύστημα: κίνηση ηλεκτρονίου στην περίμετρο ορθογωνίου παραλληλογράμμου (τετραγωνικό κουτί) ή στην περιφέρεια κύκλου ή δακτυλίου. γ. Τρισδιάστατο σύστημα: κίνηση ηλεκτρονίου στην επιφάνεια σφαίρας ή σε κύβο (κυβικό κουτί).

Ας δούμε τώρα ποια είναι η σημασία των τριών κβαντικών αριθμών των ατόμων.

1 Ο πρώτος κβαντικός αριθμός ονομάζεται **κύριος κβαντικός αριθμός** και συμβολίζεται με το γράμμα n. Παίρνει τις τιμές 1, 2, 3,..., n. Μόνος του ο κύριος κβαντικός αριθμός καθορίζει την ενέργεια του ηλεκτρονίου στο άτομο του υδρογόνου και γι' αυτό μπορούμε να τον ονομάσουμε και κβαντικό αριθμό της ενέργειας των τροχιακών.

Σε κάθε τιμή του κύριου κβαντικού αριθμού αντιστοιχεί και ένα σύνολο τροχιακών που περιέχει n^2 τροχιακά. Έτσι, π.χ., για $n = 1$ έχουμε ένα σύνολο τροχιακών που περιέχει ένα μόνο τροχιακό, για $n = 2$ έχουμε ένα σύνολο τεσσάρων τροχιακών, για $n = 3$ έχουμε ένα σύνολο εννέα τροχιακών κ.ο.κ. Τα σύνολα αυτά των τροχιακών συνηθίζουμε, για ιστορικούς κυρίως λόγους, να τα ονομάζουμε **ηλεκτρονιακές στιβάδες** ή και απλά **στιβάδες**. Ο συμβολισμός των στιβάδων γίνεται με γράμματα, όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα.

κύριος κβαντικός αριθμός	1	2	3	4	...
στιβάδα	K	L	M	N	...

2 Ο δεύτερος κβαντικός αριθμός ονομάζεται **αζιμουθιακός κβαντικός αριθμός** και συμβολίζεται με το γράμμα l. Οι τιμές του l καθορίζονται από τις τιμές του n και είναι 0, 1, 2, ..., n–1. Μερικές από τις τιμές του l σε σχέση με τις τιμές του n δίνονται στον παρακάτω πίνακα.

n	l
1	0
2	0 1
3	0 1 2
4	0 1 2 3
.	.
.	.
.	.
n	0 . . . . n–1

Ο αζιμουθιακός κβαντικός αριθμός καθορίζει το σχήμα των τροχιακών και γι' αυτό μπορούμε να τον ονομάσουμε κβαντικό αριθμό του σχήματος των τροχιακών. Τροχιακά με διαφορετικές τιμές του l έχουν διαφορετικά σχήματα.

Σε κάθε τιμή του αζιμουθιακού κβαντικού αριθμού αντιστοιχεί και ένα υποσύνολο τροχιακών που περιέχει $2l+1$ τροχιακά. Έτσι π.χ. για $l = 0$ έχουμε ένα υποσύνολο ενός τροχιακού, για $l = 1$ έχουμε ένα υποσύνολο τριών τροχιακών, για $l = 2$ έχουμε ένα υποσύ-

νολο πέντε τροχιακών κ.ο.κ. Ο αριθμός των υποσυνόλων, που αποτελούν τα σύνολα των τροχιακών για κάθε τιμή του n, θα είναι n. Έτσι, π.χ για $n = 1$ έχουμε ένα υποσύνολο τροχιακών, για $n = 2$, έχουμε δύο υποσύνολα τροχιακών, για $n = 3$, έχουμε τρία υποσύνολα τροχιακών κ.ο.κ. Τα υποσύνολα των τροχιακών που καθορίζονται από τις τιμές του l, συνηθίζουμε, για ιστορικούς κυρίως λόγους, να τα ονομάζουμε **ηλεκτρονιακές υποστιβάδες** ή και απλά **υποστιβάδες**. Τόσο οι τιμές του l, όσο και οι υποστιβάδες συνηθίζεται να συμβολίζονται με γράμματα, όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα.

l	0	1	2	3	4	...
τροχιακά	*s*	*p*	*d*	*f*	*g*	...
υποστιβάδα	*s*	*p*	*d*	*f*	*g*	...

Τα πρώτα τέσσερα γράμματα προέρχονται από τα αρχικά των λέξεων sharp (οξύς), principal (κύριος), diffuse (διάχυτος), fundamental (θεμελιώδης) που είναι φασματοσκοπικοί όροι. Για τα υπόλοιπα ακολουθούμε τη σειρά του αλφαβήτου.

3 Ο τρίτος κβαντικός αριθμός ονομάζεται μαγνητικός κβαντικός αριθμός και συμβολίζεται με το γράμμα m_l. Οι τιμές του m_l καθορίζονται από τις τιμές του l και είναι $+l$, ..., 0,..., $-l$, δηλαδή συνολικά $2l + 1$ τιμές. Γι' αυτό και ο αριθμός των τροχιακών στο κάθε υποσύνολο είναι $2l + 1$. Μερικές από τις τιμές του m_l σε σχέση με τις τιμές του l δίνονται στον παρακάτω πίνακα.

l	m_l						
0				0			
1			1	0	−1		
2		2	1	0	−1	−2	
3	3	2	1	0	−1	−2	−3
.				.			
.				.			
.				.			
l	$+l$			0	. . . . $-l$		

Ο μαγνητικός κβαντικός αριθμός καθορίζει τον προσανατολισμό των τροχιακών στο χώρο και γι' αυτό μπορούμε να τον ονομάσουμε και κβαντικό αριθμό του προσανατολισμού των τροχιακών στο χώρο.

Σε κάθε τιμή του μαγνητικού κβαντικού αριθμού αντιστοιχεί και ένα τροχιακό. Οι τιμές του m_l συνηθίζουμε να τις συμβολίζουμε με γράμματα που προέρχονται από τη μορφή των συναρτήσεων που περιγράφουν τα τροχιακά. Όμως, τα γράμματα αυτά είναι διαφορετικά για το κάθε υποσύνολο των τροχιακών. Για το υποσύνολο $l = 1$ (*p* τροχιακά, ή *p* υποστιβάδα) χρησιμοποιείται ο παρακάτω συμβολισμός:

***p* τροχιακά**			
m_l	1	0	−1
σύμβολο	x	z	y

Για το υποσύνολο $l = 2$ (*d* τροχιακά ή *d* υποστιβάδα) χρησιμοποιείται ο παρακάτω συμβολισμός:

***d* τροχιακά**					
m_l	2	1	0	−1	−2
σύμβολο	$x^2{-}y^2$	xz	z^2	yz	xy

Τέλος, για το υποσύνολο $l = 3$ (*f* τροχιακά, η *f* υποστοιβάδα) χρησιμοποιείται ο παρακάτω συμβολισμός.

***f* τροχιακά**							
m_l	3	2	1	0	−1	−2	−3
σύμβολο	x^3	$z(x^2{-}y^2)$	z^2x	z^3	z^2y	zxy	y^3

Σημειώστε και πάλι ότι οι συμβολισμοί αυτοί μας δίνουν και τη μορφή της συνάρτησης (μαθηματική έκφραση) που περιγράφει το κάθε τροχιακό.

4 Η πλήρης περιγραφή της κατάστασης ενός ηλεκτρονίου στο άτομο γίνεται με βάση τους τρεις κβαντικούς αριθμούς που καθορίζουν την τροχιακή του κίνηση (n, i, m_l), καθώς και με έναν τέταρτο κβαντικό αριθμό το **μαγνητικό κβαντικό αριθμό spin, m_s**, που καθορίζει το spin (την αυτοστροφή) του ηλεκτρονίου. Ο m_s είναι ανάλογος με τον m_l, παίρνει όμως δύο μόνον τιμές την +1/2 και την −1/2. Οι δύο αυτές τιμές του m_s καθορίζουν τον προσανατολισμό (τη φορά) του spin, που μπορεί να είναι δεξιόστροφη (m_s=+1/2), ή αριστερόστροφη (m_s=−1/2). Το δεξιόστροφο spin λέγεται **spin προς τα πάνω** και συμβολίζεται ως ≠, ή με το γράμμα ***α***, ενώ το αριστερόστροφο spin λέγεται **spin προς τα κάτω** και συμβολίζεται ως , ή με το γράμμα ***β***. Επειδή κάθε κατάσταση του ηλεκτρονίου στο άτομο έχει τη δική της ταυτότητα, ποτέ δύο ηλεκτρόνια δεν μπορεί να έχουν και τους τέσσερις κβαντικούς αριθμούς ίδιους (απαγορευτική αρχή του Pauli). Αυτό σημαίνει ότι κάθε τροχιακό δεν μπορεί να κατέχεται (καταλαμβάνεται) από περισσότερα των δύο ηλεκτρόνια. Για περισσότερο από δύο ηλεκτρόνια θα είχαμε ταύτιση όλων των κβαντικών αριθμών για δύο τουλάχιστον ηλεκτρόνια (ίδια ταυτότητα).

Εναλλακτικοί τρόποι εκτέλεσης του πειράματος ΕΥΡΕΣΗΣ pH ΔΙΑΛΥΜΑΤΟΣ (ΔΕΙΚΤΕΣ και ΠΕΧΑΜΕΤΡΙΚΟ ΧΑΡΤΙ)

Της **Κ. Γιούρη-Τσοχατζή**, Επίκουρης καθηγήτριας του τμήματος Χημείας Α.Π.Θ.

Δείκτες είναι ασθενή οργανικά οξέα ή βάσεις, που έχουν την ιδιότητα να χρωματίζονται ανάλογα με το pH του διαλύματος στο οποίο βρίσκονται.

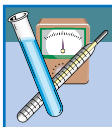
Χρώματα που εμφανίζουν οι δείκτες ηλιανθίνη και φαινολοφθαλεΐνη μετά την προσθήκη οξέος ή βάσης

Δείκτης	Περιοχή pH αλλαγής χρώματος	Χρώμα μετά την προσθήκη οξέος	Χρώμα μετά την προσθήκη βάσης
Ηλιανθίνη (πορτοκαλί μεθυλίου)	4,4 - 6	Κόκκινο	Κίτρινο
Φαινολοφθαλεΐνη	8,3 - 10,0	Άχρωμο	Ερυθροϊώδες

Ηλιανθίνη

Φαινολοφθαλεΐνη

1ος τρόπος



Όργανα - Συσκευές

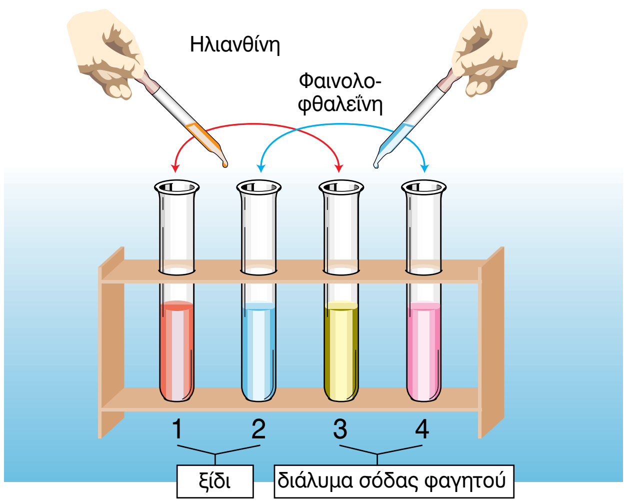
- Δοκιμαστικοί σωλήνες
- Σταγονόμετρα
- Σιφώνια

Αντιδραστήρια - Υλικά

- Διαλύματα δεικτών – Ηλιανθίνης
  – Φαινολοφθαλεΐνης
- Ξίδι άχρωμο $CH_3COOH_3(aq)$ (αραίωση με νερό 1:1)
- Διάλυμα σόδας φαγητού, $NaHCO_3(aq)$ (τυχαία συγκέντρωση, περίπου μισή κουταλιά σε 50mL νερού)

Πώς θα εργαστούμε

- Σε στήριγμα δοκιμαστικών σωλήνων τοποθετούμε τέσσερις δοκιμαστικούς σωλήνες και τους αριθμούμε από 1-4.
- Στους σωλήνες 1 και 2 ρίχνουμε περίπου ως τη μέση ξίδι και στους σωλήνες 3 και 4, την ίδια ποσότητα διαλύματος σόδας του φαγητού.
- Προσθέτουμε με σταγονόμετρο από 2-3 σταγόνες δείκτη ηλιανθίνης στο σωλήνα 1 που περιέχει ξίδι και 2-3 σταγόνες του ίδιου δείκτη στο σωλήνα 3 που περιέχει διάλυμα σόδας.



- Επαναλαμβάνουμε την ίδια διαδικασία προσθέτοντας το δείκτη φαινολοφθαλεΐνης στους σωλήνες 2 και 4.
- Παρατηρούμε τα χρώματα που εμφανίζουν τα διαλύματα, τα συγκρίνουμε με τα χρώματα του πίνακα και τα κατατάσσουμε σε οξέα ή βάσεις.

2ος τρόπος Ως πείραμα επίδειξης με προβολέα διαφανειών

Όργανα - Συσκευές

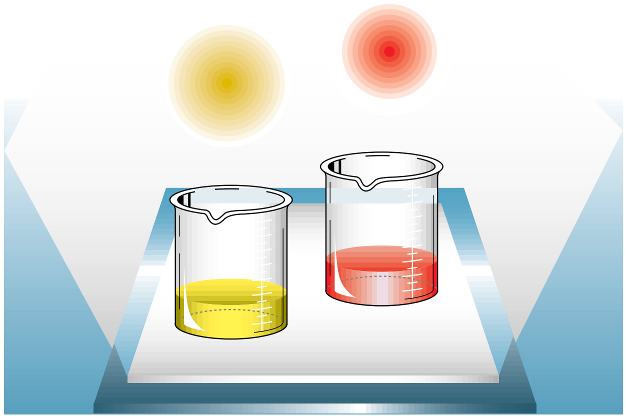
- Ποτήρια ζέσης ή τριβλία petri (4)
- Σιφώνια
- Σταγονόμετρα
- Προβολέας διαφανειών

Αντιδραστήρια - Υλικά

- Διαλύματα δεικτών – Ηλιανθίνης
  – Φαινολοφθαλεΐνης
- Ξίδι άχρωμο $CH_3COOH_3(aq)$ (αραίωση με νερό 1:1)
- Διάλυμα σόδας φαγητού, $NaHCO_3(aq)$ (τυχαία συγκέντρωση, περίπου μισή κουταλιά σε 50mL νερού)

Πώς θα εργαστούμε

- Σε δύο ποτήρια ζέσης ή τριβλία petri ρίχνουμε στο ένα 10 mL ξίδι και στο άλλο 10 mL διαλύματος σόδας. Τοποθετούμε τα ποτήρια ή τα τριβλία πάνω στην τράπεζα του προβολέα διαφανειών.
- Προσθέτουμε και στα δύο ποτήρια 2-3 σταγόνες δείκτη ηλιανθίνης και αναδεύουμε το διάλυμα με ράβδο. Στην οθόνη εμφανίζονται τα χρώματα που παίρνει ο δείκτης στο όξινο και στο βασικό διάλυμα. Συγκρίνουμε τα χρώματα αυτά με τα χρώματα του πίνακα στην αρχή.



- Επαναλαμβάνουμε την ίδια διαδικασία και με το δείκτη φαινολοφθαλεΐνης.

3ος τρόπος Πείραμα σε μικροκλίμακα

Όργανα - Συσκευές

- Φύλλο εργασίας (λευκό φύλλο τετραδίου)
- Πλαστική διαφάνεια
- Πλαστικά σιφώνια

Αντιδραστήρια - Υλικά

- Διαλύματα δεικτών – Ηλιανθίνης
  – Φαινολοφθαλεΐνης
- Ξίδι άχρωμο $CH_3COOH_3(aq)$ (αραίωση με νερό 1:1)
- Διάλυμα σόδας φαγητού, $NaHCO_3(aq)$ (τυχαία συγκέντρωση, περίπου μισή κουταλιά σε 50mL νερού)

Πώς θα εργαστούμε

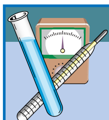
- Τοποθετούμε μία καθαρή διαφάνεια πάνω από ένα φύλλο εργασίας. Στο φύλλο εργασίας έχουμε σχεδιάσει μικρά κουτάκια όπως φαίνεται παρακάτω και δίπλα σε κάθε κουτάκι, έχουμε γράψει τις ονομασίες των διαλυμάτων που θα χρησιμοποιήσουμε.
- Τοποθετούμε δύο σταγόνες ξίδι και δυο σταγόνες διαλύματος σόδας στο κατάλληλο κουτάκι πάνω στη διαφάνεια.
- Προσθέτουμε από μία σταγόνα δείκτη ηλιανθίνης και φαινολοφθαλεΐνης στο αντίστοιχο κουτάκι.

	Ηλιανθίνη	Φαινολοφθαλεΐνη
Ξίδι		
Διάλυμα σόδας		

- Σημειώνουμε τα χρώματα των διαλυμάτων μετά την προσθήκη του δείκτη, τα συγκρίνουμε με τα χρώματα του πίνακα και κατατάσσουμε τις ουσίες σε οξέα ή βάσεις.

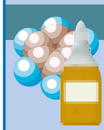
4ος τρόπος Με φυσικούς δείκτες

Το κόκκινο και το γαλάζιο χρώμα που έχουν πολλά λουλούδια (π.χ. γεράνια, πετούνιες, τριαντάφυλλα) καθώς και ορισμένα λαχανικά (π.χ. κόκκινο λάχανο), ανήκουν σε μια κατηγορία οργανικών ενώσεων που ονομάζονται ***ανθοκυάνες****. Οι ανθοκυάνες είναι διαλυτές στην αλκοόλη και το νερό και μπορούν εύκολα ν' απομονωθούν με εκχύλιση. Το χρώμα τους ποικίλλει και εξαρτάται από την οξύτητα ή τη βασικότητα των διαλυμάτων στα οποία προστίθενται, γι' αυτό χρησιμοποιούνται ως δείκτες οξέων-βάσεων και ονομάζονται* ***φυσικοί δείκτες****.*



Όργανα - Συσκευές

- Ποτήρια ζέσης 100mL (2)
- Σιφώνια
- Γουδί πορσελάνης
- Γυάλινη ράβδος

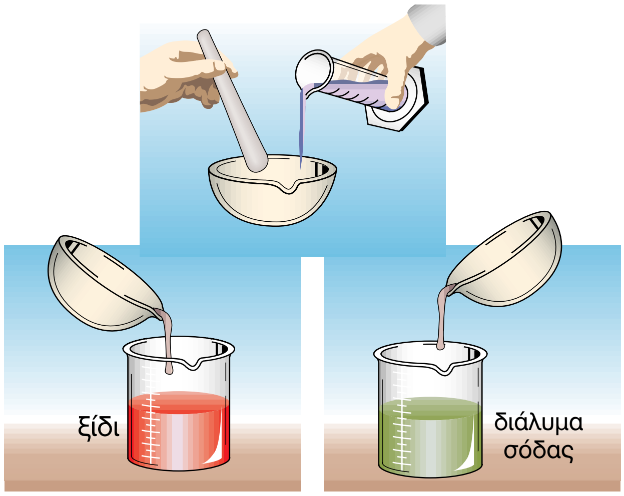


Αντιδραστήρια - Υλικά

- Ξίδι
- Διάλυμα σόδας φαγητού, $NaHCO_3(aq)$ (τυχαία συγκέντρωση περίπου μισή κουταλιά σε 50mL νερού)
- Χυμός από κόκκινο λάχανο ή κόκκινα λουλούδια
- Ακετόνη ή αιθανόλη

Πώς θα εργαστούμε

- Σε μικρό γουδί πορσελάνης συνθλίβουμε κομματάκια από κόκκινο λάχανο ή πέταλα από κόκκινα λουλούδια. Προσθέτουμε κατόπιν λίγο νερό ή ακετόνη ή αιθανόλη, οπότε παίρνουμε ένα κόκκινο χυμό.
- Γεμίζουμε ως τη μέση, δύο ποτήρια ζέσης, το ένα με ξίδι (οξύ), το άλλο με διάλυμα σόδας φαγητού (βάση).
- Προσθέτουμε και στα δύο ποτήρια μικρή ποσότητα από τον κόκκινο χυμό.



- *Σημειώνουμε τις παρατηρήσεις μας. Παρατηρούμε ότι στο ξίδι ο φυσικός δείκτης χρωματίζεται κόκκινος ενώ στη σόδα χρωματίζεται πράσινος. Παρακάτω δίνεται μια κλίμακα χρωμάτων που εμφανίζονται όταν προσθέσουμε χυμό από κόκκινο λάχανο σε διαλύματα με διαφορετικό pH.*

όξινη περιοχή βασική περιοχή

5ος τρόπος Με πεχαμετρικό χαρτί

Το ***πεχαμετρικό χαρτί*** *που ονομάζεται και* ***γενικός δείκτης*** *ή* ***δείκτης universal****, είναι ειδικό χαρτί που έχει διαποτιστεί με μίγμα δεικτών και έχει τη δυνατότητα να παίρνει χαρακτηριστικό χρώμα, όταν διαβραχεί με ένα διάλυμα του οποίου θέλουμε να βρούμε την τιμή pH. Το πεχαμετρικό χαρτί βρίσκεται σε διάφορες συσκευασίες όπως φαίνεται στις εικόνες.*

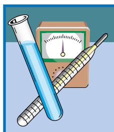
Ο τρόπος που χρησιμοποιούμε το πεχαμετρικό χαρτί είναι ο εξής:

- *Το πεχαμετρικό χαρτί το κόβουμε σε μικρά κομμά-*

τια και τα τοποθετούμε στην κυρτή επιφάνεια μιας κάψας ή μιας υάλου ωρολογίου, ώστε το διάλυμα με το οποίο διαβρέχουμε το χαρτί να τρέχει και να μην επηρεάζει τα άλλα κομμάτια χαρτιού που πιθανόν να υπάρχουν δίπλα.

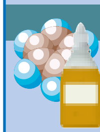
- *Διαβρέχουμε ένα κομμάτι πεχαμετρικού χαρτιού με μια καθαρή ράβδο που τη βουτάμε σ' ένα διάλυμα ή χρησιμοποιούμε ένα σταγονόμετρο. Κατά προτίμηση χρησιμοποιούμε ράβδο, ώστε να μην διαβραχεί πολύ το πεχαμετρικό χαρτί και «ξεπλυθεί» το χρώμα του. Για τον ίδιο λόγο αποφεύγουμε να εμβαπτίσουμε το πεχαμετρικό χαρτί κατευθείαν μέσα στο σωλήνα ή το ποτήρι που περιέχει το διάλυμα.*

- *Το χαρακτηριστικό χρωμα που παίρνει το κομμάτι του χαρτιού το συγκρίνουμε με την κλίμακα (δειγματολόγιο) χρωμάτων που υπάρχει στο κουτί, ενώ δίπλα σε κάθε χρώμα υπάρχει και αντίστοιχη αριθμητική τιμή του pH. Συγκρίνοντας το χρώμα βρίσκουμε κατά προσέγγιση την τιμή pH του διαλύματος.*



Όργανα - Συσκευές

- Ποτήρια ζέσης μικρά ή δοκιμαστικοί σωλήνες
- Κάψα ή ύαλος ωρολογίου
- Γυάλινη ράβδος



Αντιδραστήρια - Υλικά

- Ξίδι άχρωμο $CH_3COOH_3(aq)$ (αραίωση με νερό 1:1)
- Διάλυμα σόδας φαγητού, $NaHCO_3(aq)$ (τυχαία συγκέντρωση περίπου μισή κουταλιά σε 50mL νερού)
- Πεχαμετρικό χαρτί

Πώς θα εργαστούμε

- Τοποθετούμε τα διαλύματα των οποίων το pH θέλουμε να προσδιορίσουμε σε δοκιμαστικούς σωλήνες ή σε μικρά ποτήρια ζέσης.
- Κόβουμε το πεχαμετρικό χαρτί σε μικρά κομματάκια και τα τοποθετούμε στην κυρτή επιφάνεια μιας κάψας.
- Διαβρέχουμε ένα κομμάτι του πεχαμετρικού χαρτιού με ένα διάλυμα. (Ξεπλύνουμε κάθε φορά τη ράβδο με απιοντισμένο νερό και επαναλαμβάνουμε τη δοκιμασία με όσα διαλύματα διαθέτουμε).
- Ακολουθώντας τη διαδικασία που αναφέραμε στην προσδιορίζουμε την αριθμητική τιμή κάθε διαλύματος και τα κατατάσσουμε στα οξέα ή τις βάσεις.

ΔΥΟ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ - ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ για το ΘΟΛΟ ΤΟΠΙΟ στη ΧΗΜΕΙΑ

Του **Δ. Παυλίδη,** Χημικού - Φροντιστή

Θα αρχίσω με κάποιες παρατηρήσεις προτάσεις σχετικές με το αναλυτικό πρόγραμμα της Χημείας στο Λύκειο.

- Ο μαθητής φτάνει στη Β τάξη του Λυκείου και δεν ξέρει τι σημαίνει molarity, molality με αποτέλεσμα να χρειάζονται 2 ή και 3 εβδομάδες επανάληψης για να κατανοήσει τις παραπάνω έννοιες.

  Ο μαθητής στην Α τάξη του Λυκείου μαθαίνει για τα είδη της περιεκτικότητας, αλλά η μοριακότητα είναι προνόμιο του μαθητή του Ιδιωτικού Σχολείου, γιατί, λίγο οι καταλήψεις, λίγο οι εκδρομές, οι περίπατοι και οι γενικές συνελεύσεις μικραίνουν τη Σχολική χρονιά σε τέτοιο βαθμό ώστε ο καθηγητής δεν προλαβαίνει να διδάξει τίποτα σχεδόν από τον 4ο κεφάλαιο. Δεν νομίζω ότι είναι δύσκολο για το μαθητή της Α τάξης να μάθει για το γραμμομόριο στην αρχή της χρονιάς, έτσι ώστε αμέσως μετά να διδαχτεί τα Διαλύματα και τη συγκέντρωσή τους. Εκτός και αν οι αρμόδιοι του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου πιστεύουν ότι ο μαθητής τον Οκτώβριο δε μπορεί να εμπεδώσει, αλλά τον Απρίλιο μπορεί!

- Ο μαθητής φτάνει στη Γ τάξη και δεν ξέρει τι είναι οξείδωση - αναγωγή.

  Χάνονται έτσι άλλες 2 με 3 εβδομάδες για την αντίστοιχη επανάληψη. Το πρώτο κεφάλαιο της Β τάξης μπορεί με σχετική ευκολία να διδαχτεί στην Α τάξη του Λυκείου, ώστε ο μαθητής στη Β τάξη να έχει, ως διδακτέα, τουλάχιστον, ολόκληρη την ύλη του σημερινού βιβλίου, δηλαδή τα κεφάλαια 2, 3, 4, και 5.

  Για να μη γίνει δυσβάστακτη η ύλη της Α Λυκείου μπορεί κάποιο εδάφιο της σημερινής ύλης, να περάσει στο Γυμνάσιο, η ονοματολογία λόγου χάριν. Έτσι στη Γ τάξη ο μαθητής μπορεί να αφομοιώσει ευκολότερα το ανενεργό για φέτος κεφάλαιο 4 (ΗΛΕΚΤΡΟΧΗΜΕΙΑ) το οποίο, ας μη γελιόμαστε, είναι αδύνατο να διδαχτεί με την παρούσα κατάσταση μέσα στα επόμενα χρόνια. Όλοι μας γνωρίζουμε ότι το κεφάλαιο ΟΞΕΙΔΩΣΗ - ΑΝΑΓΩΓΗ είναι προαπαιτούμενο για τη μελέτη της Ηλεκτροχημείας. Φυσικά η επανάληψη (σε όσα σχολεία και με όποιο τρόπο εφαρμόζεται) στην αρχή του σχολικού έτους είναι αναποτελεσματικό ημίμετρο που μόνο σύγχυση επιφέρει στο μαθητή.

  Η οξειδοαναγωγή δεν μαθαίνεται μέσα σε 2 ή 3 διδακτικές ώρες, υπάρχει, άλλωστε, το εδάφιο της οξείδωσης στην Οργανική (κεφ. 5) όπου μπορεί ο εκπαιδευτικός επίσης να τη διδάξει.

Παραταύτα, θα παραθέσω στη συνέχεια έναν καθαρά επιστημονικό τρόπο για την ισοστάθμιση των οξειδοαναγωγικών αντιδράσεων που πιστεύω ότι θα βοηθήσει τόσο το μαθητή, στην εμπέδωση της αντίστοιχης θεωρίας, όσο και τον εκπαιδευτικό στη σωστή διδασκαλία. Άλλωστε είναι σε όλους μας γνωστό ότι ο καθένας μας διδάσκει συνήθως με διαφορετικό τρόπο για την ισοστάθμιση των αντιδράσεων, με αποτέλεσμα ο μαθητής να προσπαθεί απεγνωσμένα να καταλάβει τι συμβαίνει!

Ημιαντιδράσεις

Ημιαντιδράσεις ονομάζονται οι χημικές εξισώσεις στις οποίες αναγράφεται ο αριθμός των ηλεκτρονίων που αποβάλλεται (οξείδωση) ή προσλαμβάνεται (αναγωγή).

$Fe^{+3} + e^- \longrightarrow Fe^{+2}$ ΑΝΑΓΩΓΗ

$Sn^{+2} \longrightarrow Sn^{+4} + 2e^-$ ΟΞΕΙΔΩΣΗ

Οξειδωτικό σώμα είναι αυτό που **ανάγεται**, που προσλαμβάνει ηλεκτρόνια (Fe^{+3}).

Αναγωγικό σώμα είναι αυτό που **οξειδώνεται**, που αποβάλλει ηλεκτρόνια (Sn^{+2}).

Το **Οξειδωτικό** μαζί με το **Αναγωγικό σώμα** αποτελεούν το **Οξειδοαναγωγικό ζεύγος** (Fe^{+3}ΩFe^{+2}, Sn^{+2}ΩSn^{+4}).

Ισοστάθμιση ημιαντιδράσεων

1. Όξινο διάλυμα $Cr_2O_7^{2-}$ΩCr^{3+}

- **α)** Ισοσταθμίζουμε τα άτομα μετάλλων και αμετάλλων

$$Cr_2O_7^{2-} \rightleftharpoons 2Cr^{3+}.$$

- β) Εκεί που λείπουν άτομα οξυγόνου, προσθέτουμε αντίστοιχα μόρια H_2O

$$Cr_2O_7^{2-} \rightleftharpoons 2Cr^{3+} + 7H_2O.$$

- γ) Εκεί που λείπουν υδρογόνα, προσθέτουμε αντίστοιχα ιόντα H^+

$$Cr_2O_7^{2-} + 14H^+ \rightleftharpoons 2Cr^{3+} + 7H_2O.$$

- δ) Ισοσταθμίζουμε τα φορτία προσθέτοντας τον αντίστοιχο αριθμό ηλεκτρονίων στο μέλος με το μεγαλύτερο θετικό φορτίο.

$$CrO_7^{2-} + 14H^+ + 6e^- \rightleftharpoons 2Cr^{3+} + 7H_2O \quad \text{(i)}$$

2. Όξινο διάλυμα MnO_2ΩMn^{++}

α) $MnO_2 \rightleftharpoons Mn^{2+}$

β) $MnO_2 \rightleftharpoons Mn^{2+} + 2H_2O$

γ) $MnO_2 + 4H^+ \rightleftharpoons Mn^{2+} + 2H_2O$

δ) $MnO_2 + 4H^+ \rightleftharpoons Mn^{2+} + 2H_2O$ (ii)

3. Οξειδοαναγωγικό ζεύγος CH_3CH_2OHΩ$CH_3CH{=}O$ (όξινο διάλυμα)

α) $CH_3CH_2OH \rightleftharpoons CH_3CHO$

β) $CH_3CH_2OH \rightleftharpoons CH_3CHO + 2H^+$

γ) $CH_3CH_2OH \rightleftharpoons CH_3CHO + 2H^+ + 2e^-$ (iii)

4. Οξειδοαναγωγικό ζεύγος H_2SΩS (όξινο διάλυμα)

α) $H_2\overset{2-}{S} \rightleftharpoons \overset{0}{S}$

β) $H_2S > S + 2H^+$

γ) $H_2S > S + 2H^+ + 2e^-$ (iv)

5. Οξειδοαναγωγικό ζεύγος Fe^0ΩFe^{3+}

α) $Fe > Fe^{3+}$

β) $Fe > Fe^{3+} + 3e^-$ (v)

6. Οξειδοαναγωγικό ζεύγος NH_3ΩN_2 (όξινο διάλυμα)

α) $2\overset{3-}{N}H_3 \rightleftharpoons \overset{0}{N_2}$

β) $2NH_3 \rightleftharpoons N_2 + 6H^+$

γ) $2NH_3 \rightleftharpoons N_2 + 6H^+ + 6e^-$

7. Οξειδοαναγωγικό ζεύγος MnO_4^-ΩMnO_2

α) $MnO_4^- \rightleftharpoons MnO_2$

β) $MnO_4^- \rightleftharpoons MnO_2 + 2H_2O$

γ) $MnO_4^- + 4H^+ \rightleftharpoons MnO_2 + 2H_2O$

δ) $MnO_4^- + {}^*4H_2O \rightleftharpoons MnO_2 + 2H_2O + 4OH^-$

$MnO_4^- + 2H_2O \rightleftharpoons MnO_2 + 4OH^-$ και τέλος

$MnO_4^- + 2H_2O + 3e^- \rightleftharpoons MnO_2 + 4OH^-$ (vii)

8. Οξειδοαναγωγικό ζεύγος S^{2-}ΩSO_4^{2-} (βασικό περιβάλλον)

α) $S^{2-} \rightleftharpoons SO_4^{2-}$

β) $S^{2-} + 4H_2O \rightleftharpoons SO_4^{2-}$

γ) $S^{2-} + 4H_2O \rightleftharpoons SO_4^{2-} + 8H^+$

δ) $S^{2-} + 4H_2O + 8OH^- \rightleftharpoons SO_4^{2-} + 8H^+ + 8OH^-$

$S^{2-} + \cancel{4}H_2O + 8OH^- \rightleftharpoons SO_4^{2-} + \overset{4}{\cancel{8}}H_2O$

$S^{2-} + 8HO^- \rightleftharpoons SO_4^{2-} + 4H_2O$

$S^{2-} + 8OH^- \rightleftharpoons SO_4^{2-} + 4H_2O + 8e^-$ (iix)

Ισοστάθμιση χημικών αντιδράσεων

Α. ΣΕ ΟΞΙΝΟ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ

Βήμα 1ο: Γράφουμε τις ημιαντιδράσεις.

Βήμα 2ο: Σε καθεμιά ημιαντίδραση ισοσταθμίζουμε όλα τα στοιχεία εκτός από Ο και Η.

Βήμα 3ο: Ισοσταθμίζουμε το Ο προσθέτοντας αντίστοιχα μόρια H_2O

Βήμα 4ο: Ισοσταθμίζουμε το Η προσθέτοντας αντίστοιχα ιόνται H^+.

Βήμα 5ο: Ισοσταθμίζουμε το φορτίο προσθέτοντας αντίστοιχο αριθμό ηλεκτρονίων e^-.

Βήμα 6ο: Πολλαπλασιάζουμε τις ημιαντιδράσεις με κατάλληλους συντελεστές ώστε να εξισωθεί αριθμός των ηλεκτρονίων.

Βήμα 7ο: Προσθέτουμε τις ημιαντιδράσεις.

Β. ΣΕ ΒΑΣΙΚΟ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ

Βήμα 8ο: Προσθέτουμε και στα δύο μέλη της εξίσωσης τόσα ιόντα OH^- όσα είναι και τα H^+.

Βήμα 9ο: Επειδή H^+ και OH^- σχηματίζουν H_2O απλοποιούμε με τα μόρια του H_2O.

Εφαρμογή

Να ισοσταθμιστεί η αντίδραση μεταξύ των στοιχείων I^-ΩI_2 και OCl^-ΩCl^-.

ΟΞΙΝΟ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ

Β. 1: $I^- \longrightarrow I_2$ *Οξείδωση*

$OCl^- \longrightarrow Cl^-$ *Αναγωγή*

Β. 2: $2I^- \longrightarrow I_2$

$OCl^- \longrightarrow Cl^-$

Τα 4 H_2O προκύπτουν από $4H^+ + 4OH^-$.

Β. 3: $2I^- \longrightarrow I_2$

$OCl^- \longrightarrow Cl^- + H_2O$

Β. 4: $2I^- \longrightarrow I_2$

$2H^+ + OCl^- \longrightarrow Cl^- + H_2O$

Β. 5: $2I^- \longrightarrow I_2 + 2e^-$

$2H^+ + 2e^- + OCl^- \longrightarrow Cl^- + H_2O$

Β. 6, 7: $\boxed{2I^- + 2H^+ + OCl^- \longrightarrow I_2 + Cl^- + H_2O}$

ΒΑΣΙΚΟ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ

Β. 8: $2OH^- + 2I^- + 2H^+ + OCl^- \longrightarrow$

$\longrightarrow I_2 + Cl^- + H_2O + 2OH^-$

Β. 9: $2H_2O + 2I^- + OCl^- \longrightarrow I_2 + Cl^- + H_2O + 2OH^-$

$\boxed{H_2O + 2I^- + OCl^- \longrightarrow I_2 + Cl^- + 2OH^-}$

Παράδειγμα I

ΙΙ : $MnO_2 + \overset{2}{\cancel{4}}H^+ + \cancel{2e^-} \rightleftharpoons Mn^{2+} + 2H_2O$

ΙΙΙ : $CH_3CH_2OH \rightleftharpoons CH_3CHO + 2H^+ + \cancel{2e^-}$

$CH_3CH_2OH + MnO_2 + 2H^+ \rightleftharpoons$

$\rightleftharpoons CH_3CHO + Mn^{2+} + 2H_2O$

Παράδειγμα II

IV : $H_2S \rightleftharpoons S + 2H^+ + 2e^-$

I : $Cr_2O_7^{2-} + \overset{8}{\cancel{14}}H^+ + 6e^- \rightleftharpoons 2Cr^3 + 7H_2O$

3 $3H_2S \rightleftharpoons 3S + \cancel{6H^+} + \cancel{6e^-}$

$3H_2S + Cr_2O_7^{2-} + 8H^+ \rightleftharpoons 3S + 2Cr^{3+} + 7H_2O$

Παράδειγμα III

VII : $MnO_4^- + 2H_2O + 3e^- \rightleftharpoons MnO_2 + 4OH^-$

I : $S^{2-} + 8OH^- \rightleftharpoons SO_4^{2-} + 4H_2O + 8e^-$

8 $8MnO_4^- + \overset{4}{\cancel{16}}H_2O + \cancel{24e^-} \rightleftharpoons 8MnO_2 + \overset{8}{\cancel{32}}OH^-$

3 $3S^{2-} + \cancel{24OH^-} \rightleftharpoons 3SO_4^{2-} + \cancel{12H_2O} + \cancel{24e^-}$

$8MnO_4^- + 3S^{2-} + 4H_2O \rightleftharpoons$

$8MnO_2 + 3SO_4^{2-} + 8OH^-$

Άσκηση

Να γίνει ισοστάθμιση των παρακάτω αντιδράσεων με τη μέθοδο των ημιαντιδράσεων:

$Cl_2 + NaBr$	$\longrightarrow$	$NaCl + Br_2$
$MnO_4^{1-} + H_2C_2O_4$	$\longrightarrow$	$MnO_2 + CO_2$
$Cd + NiO_2$	$\longrightarrow$	$Cd(OH)_2 + Ni(OH)_2$
$CN^{1-} + MnO_4^{1-}$	$\longrightarrow$	$CNO^{1-} + Mn^{3+}$
$Cr_2O_7^{2-} + Cl^{1-}$	$\longrightarrow$	$Cr^{3+} + Cl_2$
$Cu + HNO_3$	$\longrightarrow$	$Cu^{2+} + NO_2$
$Mn^{2+} + NaBiO_3$	$\longrightarrow$	$Bi^{3+} + MnO_4^{1-}$
$NO_2^{1-} + Al$	$\longrightarrow$	$NH_3 + Al(OH)_4^{1-}$
$Cr(OH)_3 + ClO^{1-}$	$\longrightarrow$	$CrO_4^{2-} + Cl_2$
$IO^{1-} + Cr^{2+}$	$\longrightarrow$	$I^{1-} + Cr_2O_7^{2-}$
$S_2O_6^{2-} + VO^{2+}$	$\longrightarrow$	$H_2SO_3 + VO_2^{2+}$
$N_2O + Br_2$	$\longrightarrow$	$HBrO_3 + N_2$
$IO_3^{1-} + I^{1-}$	$\longrightarrow$	I_3^{1-}
H_2SO_3	$\longrightarrow$	$S + HSO_4^{1-}$
$N_2H_5^{1+} + Fe(CN)_6^{3-}$	$\longrightarrow$	$N_2 + Fe(CN)_6^{4-}$

ΜΙΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑ του ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ «ΔΙΟΞΕΙΔΙΟ ΤΟΥ ΑΝΘΡΑΚΑ» με την ΑΞΙΟΠΟΙΗΣΗ ΠΡΟΥΠΑΡΧΟΥΣΩΝ ΓΝΩΣΕΩΝ των ΜΑΘΗΤΩΝ

Του **Π. Παπαθεοφάνους,** Χημικού

Όλοι οι μαθητές έχουν ακούσει για το «φαινόμενο του θερμοκηπίου» –φαινόμενο που είναι υπεύθυνο για τις κλιματολογικές αλλαγές στον πλανήτη μας– που γίνεται όλο και πιο έντονο λόγω της αύξησης του ποσοστού του διοξειδίου του άνθρακα στην ατμόσφαιρα.

Έτσι γεννιέται το ερώτημα «πώς παράγεται και τι ιδιότητες έχει το αέριο αυτό;».

Οι μαθητές μπορούν να απαντήσουν στο πρώτο σκέλος του ερωτήματος, αρκεί να τους βοηθήσουμε να ανακαλέσουν στη μνήμη τους προϋπάρχουσες γνώσεις και ακούσματα από τις δύο τελευταίες τάξεις του Δημοτικού Σχολείου.

Γνωρίζουν οι μαθητές ότι το βράδυ πριν κοιμηθούμε πρέπει να βγάζουμε έξω από το υπνοδωμάτιο τα λουλούδια ή τα φυτά που υπάρχουν. Ο λόγος είναι γνωστός. Τα φυτά εκτελούν τη λειτουργία *της αναπνοής* όλο το 24ωρο. Με το οξυγόνο που δεσμεύουν, οξειδώνουν (καίουν) τη γλυκόζη που παρασκευάζουν κατά τη διάρκεια της μέρας (φωτοσύνθεση), και έτσι εξασφαλίζουν την ενέργεια που χρειάζονται, ελευθερώνοντας συγχρόνως διοξείδιο του άνθρακα.

γλυκόζη + οξυγόνο → ΔΙΟΞΕΙΔΙΟ ΤΟΥ ΑΝΘΡΑΚΑ + νερό + ΕΝΕΡΓΕΙΑ

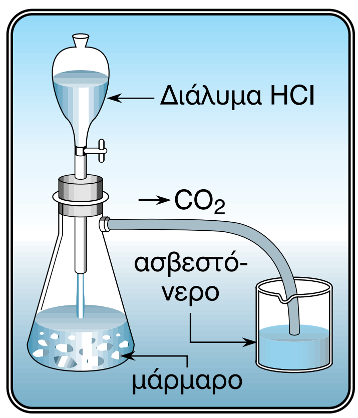
Η λειτουργία της αναπνοής πραγματοποιείται με ανάλογο τρόπο στους ζωικούς οργανισμούς και στον άνθρωπο. Με τη βοήθεια του παρακάτω πειράματος μπορούμε να δείξουμε ότι στα αέρια που εκπνέουμε περιέχεται διοξείδιο του άνθρακα.

Σε γυάλινο ποτήρι που περιέχει διαυγές ασβεστόνερο που παρασκευάσαμε τουλάχιστον 1 ώρα πριν το μάθημα, φυσάμε με ένα καλαμάκι. Παρατηρούμε ότι το διάλυμα θολώνει. Αφήνουμε το θολό διάλυμα να ηρεμήσει και βλέπουμε ότι στον πυθμένα (πάτο) του ποτηριού έχουν δημιουργηθεί αδιάλυτοι λευκοί κόκκοι στερεού προϊόντος από την αντίδραση του διοξειδίου του άνθρακα με την ασβέστη.

Αναφερόμαστε στη συνέχεια στην ατμοσφαιρική ρύπανση και πιο συγκεκριμένα στα καυσαέρια των αυτοκινήτων, των μέσων μαζικής μεταφοράς και των εργοστασίων. Οι μαθητές γνωρίζουν ότι κύριο συστατικό τους είναι το διοξείδιο του άνθρακα που σχηματίζεται κατά την καύση της βενζίνης, του πετρελαίου, του κάρβουνου. Αποτελεί δηλαδή προϊόν της καύσης ουσιών που χαρακτηρίζονται ως καύσιμα.

Για να ολοκληρώσουμε τις μεθόδους παρασκευής εκτελούμε πάντα μέσα στην τάξη, με τη βοήθεια των μαθητών, το παρακάτω πείραμα.

Σε μια κωνική γυάλινη φιάλη ρίχνουμε μερικά κομμάτια μάρμαρο. Με διαχωριστικό χωνί ή προχοΐδα προσθέτουμε υδροχλωρικό οξύ στη φιάλη και παρατηρούμε την παραγωγή φυσαλίδων.



Μπορούμε εύκολα να αποδείξουμε ότι οι φυσαλίδες είναι διοξείδιο του άνθρακα· αν με τη βοήθεια ενός λαστιχένιου σωλήνα διαβιβάσουμε το αέριο σε ένα ποτήρι που περιέχει διαυγές ασβεστόνερο θα παρατηρήσουμε ότι το ασβεστόνερο θολώνει.

Προτρέπουμε τους μαθητές να εκτελέσουν στο σπίτι τα παρακάτω δύο πειράματα.

- Σε ένα φαρδύ ποτήρι του νερού, βάζουμε μέχρι τη μέση ξίδι και στη συνέχεια βυθίζουμε ένα αυγό

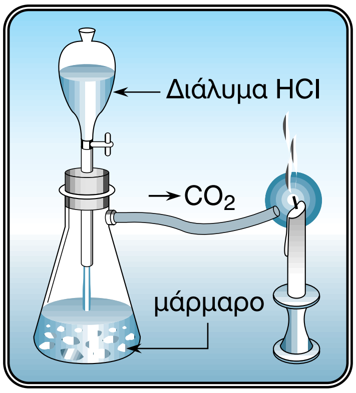
προσεκτικά ώστε να μην σπάσει. Φροντίζουμε το αυγό να είναι σκεπασμένο σχεδόν όλο με ξίδι, συμπληρώνοντας αν χρειαστεί. Παρατηρούμε την παραγωγή φυσαλίδων. Αφήνουμε το αυγό βυθισμένο στο ξίδι περίπου 24 ώρες. Βγάζουμε το αυγό από το ξίδι και διαπιστώνουμε ότι έχει γίνει μαλακό και συγχρόνως έχει αποκτήσει ελαστικότητα.

- Σε ένα γυάλινο πιατάκι ρίχνουμε 1-2 κουταλιές του γλυκού σόδα του φαγητού και στη συνέχεια ρίχνουμε μερικές σταγόνες από ξίδι. Παρατηρούμε έναν έντονο αφρισμό που οφείλεται στο αέριο (διοξείδιο του άνθρακα) που παράγεται.

Τους εξηγούμε ότι τόσο το μάρμαρο, όσο η σόδα και το τσόφλι του αυγού ανήκουν σε μια κατηγορία ενώσεων που χαρακτηρίζονται ως ανθρακικά άλατα, ενώ το ξίδι και το υδροχλωρικό οξύ ανήκουν σε μια άλλη κατηγορία ενώσεων που χαρακτηρίζονται χημικά ως *οξέα*.

Μετά τις παρασκευές μπορούμε να απαντήσουμε στο δεύτερο σκέλος του ερωτήματος «ποιες είναι οι ιδιότητες του διοξειδίου του άνθρακα;».

Επαναλαμβάνουμε το πείραμα που περιγράφεται σχηματικά στην εικόνα 2, με τη διαφορά ότι το λαστιχένιο σωλήνα τον στρέφουμε σε ένα αναμμένο κερί ή για λόγους εντυπωσιασμού τον τοποθετούμε σε ένα άδειο ποτήρι, στο οποίο μετά από 2-3 λεπτά βάζουμε ένα αναμμένο κερί δεμένο με σύρμα, που έχει ύψος περίπου το μισό του ποτηριού. Διαπιστώνουμε ότι το κερί σβήνει. Αφαιρούμε το κερί γυρίζουμε το ποτήρι ανάποδα και στη συνέχεια ξαναβάζουμε το κερί αναμμένο και αυτό παραμένει αναμμένο.



Με το πείραμα αυτό, διαπιστώνουμε δύο χαρακτηριστικές ιδιότητες του διοξειδίου του άνθρακα.

Ιδιότητα 1η: Το διοξείδιο του άνθρακα σβήνει τη φωτιά, ιδιότητα που χρησιμοποιούμε στην κατασκευή πυροσβεστήρων.

Όταν γυρίσαμε το ποτήρι ανάποδα και ξαναβάλαμε το αναμμένο κερί αυτό έμεινε αναμμένο γιατί είχε φύγει, «τρέξει», το διοξείδιο του άνθρακα.

Ιδιότητα 2η: Το διοξείδιο του άνθρακα είναι βαρύτερο από τον αέρα.

Βιβλιογραφία

- Ερευνώ το φυσικό κόσμο. Φυσικά Ε τάξης Δημοτικού. Μέρος 1ο.
- Ερευνώ το φυσικό κόσμο. Φυσικά Στ τάξης Δημοτικού. Μέρος 1ο.
- Χημεία Β Γυμνασίου Εκδόσεις «ΖΗΤΗ».

Όπως μπορεί να διαπιστώσει κάποιος από την περιορισμένη βιβλιογραφία που παρατίθεται, η διδασκαλία του μαθήματος στηρίχτηκε σε γνώσεις που αποκτήθηκαν στο Δημοτικό και αυτό που χρειάζεται στο Γυμνάσιο είναι η οργάνωση και αναβάθμιση προϋπαρχουσών γνώσεων. ◆

ΜΙΑ «ΑΛΛΗ» ΣΤΟΙΧΕΙΟΜΕΤΡΙΑ

Η ΧΗΜΙΚΗ ΕΞΙΣΩΣΗ στη ΣΩΣΤΗ της ΘΕΣΗ

Του **Ξ. Σουπιού,** Χημικού

Ο λόγος που πολλοί μαθητές αντιπαθούν το μάθημα της Χημείας είναι η επιμονή των καθηγητών στην «αξία» της χημικής εξίσωσης, ειδικά όταν πρόκειται για Χημεία Γενικής Παιδείας. Μια επιμονή που οδηγεί τους μαθητές στο να μη μπορούν να πάρουν κάποια μόρια, απαραίτητα με το καινούργιο σύστημα αξιολόγησης των μαθητών, όταν έχουν να λύσουν ένα πρόβλημα στοιχειομετρίας.

Ο παραδοσιακός τρόπος επίλυσης τέτοιων προβλημάτων ξεκινάει με το γράψιμο της σχετικής χημικής εξίσωσης, που αν δεν την ξέρεις δεν μπορείς να προχωρήσεις.

Ένας άλλος τρόπος, που βάζει τη χημική εξίσωση σε δεύτερη μοίρα, επιτρέπει στο μαθητή να δείξει στους βαθμολογητές ότι γνωρίζει αρκετά πράγματα που χρειάζονται για τη λύση του στοιχειομετρικού προβλήματος και αξίζει να βαθμολογηθεί για αυτά, αρκεί να μην ξεκινήσει υποχρεωτικά με την αναγραφή της χημικής εξίσωσης.

Ας δούμε, με τη βοήθεια ενός διαγράμματος ροής, μια άλλη μέθοδο επίλυσης στοιχειομετρικών προβολημάτων που δεν έχει ως αφετηρία τη χημική εξίσωση.

1. ποσότητα δεδομένων $\xrightarrow{\text{μετατροπή σε}}$ mol δεδομένων
2. mol δεδομένων $\xrightarrow{\text{προκύπτει με τη βοήθεια της χημικής εξίσωσης}}$ mol ζητουμένων
3. mol ζητουμένων $\xrightarrow{\text{μετατροπή σε}}$ ποσότητα ζητουμένων

- Οι μετατροπές στο 1ο βήμα γίνονται με τη βοήθεια του παρακάτω πίνακα.

Ποσότητα δεδομένων		mol δεδομένων
μάζα m	σε moles →	$n = \frac{m}{M}$
όγκος *V* σε STP	σε moles →	$n = \frac{V \text{ σε L}}{22{,}4}$
όγκος *V* σε άλλες συνθήκες	σε moles →	$n = \frac{PV}{RT}$
ποσότητα διαλύματος + περιεκτικότητα διαλύματος →	ποσότητα διαλυμένης ουσίας →	mol ουσίας

- στο 2ο βήμα ο αριθμός mol των δεδομένων μετατρέπεται σε αριθμό mol των ζητουμένων με τη βοήθεια της χημικής εξίσωσης και
- στο 3ο βήμα ακολουθώντας μια πορεία αντίστροφη από αυτήν του 1ου βήματος δηλαδή:

$$m = nM$$

$$V = n \cdot 22{,}4 \text{ L σε STP}$$

$$V = \frac{nRT}{P}$$

μετατρέπουμε τα mol των ζητουμένων που βρήκαμε στη μορφή που ζητάει η άσκηση.

Ας εφαρμόσουμε την παραπάνω μέθοδο με ένα συγκεκριμένο παράδειγμα.

Πόσα λίτρα αερίου, σε STP, παράγονται κατά τη θερμική διάσπαση 12,25 g χλωρικού καλίου; Δίνονται $A_{r,K}$: K = 39, O = 16, Cl = 35,5.
(Σχολικό βιβλίο Α Λυκείου σελ. 122).

Λύση

Βήμα 1ο: Μετατροπή της ποσότητας των δεδομένων (μάζα του χλωρικού καλίου) σε moles δεδομένων.

$$n = \frac{m}{M} \qquad n = \frac{12{,}25\ \text{g}}{122{,}5\ \text{g/mol}} = 0{,}1 \text{ mol } KClO_3$$

Βήμα 2ο: Σύνδεση mol δεδομένων με mol ζητουμένων με τη βοήθεια της χημικής εξίσωσης

$$2KClO_3 \longrightarrow 2KCl + 3O_2\uparrow$$

$$\frac{2}{0{,}1} = \frac{3}{x}$$

$$x = 0{,}15 \text{ mol}$$

Βήμα 3ο: Μετατροπή των mol ζητουμένων στην κατάλληλη μορφή

$$V = n \cdot 22{,}4 \text{ L} \qquad V = 0{,}15 \cdot 22{,}4 \text{ L} \qquad V = 3{,}36 \text{ L}$$

Πλεονεκτήματα της μεθόδου:

1. Ο μαθητής μπορεί να ξεκινήσει την επίλυση της άσκησης κάνοντας μόνο τις μετατροπές του 1ου βήματος και να βαθμολογηθεί,
2. ακόμη και αν γράψει λάθος τη χημική εξίσωση, στο 2ο βήμα, θα δείξει στους διορθωτές ότι έχει καταλάβει το ρόλο των συντελεστών, θα προχωρήσει στο 3ο βήμα με σωστό τρόπο εργασίας και θα βαθμολογηθεί η όλη του προσπάθεια ανάλογα.

ΜΙΑ ΠΡΟΤΑΣΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ ΑΞΙΟΠΟΙΗΣΗΣ ΤΟΥ ΚΕΙΜΕΝΟΥ

«Η ΖΗΤΙΑΝΑ ΤΟΥ ΛΟΚΑΡΝΟ»

ΤΟΥ HEINRICH VON KLEIST

Της **Π. Αλατζόγλου,** Φιλολόγου στο 2ο Ε.Λ. Συκεών

Το διήγημα αυτό βρίσκεται στο βιβλίο Νεότερη Ευρωπαϊκή Λογοτεχνία που διδάσκεται ως μάθημα επιλογής στη Β τάξη του Ενιαίου Λυκείου από τη σχολική χρονιά 1998-1999.

Προτείνεται η διδασκαλία του να ολοκληρωθεί σε δύο διδακτικές ώρες με το σχετικό υλικό κατανεμημένο ως εξής:

1η διδακτική ώρα: γίνεται αναφορά στο κίνημα του ρομαντισμού (με στόχο αργότερα να ανακαλυφθούν μέσα στο υπό εξέταση κείμενο τα ρομαντικά του στοιχεία) και δίνονται πληροφορίες για το συγγραφέα του έργου. Τέλος, δίνεται σε φωτοτυπία το διήγημα «Η ζητιάνα του Λοκάρνο» μέχρι του σημείου «... και οπισθοχωρεί προς τη θερμάστρα». Η διδακτική ώρα τελειώνει με την ανάθεση άσκησης (που έχει σχέση με το γεγονός ότι το κείμενο δόθηκε σε φωτοτυπία, και μάλιστα όχι ολοκληρωμένο) για την επόμενη φορά.

2η διδακτική ώρα: το μάθημα ξεκινάει με τη λύση της άσκησης που ανατέθηκε την προηγούμενη φορά και συνεχίζεται με το σχολικό βιβλίο στις σελ. 187-188. Η διδασκαλία του συγκεκριμένου διηγήματος ολοκληρώνεται με τη σύγκρισή του μ' ένα άλλο κείμενο της ίδιας περιόδου και με ανάθεση ασκήσεων. Τα παραδείγματα ερωτήσεων που δίνονται μπορούν να χρησιμεύσουν είτε για την προσέγγιση του κειμένου είτε για ασκήσεις στο σπίτι.

Ρομαντισμός

Ο Ρομαντισμός, κίνημα που παρουσιάστηκε ως αντίδραση στον αναγεννησιακό κλασικισμό, κυριαρχεί στην Ευρώπη ανάμεσα στα 1815 και 1850. Πρωτοεμφανίστηκε στην Αγγλία και Γερμανία, αλλά άνθησε κυρίως στη Γαλλία μετά το 1830.

Η εποχή του ρομαντισμού ήταν μια εποχή πολυεπίπεδη και χωρίς ενότητα. Αντιθέσεις και προσπάθεια για την άμβλυσή τους συνθέτουν το πρόγραμμά του. Όνειρο και πραγματικότητα. Παραμύθια και Κοινωνική Κριτική, Παρελθόν και Παρόν. Οριστικό και Αόριστο, Σοβαρό και Αστείο προσπαθούν να συντεθούν.

Η άνοδος της αστικής τάξης, η πτώση των ευγενών, η ζωή των εργατών, η κοινωνική αδικία αποτελούν πηγές έμπνευσης για το ρομαντικό μυθιστόρημα. Ακόμη το μεταφυσικό, θρησκευτικό, μυστηριώδες στοιχείο και οι σκοτεινές πλευρές του ανθρώπινου εσωτερικού κόσμου (μοναξιά, μελαγχολία, φόβος του θανάτου). Ρομαντικά είναι και τα στοιχεία της έλλειψης της πατρίδας, της περιπλάνησης, του πεπρωμένου, του φόβου της απώλειας του εγώ, της εμμονής στην ιστορία του ιδίου τόπου και στη λαϊκή παράδοση, της αναζήτησης ενός κέντρου, μιας εσωτερικής ενότητας και εντέλει του απείρου.

Heinrich von Kleist

Γεννήθηκε στη Φρανκφούρτη του Oder στις 18.10.1777. Παρακολούθησε μαθήματα στο γαλλικό γυμνάσιο του Potsdam και στη συνέχεια ακολούθησε στρατιωτική καριέρα μέχρι το 1799, οπότε εγκατέλειψε το επάγγελμά του, για να σπουδάσει φιλοσοφία, φυσική, μαθηματικά και πολιτικές επιστήμες. Αυτά τα χρόνια γνώρισε τη φιλοσοφία του Kant. Κάτω από την επίδρασή της άρχισε να αμφιβάλλει για την αντικειμενικότητα της γνώσης και την εγκυρότητα της κρίσης.

Στις 22 Μαρτίου 1801 έγραψε στην αρραβωνιαστικιά του Wilhelmine von Zenge τα εξής: «Πρόσφατα γνώρισα την καντιανή φιλοσοφία· θα μοιραστώ μαζί σου κάποιες σκέψεις που σίγουρα θα σε συνταράξουν, όπως άλλωστε συντάραξαν και μένα. Δεν ξέρεις, βέβαια, το σύνολο της φιλοσοφίας του Καντ, για να μπορέσεις ν' αντιληφθείς πλήρως το νόημα αυτών που θα σου γράψω, ωστόσο θα προσπαθήσω να είμαι όσο το δυνατόν περισσότερο σαφής.

Αν όλοι οι άνθρωποι στην θέση των ματιών τους είχαν πράσινα γυαλιά, τότε όλα τα αντικείμενα θα ήταν γι' αυτούς πράσινα και ποτέ δε θα μπορούσαν να πουν με ακρίβεια αν τα μάτια τους τους δείχνουν τα πράγματα, όπως όντως είναι... . Το ίδιο συμβαίνει και με τη νόηση. Δεν μπορούμε να αποφασίσουμε αν αυτό που

ονομάζουμε αλήθεια είναι όντως αλήθεια ή αν μας φαίνεται μόνο ότι είναι αλήθεια... ».

Μετά το 1800 ο Kleist άρχισε να ταξιδεύει. Πουθενά δεν παρέμεινε για μακρό χρονικό διάστημα· ήταν άρρωστος, αισθανόταν θλιμμένος και κουρασμένος από τη ζωή.

Το διάστημα μεταξύ Οκτωβρίου 1802 και Μαρτίου 1803 το πέρασε στη Βαϊμάρη. Δεν είναι σαφές αν συναντήθηκε ποτέ με τον Γκαίτε και τον Σίλλερ. Όσο και αν θαύμαζε τον Γκαίτε, ποτέ δεν συμμερίστηκε την αισιόδοξη φιλοσοφία του, σύμφωνα με την οποία η ανθρωπότητα θα βελτιώνεται συνεχώς υπό την επήρεια της Τέχνης και της Λογοτεχνίας.

Ο Kleist, ο συγγραφέας της «Σπασμένης Στάμνας», μιας από τις καλύτερες και τις πιο φημισμένες κωμωδίες στη γερμανική γλώσσα, ήταν ένας απαισιόδοξος άνθρωπος. Από τις αρχές του 1810 ήταν στο Βερολίνο, όπου άρχισε να εκδίδει και εφημαρίδα καθημερινής κυκλοφορίας με θέματα που αντλούσε από την τοπική κοινωνία. Η γνωριμία του με τον αρχηγό της αστυνομίας του επέτρεπε να μαθαίνει από πρώτο χέρι γεγονότα της επικαιρότητας· δημοσίευε ακόμη κείμενα για τη λογοτεχνία, όπως για το θέατρο μαριονέτας, αλλά και κείμενα λογοτεχνικά, όπως «η Ζητιάνα του Λοκάρνο» που ακολουθεί:

ΣΤΟΥΣ ΠΡΟΠΟΔΕΣ ΤΩΝ ΑΛΠΕΩΝ, στο Λοκάρνο της βόρειας Ιταλίας, βρισκόταν ένας παλιός πύργος, ιδιοκτησία ενός μαρκησίου, απ' τον οποίο ο σημερινός διαβάτης που έρχεται από το Σαν Γκοττάρ δεν βλέπει παρά τα ερείπια και τα χαλάσματά του: ένας πύργος με ψηλοτάβανες και ευρύχωρες κάμαρες, που σε μιαν απ' αυτές κάποτε η πυργοδέσποινα, κυριευμένη από συμπόνια, είχε καλέσει μια γριά άρρωστη γυναίκα, που ζητιάνευε μπροστά στην πόρτα της, να πλαγιάσει σ' ένα αχυρόστρωμα που είχαν επίτηδες στρώσει γι' αυτήν. Ο μαρκήσιος που, επιστρέφοντας απ' το κυνήγι, μπήκε τυχαία στο δωμάτιο, όπου συνήθιζε ν' αφήνει το τουφέκι του, πρόσταξε θυμωμένος τη γυναίκα να σηκωθεί από τη γωνιά όπου ήταν πλαγιασμένη και να πάει να χωθεί πίσω απ' τη θερμάστρα. Όπως η γυναίκα σηκώθηκε, γλίστρησε με το δεκανίκι της πάνω στο γλιστερό δάπεδο, έπεσε και χτύπησε επικίνδυνα στη μέση της· σηκώθηκε με απερίγραπτους πόνους και διέσχισε το δωμάτιο, όπως την είχαν προστάξει· πίσω απ' τη θερμάστρα, όμως, σωριάστηκε χάμω και ξεψύχησε με βογκητά και στεναγμούς.

Μερικά χρόνια αργότερα, καθώς ο μαρκήσιος αντιμετώπιζε σοβαρές οικονομικές δυσχέρειες, εξαιτίας του πολέμου και της κακής σοδειάς, δέχτηκε την επίσκεψη ενός ιππότη από τη Φλωρεντία, που ήθελε ν' αγοράσει τον πύργο, χάρη στην όμορφη τοποθεσία του. Ο μαρκήσιος που προσδοκούσε πολλά απ' αυτή τη συναλλαγή, παράγγειλε στη γυναίκα του να φιλοξενήσει τον ξένο στην κάμαρη που προαναφέραμε, που έμενε αχρησιμοποίητη και την είχαν διαρρυθμίσει για μια άνετη και όμορφη διαμονή. Όμως τι έκπληξη ένιωσε το ζευγάρι, όταν ο ιππότης, κατάχλωμος και ταραγμένος, κατέβηκε μέσ' στ' άγρια μεσάνυχτα κοντά τους, διαβεβαιώνοντάς τους, στο λόγο της τιμής του, πως η κάμαρη ήταν στοιχειωμένη· κάτι αόρατο σ' ανθρώπου μάτι, μ' ένα θόρυβο σα να 'ταν πλαγιασμένο σ' αχυρόστρωμα, είχε σηκωθεί απ' τη γωνιά της κάμαρης, είχε διασχίσει το δωμάτιο με βήματα ευδιάκριτα, αργόσυρτα κι εξασθενισμένα και είχε σωριαστεί πίσω απ' τη θερμάστρα, όπου ξεψύχησε με βογκητά και στεναγμούς.

Ο μαρκήσιος ταραγμένος, δίχως κι ο ίδιος να γνωρίζει την αιτία, περιγέλασε τον ιππότη με προσποιητή ευθυμία για να τον καθησυχάσει και είπε πως θ' ανέβαινε ευθύς πάνω στην κάμαρη να περάσουν τη νύχτα μαζί. Όμως ο ιππότης θερμοπαρακάλεσε να του επιτρέψουν να περάσει τη νύχτα σε μια πολυθρόνα στην κρεβατοκάμαρα του μαρκησίου κι όταν ξημέρωσε πρόσταξε να ζέψουν την άμαξά του, υπέβαλε τα σέβη του και αναχώρησε.

Τούτο το περιστατικό προκάλεσε μια ασυνήθιστη αναστάτωση και αποθάρρυνε, προς μεγάλη δυσαρέσκεια του μαρκησίου, πολλούς αγοραστές· έτσι, μιας κι ανάμεσα στους ίδιους τους υπηρέτες του διαδόθηκε η φήμη πως στην κάμαρα πλανιόταν τα μεσάνυχτα ένα φάντασμα, ο μαρκήσιος, προκειμένου να δώσει τέρμα με μια αποτελεσματική ενέργεια σ' όλες αυτές τις διαδόσεις, αποφάσισε να ερευνήσει ο ίδιος το ζήτημα την επόμενη νύχτα.

Έτσι, σαν έπεσε το σκοτάδι, πρόσταξε ν' ανεβάσουν το κρεβάτι του στην κάμαρη που προαναφέραμε και περίμενε, άγρυπνος, να έρθουν τα μεσάνυχτα. Όμως πόσο ταράχτηκε, όταν πράγματι, σαν σήμανε η ώρα που βγαίνουν τα φαντάσματα, πρόσεξε τον αλλόκοτο θόρυβο· ήταν σαν ν' ανασηκωνόταν ένας άνθρωπος από ένα αχυρόστρωμα που έτριζε από κάτω του, να διέσχιζε το δωμάτιο και να κατέρρεε πίσω από τη θερμάστρα με στεναγμούς και ρόγχους. Το επόμενο πρωί, όταν κατέβηκε, τον ρώτησε η μαρκησία για τ' αποτελέσματα της έρευνας· αυτός με φοβισμένο και αμήχανο βλέμμα κοίταξε γύρω του και, αφού μαντάλωσε την πόρτα, τη διαβεβαίωσε πως η ιστορία με το φάντασμα ήταν αληθινή. Εκείνη τρόμαξε τόσο πολύ, όσο ποτέ άλλοτε στη ζωή της δεν είχε τρομάξει, και τον παρακάλεσε πριν κάνει γνωστή την ιστορία, να προχω-

ρήσουν μαζί, οι δυο τους, σε μια δεύτερη ψύχραιμη εξέταση του ζητήματος. Την επόμενη νύχτα όμως άκουσαν πράγματι, μαζί μ' έναν πιστό υπηρέτη που πήραν μαζί τους, τον ίδιο αλλόκοτο και στοιχειωμένο θόρυβο· και μόνο η έντονη επιθυμία ν' απαλλαγούν μ' οποιοδήποτε τίμημα απ' τον πύργο, τους έπεισε να μη φανερώσουν τον τρόμο που τους είχε κυριέψει μπροστά στον υπηρέτη τους και ν' αποδώσουν το συμβάν σε μια οποιαδήποτε, επιπόλαιη και συμπτωματική αιτία, που αργά ή γρήγορα θ' αποκαλυπτόταν. Την τρίτη βραδιά, καθώς οι δυο τους, αποφασισμένοι να εντοπίσουν τη ρίζα του κακού, ανέβαιναν με καρδιοχτύπι τη σκάλα προς τον ξενώνα, έτυχε να βρεθεί το σκυλί, που το 'χαν λύσει από την αλυσίδα του, μπροστά στην πόρτα του δωματίου. Τότε οι δυο τους, δίχως να το καλοσκεφτούν, ίσως με την ανομολόγητη επιθυμία να έχουν μια τρίτη ζωντανή παρουσία μαζί τους, πήραν και το σκύλο μέσα στο δωμάτιο. Το ζευγάρι με δυο κεριά πάνω στο τραπέζι, η μαρκησία δίχως να ξεντυθεί, ο μαρκήσιος με ξίφος και πιστόλια που είχε πάρει απ' το ερμάρι πλάι του, κάθησαν, γύρω στις έντεκα, καθένας στο κρεβάτι του· κι όπως προσπαθούσαν, όσο μπορούσαν, να περάσουν την ώρα με συζητήσεις, ο σκύλος μαζευει πόδια και κεφάλι, ξαπλώνει κι αποκοιμέται στη μέση του δωματίου. Έπειτα, τα μεσάνυχτα ακριβώς, ακούγεται πάλι ο φριχτός θόρυβος· κάτι αόρατο σ' ανθρώπου μάτι, ανασηκώνεται πάνω σε δεκανίκια στη γωνιά του δωματίου, ακούγεται το άχυρο να θροΐζει από κάτω του· και με το πρώτο βήμα, ταπ! ταπ! ταπ!, ξυπνά ο σκύλος, σηκώνεται όρθιος απ' το πάτωμα με τ' αυτιά τσιτωμένα, γρυλίζοντας και γαβγίζοντας σα να 'ρχόταν άνθρωπος κατά πάνω του και οπισθοχωρεί προς τη θερμάστρα [...].

Άσκηση: Πώς νομίζετε ότι τελειώνει το κείμενο;

Παραδείγματα ερωτήσεων

(αφού έχει προηγηθεί η ανάγνωση ολόκληρου του έργου - δηλ. στη δεύτερη διδακτική ώρα)

1 Θα μπορούσε η «Ζητιάνα του Λοκάρνο» να χαρακτηρισθεί έργο της ρομαντικής περιόδου; Γιατί;

2 Στα σχόλια του βιβλίου διαβάζουμε: «... Η ζητιάνα του Λοκάρνο» περιέχει θεματικά στοιχεία του ρομαντικού παραμυθιού». Ποια είναι αυτά τα στοιχεία μέσα στο κείμενο;

3 Ποια είναι τα βασικά πρόσωπα του διηγήματος; Παρουσιάζει ο συγγραφέας κάποιο απ' αυτά τα πρόσωπα συμπαθέστερο από τα άλλα; Γιατί;

4 Έχει σχέση η φιλοσοφική τοποθέτηση του συγγραφέα (όπως μαθαίνουμε από το βιογραφικό του σημείωμα) με τον τρόπο που παρουσιάζει τα βασικά πρόσωπα του διηγήματος;

5 Ποιοι κόσμοι συγκρούονται στο κείμενο; Ποια πρόσωπα τους εκπροσωπούν;

6 Να συγκρίνετε το μαρκήσιο, όπως παρουσιάζεται στην αρχή του διηγήματος και στο τέλος. Πού οφείλεται, κατά τη γνώμη σας, η στάση του στο τέλος;

7 Έχει, κατά τη γνώμη σας, το διήγημα διδακτικό χαρακτήρα;

8 Γράψτε μια μικρή ιστορία με έντονα τα στοιχεία του παραμυθιού, αντλώντας το υλικό σας από τον πίνακα του Μ.Κ. Έσερ που βρίσκεται στη σελίδα 182 του σχολικού βιβλίου.

9 Τι ενδιαφέρον θα μπορούσε να έχει για μας σήμερα το κείμενο του H. von Kleist; Τι παραλληλισμοί θα μπορούσαν να γίνουν ανάμεσα στην κοινωνική πραγματικότητα που περιγράφεται στη «Ζητιάνα του Λοκάρνο» και στη δική μας;

10 Δείξτε, με παραδείγματα μέσα από το κείμενο, την ψυχρότητα του ύφους του συγγραφέα.

11 Στη βιβλιογραφία διαβάζουμε: «...για τον Kleist η νουβέλα έγινε η αδερφή της τραγωδίας. Αυστηρή, αντικειμενική, γεμάτη από εσωτερική ένταση δεν μπόρεσε κανείς να φθάσει το ύψος της. Το συναίσθημα συμπιέσθηκε σ' έναν ρεαλισμό εξωτερικά άκαμπτο, αλλά με απίστευτη εσωτερική συγκίνηση...». Δικαιολογήστε το χαρακτηρισμό αυτό με βάση το κείμενο.

12 Συγκρίνετε τη «Ζητιάνα του Λοκάρνο» με το κείμενο που ακολουθεί:

E.T.A. Hoffmann, *Το ελιξήριο του διαβόλου*

[Βασικό μοτίβο αυτού του μυθιστορήματος που άσκησε μεγάλη επίδραση στη μεταγενέστερη λογοτεχνική παραγωγή είναι το μοτίβο του **σωσία**.

Ο μοναχός Μεδάρδος δικάζεται με την κατηγορία ότι έχει στην κατοχή του και πίνει το ελιξήριο του διαβόλου που συντελεί στο να βγαίνουν στην επιφάνεια όλες οι σκοτεινές του δυνάμεις.

Στο απόσπασμα που ακολουθεί ο Μεδάρδος, ντυμένος ως αστός, βρίσκεται στη φυλακή κατηγορούμενος για δολοφονία και συναντάει το σωσία του, για τον οποίο φαίνεται πως δεν ισχύουν οι κοινωνικές συμβάσεις].

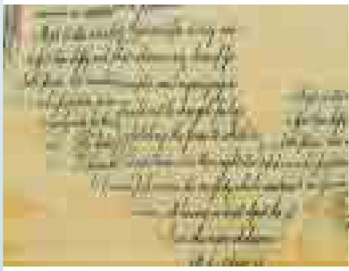
«Το ρολόι του πύργου είχε σημάνει 12 φορές, όταν ξανακούστηκε το ελαφρύ χτύπημα που τόσο με είχε ενοχλήσει χθες. Δεν θέλησα να δώσω προσοχή, αλλά το χτύπημα επέμεινε όλο και πιο δυνατά και συγχρόνως ακούστηκε γέλιο και αναστεναγμός. Βρόντηξα το χέρι μου στο τραπέζι και φώναξα "ησυχία εκεί κάτω", πιστεύοντας ότι έτσι θα δώσω θάρρος στον εαυτό μου, μια που ένιωθα να με τριγυρίζει κάτι κακό. Αλλά τότε στο γέλιο προστέθηκε και μια φωνή που έλεγε "Αδελφέ, αδελφέ εκεί πάνω... άνοιξέ μου". Και τότε στο έδαφος ακριβώς δίπλα από τα πόδια μου ακούστηκε κάτι που έξυνε, γρατζούνιζε και χτυπούσε και που όλο γελούσε και αναστέναζε· όλο και πιο δυνατός γινόταν ο θόρυβος –το ξύσιμο, το γρατζούνισμα– και που και που ακούγονταν απειλητικοί κρότοι, αλλά και ο γδούπος από βαριά αντικείμενα που έπεφταν.

Είχα σηκωθεί και κρατούσα τη λάμπα στο χέρι. Και τότε κουνήθηκε κάτι κάτω από το πόδι μου· έκανα ένα βήμα πίσω και είδα πως εκεί που στεκόμουν μια πέτρα του πατώματος έσπασε σε μικρότερα κομμάτια. Την έπιασα και την απομάκρυνα εντελώς. Στο άνοιγμα φάνηκε μια σκοτεινή μορφή· ένα γυμνό χέρι που κρατούσε μαχαίρι απλώθηκε εναντίον μου. Κατατρομαγμένος έκανα ένα βήμα πίσω. Από το βάθος άκουσα κάποιον να τραυλίζει: "Αδερφάκι!... Αδερφάκι! Ο Μεδάρδος είναι εδώ· επάνω... τράβα, τράβα... φύγε... φύγε στο δάσος... στο δάσος!". Αμέσως η σκέψη μου έτρεξε στη φυγή και στη σωτηρία. Ξεπερνώντας τον τρόμο, άρπαξα το μαχαίρι και άρχισα με βιασύνη ν' απομακρύνω τα χώματα ανάμεσα από τις πέτρες του πατώματος. Τέσσερις - πέντε πέτρες κυλίστηκαν στην άκρη κι αυτός που βρισκόταν κάτω πετάχτηκε στα γρήγορα επάνω· ήταν ένας άντρας γυμνός μέχρι τα λαγόνια του που με κοίταζε όπως ένα φάντασμα και γελούσε το γέλιο ενός τρελού. Το φως της λάμπας έπεσε όλο πάνω του –αναγνώρισα τον εαυτό μου...

1. Ποιες καλλιτεχνικές δυνατότητες προσφέρει το μοτίβο του σωσία;
2. Πώς θα μπορούσε να αποδώσει κανείς σήμερα αυτό που αισθητοποιεί ο Hoffmann με το μοτίβο του σωσία;
3. Θα διαβάζατε ευχαρίστως το κείμενο του Hoffmann; Γιατί;

Βιβλιογραφία

1. Νάσος Βαγενάς κ.ά., (ανθολ.), Νεότερη Ευρωπαϊκή λογοτεχνία. Ανθολόγιο μεταφράσεων, Β Ενιαίου Λυκείου (επιλογής), ΟΕΔΒ, Αθήνα 1998.
2. Νένα Κοκκινάκη κ.ά., Νεότερη Ευρωπαϊκή λογοτεχνία. Προτάσεις ερμηνείας, Καστανιώτης, Αθήνα 1999 (με προτεινόμενη περαιτέρω βιβλιογραφία).
3. Reinbard Lindenbahn, Arbeitsheft zur Literaturgeschichte. Romantik. Texte. Übungen, Cornelsen, Berlin 1998.
4. Fritz Martini, Deutsche Literaturgeschichte. Von den Anfängen bis zur Gegenwart, Stuttgart 1984.
5. Γιώργου Α. Χασιάκου, Ερμηνευτικό λεξικό των –ισμών. Επικαιρότητα, Αθήνα 1989.
6. Ιστορία Νεότερη και Σύγχρονη για τη Β τάξη ΕΛ, ΟΕΔΒ, Αθήνα.



ΧΡΗΣΤΙΚΟ ΛΕΞΙΚΟ ΦΙΛΟΣΟΦΙΚΩΝ ΟΡΩΝ

Του **Δ. Φαρμάκη,** Φιλολόγου

Σκοπός του σύντομου αυτού χρηστικού λεξικού φιλοσοφικών όρων είναι να αποσαφηνίσει ορισμένες φιλοσοφικές έννοιες, που χρησιμοποιούνται στα διάφορα κεφάλαια του βιβλίου. Ιδιαίτερη προσπάθεια καταβλήθηκε, για να διατηρηθεί ο αξιόπιστος και εύληπτος χαρακτήρας του χρηστικού αυτού ευρετηρίου, ώστε να διευκολυνθεί η προσπέλαση στα πρωτότυπα φιλοσοφικά έργα κα η άμεση διείσδυση στον πυρήνα των φιλοσοφικών θεωριών.

Αγνωστικισμός: Φιλοσοφική θεωρία που πρεσβεύει ότι είναι αδύνατη η γνώση του υπεραισθητού· ιδιαίτερα αρνείται τη δυνατότητα της μεταφυσικής και της ύπαρξης Θεού.

Αιτιότητα: Λογική αρχή, σύμφωνα με την οποία κάθε αποτέλεσμα οφείλεται σε ένα αίτιο.

Αναγωγή: Ο συσχετισμός μιας πρότασης, μιας θεωρίας με μια γενικότερη αρχή, πιο περιληπτική και ουσιαστική.

Αναλυτικές κρίσεις: Σύμφωνα με τον Καντ, είναι οι κρίσεις στις οποίες οι γνώσεις που μας δίνει το κατηγορούμενο περιέχονται στο υποκείμενο π.χ. όλα τα σώματα είναι εκτατά.

Αναφορικότητα: Η στροφή της συνείδησης σε ένα αντικείμενο που βρίσκεται έξω απ' αυτή.

Ανιμισμός: Η τάση να αποδίδεται στα πράγματα μια ψυχή ανάλογη προς την ψυχή του ανθρώπου (anima = ψυχή).

Αξίωμα: Μια απλούστατη πρόταση, η αλήθεια της οποίας είναι αυτοφανής και γι' αυτό δεν είναι αναγκαίο ούτε και δυνατό ν' αποδειχτεί.

a posteriori: (εκ των υστέρων). Αυτό που προέρχεται από την εμπειρία.

a priori:(εκ των προτέρων). Αυτό που προηγείται από την εμπειρία και νοείται ανεξάρτητα απο αυτή. (Σύμφωνα με τον Καντ, ο **χώρος** και ο **χρόνος** είναι στοιχεία **a priori).**

Βιταλισμός: φιλοσοφική θεωρία που απορρίπτει τη μηχανιστική αντίληψη της ζωής και υποθέτει πως υπάρχει μια ιδιαίτερη υπερφυσική ζωική δύναμη (vis vitalis) που δαμάζει τη νεκρή ύλη ή αποδέχεται τη ζωή ως το πρωταρχικό, από το οποίο προήλθαν τα ανόργανα όντα.

Βολουνταρισμός: Η αντίληψη που αναγνωρίζει προτεραιότητα στη **βούληση** και όχι στο πνεύμα ή στο συναίσθημα.

Γίγνεσθαι: Η αλλαγή, η μετάβαση από μια κατάσταση σε μια άλλη.

Διαλεκτική: Διαδικασία που εξελίσσεται βαθμιαία –με λόγο και αντίλογο, θέση και αντίθεση. Στην Εγελιανή φιλοσοφία η διαλεκτική είναι φιλοσοφική αντίληψη, σύμφωνα με την οποία η ίδια η πραγματικότητα θεωρείται ως διαλεκτική κίνηση των ιδεών.

Δόγμα: Φιλοσοφική πίστη που επιβάλλεται από την αυθεντία. Είναι αναπόδεικτη, δεν υπόκειται σε κριτικό έλεγχο και γίνεται υποχρεωτικά δεκτή.

Δομή: Σύστημα στοιχείων οργανωμένων κατά τέτοιο τρόπο, ώστε να απαρτίζουν ένα όλο με εσωτερική συνοχή και αυτοτέλεια.

Δυισμός: Κάθε φιλοσοφικό σύστημα που δέχεται πως η πραγματικότητα αποτελείται από δύο αντίθετες και ανεξάρτητες αρχές: π.χ. πνεύμα - ύλη, αγαθό - κακό.

Είδος: Η μορφή, το σχήμα. Στον Αναξαγόρα και Εμπεδοκλή, το αντίθετο της ύλης· στον Πλάτωνα, η ιδέα· στον Αριστοτέλη, η μορφή ή η ουσία της ύλης. Στη φαινομενολογία, η καθαρή ουσία του όντος.

Είναι: α) Η δεδομένη κατάσταση ενός προσώπου ή πράγματος· β) η ύπαρξη· γ) όλα όσα υπάρχουν στο σύνολό τους· δ) η ουσία, δηλαδή η μεταφυσική υποδομή όλων όσα υπάρχουν· ε) απολύτως (το είναι): ο Θεός.

Εμμονοκρατία (immanens): Μορφή της θετικής φιλοσοφίας που διδάσκει ότι το ενδοσυνειδησιακό περιεχόμενο είναι το μόνο υποκείμενο της γνώσης.

Εμπειρία: Η γνώση της αντικειμενικής πραγματικότητας διαμέσου των αισθήσεων.

Εντελέχεια: Αυτό που περιέχει μέσα του τον επιδιωκόμενο σκοπό.

Επιλογισμός: Ο στοχασμός της σκέψης για τον ίδιο τον εαυτό της, η διερεύνηση των ουσιωδών ιδιοτήτων της.

Επιστημολογικός: Το επίθετο αυτό χαρακτηρίζει καθετί που σχετίζεται με τη θεωρία ή την κατάκτηση της επιστήμης και, γενικότερα, της γνώσης.

Επιστητό: Αυτό που μπορεί να αποτελέσει αντικείμενο γνώσης.

Εποπτεία: Στο γνωσιοθεωρητικό σύστημα του Καντ οι εποπτείες είναι το εμπειρικό υλικό που έχει ήδη υποβληθεί σε μια πρώτη επεξεργασία, πριν έρθει σε επαφή με τις κατηγορίες. Οι θεμελιώδεις μορφές της εποπτείας είναι ο **χώρος** και ο **χρόνος.**

Εποχή: α) Στους αρχαίους Σκεπτικούς: αναστολή της διατύπωσης γνώμης, επειδή δεν υπάρχει δυνατότητα να υποστηριχθεί μια από τις αντιτιθέμενες –και εξίσου αληθοφανείς– απόψεις. β) στη φαινομενολογία: τοποθέτηση “μέσα σε παρένθεση” του κόσμου, η οποία δε σημαίνει ούτε απόρριψη ούτε αποδοχή της ύπαρξής του.

Θετικισμός: Ως γνωσιολογικός όρος δηλώνει τη “σχολή” εκείνη που βασίζεται μόνο στην εμπειρία και δέχεται ότι μπορούμε να γνωρίσουμε μόνο το αντικείμενο των φυσικών επιστημών.

Θυμοκρατία: Ψυχολογική δοξασία, σύμφωνα με την οποία το συναίσθημα είναι θεμελιώδης λειτουργία της ψυχικής ζωής, απ’ όπου εκπορεύονται η νόηση και η βούληση.

Ιδεαλισμός: Φιλοσοφική κοσμοθεωρία που προτάσσει την ιδέα, τη νόηση, τη συνείδηση και θεωρεί τη φύση, την ύλη, το “είναι” δευτερογενή παράγωγα των αισθήσεων.

Ιρρασιοναλισμός (αλογισμός): Ιδεαλιστική φιλοσοφική σχολή, η οποία δυσπιστεί στη λογική σκέψη ή δέχεται την ύπαρξη ανώτερων από το πνεύμα γνωστικών δυνάμεων (πίστη, θρησκεία, ενόραση), οι οποίες δεν μπορούν να υπαχθούν στον έλεγχο του λογικού και της επιστήμης.

Κατηγόρημα: Μόνιμη ιδιότητα ενός όντος που απορρέει αναγκαία από τη φύση του, χωρίς να είναι ταυτόσημη μ’ αυτό. Π.χ. το κατηγόρημα του υλικού σώματος είνα η έκταση.

Κατηγορίες: α) Στον Αριστοτέλη, βασικές λογικές έννοιες που εκφράζουν τις πιο ουσιαστικές και γενικές ιδιότητες και σχέσεις των όντων και των φαινομένων. β) Στον Καντ, προεμπειρικές μορφές λειτουργίας της νόησης, χάρη στις οποίες οργανώνεται και αξιοποιείται το υλικό της εμπειρίας.

Κομφορμισμός: Το αξίωμα σύμφωνα με το οποίο ο καθένας σκέπτεται και ενεργεί ακριβώς όπως οι άλλοι.

Λόγος: α) Ο νους, το “πνεύμα”· β) η συλλογιστική ικανότητα της ψυχής, με την οποία οργανώνει και αξιοποιεί τα νοήματά της· γ) η γλωσσική έκφραση –προφορική ή γραπτή– των νοημάτων. δ) Στον Καντ, η ανώτερη γνωστική δεξιότητα του ανθρώπου.

Μεταφυσική: Κάθε γνώση που υπερβαίνει τη φύση ή τα φαινόμενα, για να εξήγησει αυτό που κρύβεται πίσω απ’ αυτά και τα προσδιορίζει.

Μονισμός: Θεωρία ότι όλα τα όντα παράγονται από μια ενιαία ουσία (ύλη ή πνεύμα).

Νοησιαρχία (intellectualismus): Φιλοσοφική θεωρία που δίνει προβάδισμα στις νοητικές δυνάμεις του ανθρώπου.

Νομιναλισμός (ονοματοκρατία): Μεσαιωνική φιλοσοφική θεωρία σύμφωνα με την οποία οι γενικές έννοιες της νόησης (universalia) είναι οι τοποθετημένες στη συνείδηση ομοιότητες των ξεχωριστών πραγμάτων της αντικειμενικής πραγματικότητας. Τα πράγματα υπάρχουν πριν από τις γενικές έννοιες, οι οποίες είναι απλά ονόματα, που περιγράφουν πολλά όμοια αντικείμενα.

Ντεϊσμός: Η πίστη στο δημιουργό του κόσμου θεό, ο οποίος, όμως, δεν επεμβαίνει στα γεγονότα του κόσμου.

Ντετερμινισμός: (από το λατ. determino = ορίζω, περιορίζω, προσδιορίζω). Επιστημολογική αρχή, σύμφωνα με την οποία τα φαινόμενα καθορίζονται από ακριβείς συνθήκες ύπαρξης, με αποτέλεσμα τα ίδια αίτια να προκαλούν τα ίδια αποτελέσματα. Κατά τον ντετερμινισμό, η σταθερή σχέση αιτίου - αποτελέσματος μπορεί να διατυπωθεί με επιστημονικούς νόμους, που καθιστούν δυνατή την πρόβλεψη των φαινομένων.

Ον: α) Αυτό που έχει ανικειμενική ύπαρξη· β) η αντικειμενική πραγματικότητα συνολικά· γ) αυτό που υπάρχει πραγματικά και διαφοροποιείται από τα φαινόμενα, των οποίων αποτελεί αιτία ύπαρξης.

Οντολογία: Ο κλάδος της συστηματικής φιλοσοφίας που ασχολείται με το ον.

Ορθολογισμός: Συνεκφράζει όλα τα φιλοσοφικά ρεύματα που δέχονται ως πηγή και κριτήριο της γνώσης τη λογική σκέψη.

Ουσία: Αυτό που υπάρχει αντικειμενικά και που εξαιτίας του αποκτούν νόημα τα γνωρίσματα που το προσδιορίζουν. Η πρώτη λ.χ. κατηγορία για τον

Αριστοτέλη είναι η κατηγορία της ουσίας: άνθρωπος, ίππος κ.λ.π.

Πανθεϊσμός: Φιλοσοφική αντίληψη που δέχεται ότι θεός και κόσμος ταυτίζονται.

Πολυαρχία ή πολυκρατία: Η θεωρία που δέχεται πως ο κόσμος αποτελείται από πολλά και αυτοτελή στοιχεία, τα οποία προέρχονται από πολλές ανεξάρτητες αρχές του Είναι.

Πραγματισμός: Φιλοσοφικό δόγμα που αρνείται την αντικειμενικότητα της αλήθειας και ταυτίζει την αντικειμενική πραγματικότητα με το σύνολο της υποκειμενικής πείρας, με την έννοια της πρακτικής χρησιμότητας.

Περσοναλισμός (προσωποκρατία): Φιλοσοφική σχολή που θεωρεί ότι το πρόσωπο είναι η πρωταρχική πνευματική αρχή του κόσμου, ο οποίος είναι ένα σύνολο προσώπων.

Σενσουαλισμός: Φιλοσοφική θεωρία σύμφωνα με την οποία όλα τα ψυχικά φαινόμενα απορρέουν από τις αισθήσεις· η γνώση καθορίζεται μόνον απ' αυτές.

Σημειωτική: Η γενική διδασκαλία για τα ανθρώπινα εκφραστικά μέσα· **σημείο,** η έκφραση κατάστασης ή κίνησης του πνεύματος, το υλικό αντικείμενο (σχήμα, όγκος), που είναι στη θέση ενός άλλου πράγματος.

Σκεπτικισμός: Φιλοσοφική διδασκαλία που θεμελιώθηκε στην Αρχαία Ελλάδα, κυρίως από τον Πύρρωνα και αρνείται τη δυνατότητα γνώσης έξω από τη σφαίρα των αισθήσεων, ενώ προβάλλει την αμφιβολία για όλα.

Σολιπσισμός (από το λατ. solus: "μόνος" και ipse: "αυτός"): Ακραία μορφή υποκειμενικού ιδεαλισμού που πρεσβεύει ότι το μόνο αναμφισβήτητο είναι η συνείδηση με το περιεχόμενό της.

Συμβεβηκός: Το συμπτωματικό· οι μεταβλητές ιδιότητες, τα δευτερεύοντα γνωρίσματα ενός όντος.

Σχετικισμός: Η θεωρία που αρνείται τη μια, απόλυτη και αντικειμενική αλήθεια και δέχεται πως όλες οι γνώσεις είναι υποκειμενικές και συμβατικές.

Τελολογία: Φιλοσοφική αντίληψη που δέχεται πως όσα υπάρχουν έχουν δημιουργηθεί και λειτουργούν με καθορισμένο σκοπό. (τέλος: σκοπός).

Υλισμός: Είναι η μεταφυσική άποψη πως η ύλη είναι η μόνη παγματικότητα, η βαθύτερη ουσία του κόσμου, το υπόστρωμα όλων των επιφαινομένων.

Υπερβατικό: Αυτό που υπερβαίνει την εμπειρία των αισθήσεων και είναι δυνατό να κατανοηθεί ή να γίνει προσιτό μόνο με μια νοητική θέαση ή λογική ενέργεια.

Υπαρξισμός: Σύγχρονη φιλοσοφική αντίληψη κατά την οποία ο άνθρωπος δεν αποτελεί μέρος ενός μεταφυσικού σχεδίου, αλλά ιδιάζουσα οντότητα και πρέπει ως άτομο να δημιουργεί τη δική του ύπαρξη, ανάλογα με τις συνθήκες και το περιβάλλον.

Φαινομενολογία: Φιλοσοφική σχολή που αρνείται την ύπαρξη των δεδομένων του εμπειρικού κόσμου και επιχειρεί να συλλάβει τα "φαινόμενα" με νοητική εποπτεία και να εισδύσει στην αρχική ουσία των αισθητών και ατομικών αντικειμένων.

Φορμαλισμός (από το λατ. forma: μορφή): Νοητική στάση που ερευνά τη μορφή, όχι το περιεχόμενο. Ο γνωσιολογικός φορμαλισμός ενδιαφέρεται για την τυπική ορθότητα της επεξεργασίας ορισμένων δεδομένων, ενώ αδιαφορεί για την αλήθεια του περιεχομένου τους.

◆

ΜΙΑ ΠΡΟΤΑΣΗ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ: Η ΚΟΙΝΩΝΙΚΗ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΚΗ ΟΡΓΑΝΩΣΗ ΣΤΗΝ ΑΡΧΑΙΑ ΕΛΛΑΔΑ

Του **Στ. Βλαχόπουλου***

Γενική παρατήρηση

Το συγκεκριμένο μάθημα διδάσκεται στους μαθητές της Β΄ Λυκείου που έχουν επιλέξει τη θεωρητική κατεύθυνση. Τόσο οι μαθητές, όσο και οι εκπαιδευτικοί έχουν στη διάθεσή τους ένα αρκετά καλό εγχειρίδιο. Το εν λόγω εγχειρίδιο καινοτομεί στο βαθμό που επιχειρεί να υπερβεί τη συμβαντολογική ιστορία, στο βαθμό που προσπαθεί να διαπραγματευθεί ζητήματα τα οποία απασχολούν το ευρύ φάσμα των κοινωνικών και ανθρωπιστικών επιστημών. Η προσέγγιση των θεμάτων φιλοδοξεί να είναι «ολιστική» και πολυεπίπεδη. Κατά συνέπεια, η διδακτική προσπέλαση των ζητημάτων οφείλει να είναι και αυτή με τη σειρά της πολυεπίπεδη, πολύτροπη και πολύμορφη.

Παρακάτω επιχειρώ να παρουσιάσω έναν ορισμένο τρόπο διδασκαλίας ορισμένων θεμάτων του σχολικού εγχειριδίου. Ο τρόπος αυτός δοκιμάστηκε κατά την παρελθούσα ακαδημαϊκή χρονιά με πολύ ενθαρρυντικά αποτελέσματα. Ο εν λόγω τρόπος διδασκαλίας στηρίζεται στην ενσωμάτωση δύο κρίσιμων δεδομένων: α) χρησιμοποιεί τα βασικά εργαλεία της διδακτικής θεωρίας, ένα από τα οποία είναι η επαρκής προετοιμασία του μαθήματος από τον καθηγητή (προσδιορισμός συγκεκριμένων διδακτικών στόχων, διαγραμματική ανάλυση της ενότητας που θα διδαχθεί κλπ.)· β) λαμβάνει υπόψη της το γεγονός ότι οι μαθητές γνωρίζουν αρκετά πράγματα για την αρχαία ελληνική κοινωνία και ιστορία από τα σχολικά εγχειρίδια του Γυμνασίου και του Λυκείου. Με τον τρόπο αυτό αποφεύγει τον κίνδυνο να δημιουργήσει στους μαθητές την αίσθηση ότι καλούνται να ασχοληθούν και πάλι με ένα αντικείμενο το οποίο ήδη γνωρίζουν.

Μεθοδολογική αφετηρία της εν λόγω διδασκαλίας είναι η συνειδητή προσέγγιση του παρελθόντος μέσα από το παρόν. Έστω λοιπόν ότι προγραμματίσαμε να διδάξουμε από την ευρύτερη ενότητα των κοινωνικών θεσμών τη σχέση γάμου και οικογένειας. Η διδασκαλία αρχίζει με το ερώτημα: Τι γνωρίζουν οι μαθητές για το ζήτημα των θεσμών; Καλούνται λοιπόν στην τάξη να αναφέρουν παραδείγματα θεσμών από το παρόν, δηλαδή από την κοινωνία μέσα στην οποία ζουν. Στη συνέχεια καλούνται να απαντήσουν στο ερώτημα: Τι είναι και τι κάνουν οι κοινωνικοί θεσμοί; Συνεργάζονται, δηλαδή, για να διαμορφώσουν έναν ορισμό των κοινωνικών θεσμών και για να προσδιορίσουν τη λειτουργία τους. Με την κατάλληλη υποβοήθηση από τον καθηγητή συνειδητοποιούν ότι οι κοινωνικοί θεσμοί είναι τα μέσα που διαθέτουν οι κοινωνίες για να επιτύχουν σημαντικούς κοινωνικούς σκοπούς. Αντιλαμβάνονται ότι μέσα από τη μελέτη των θεσμών μιας κοινωνίας βαθαίνει η γνώση τους τόσο για τη συγκεκριμένη κοινωνία, όσο και για την κοινωνία μέσα στην οποία ζουν. Αποκτούν την ικανότητα να κάνουν συγκρίσεις, να εντοπίζουν ομοιότητες και διαφορές, να διαχωρίζουν το συγκυριακό από το διαχρονικό, να συνειδητοποιούν τις συνέχειες και τις ασυνέχειες στην ιστορική διαδρομή της ανθρωπότητας.

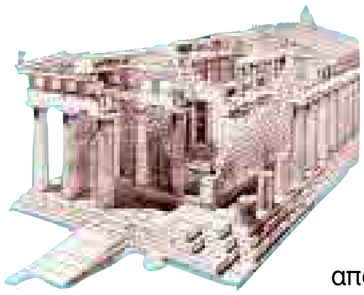
Στη συνέχεια οι μαθητές καλούνται να απαντήσουν στα ερωτήματα: Γιατί παντρεύονται οι άνθρωποι στην εποχή μας; Ποιος είναι ο σκοπός του γάμου σήμερα; Πολύ γρήγορα οι μαθητές καταλήγουν στο συμπέρασμα ότι βασικός σκοπός του γάμου είναι σήμερα η δημιουργία οικογένειας, η οποία με τη σειρά της αποσκοπεί στην απόκτηση απογόνων. Αμέσως μετά, οι μαθητές καλούνται να αναζητήσουν τους λόγους για τους οποίους –κύριος σκοπός της οικογένειας είναι η απόκτηση απογόνων. Εξίσου γρήγορα οδηγούνται οι μαθητές στο συμπέρασμα ότι η απόκτηση απογόνων συντελεί στη διατήρηση ή και στην αύξηση του πληθυσμού, άρα στη διατήρηση της κοινωνίας, στην κληρονομική μεταβίβαση της περιουσίας από τους γονείς στα παιδιά τους, στην εξασφάλιση της περίθαλψης

---

* Ο Στέργιος Βλαχόπουλος εργάζεται ως καθηγητής στη Δημόσια Μέση Εκπαίδευση. Συμμετείχε στη συγγραφή του νέου σχολικού εγχειριδίου: *Κοινωνιολογία* (Ο.Ε.Δ.Β. 1998) ως μέλος της συγγραφικής ομάδας. Δημοσίευσε πρόσφατα (Δεκέμβριος 1999) από τις εκδόσεις ΖΗΤΗ ένα βιβλίο εργασίας για τους μαθητές και καθηγητές, μία «Τράπεζα Θεμάτων» για το σχολικό εγχειρίδιο: *Η κοινωνική και πολιτική οργάνωση στην αρχαία Ελλάδα* το οποίο διδάσκεται στη θεωρητική κατεύθυνση της Β΄ Λυκείου.

των γονέων στα δύσκολα χρόνια των γηρατειών. Αμέσως μετά ο καθηγητής πληροφορεί την τάξη ότι τους παραπάνω ακριβώς σκοπούς υπηρετούσαν και στην αρχαία ελληνική κοινωνία οι θεσμοί του γάμου και της οικογένειας. Συνεπώς, με εργαλείο τη γνώση του παρόντος, κατακτούν τη γνώση του παρελθόντος!

Στη συνέχεια οι μαθητές καλούνται να διερευνήσουν τις στάσεις της σύγχρονης κοινωνίας απέναντι στους άγαμους. Εύκολα οι μαθητές θα περιγράψουν καταστάσεις που ήδη γνωρίζουν από το οικογενειακό, το συγγενικό, το φιλικό και, ευρύτερα, το κοινωνικό περιβάλλον τους. Θα αναφερθούν στις κοινωνικές πιέσεις, άμεσες και έμμεσες, θα περιγράψουν πρακτικές όπως οι προξενιές, θα θίξουν το ρόλο των γραφείων συνοικεσίων κλπ. Μέσω της διαδικασίας αυτής θα γίνει φανερή η λανθάνουσα γνώση που κατέχουν οι μαθητές, το γεγονός δηλαδή ότι η σύγχρονη κοινωνία προσπαθεί μέσω της κοινωνικής πίεσης και του κοινωνικού ελέγχου να περιορίσει την αγαμία. Αμέσως μετά ο καθηγητής μπορεί να πληροφορήσει την τάξη ότι και στην αρχαία Ελλάδα και ειδικότερα στη Σπάρτη, σύμφωνα με πληροφορίες που μας παρέχει ο Πλούταρχος οι άγαμοι υποβάλλονταν σε αυστηρή κοινωνική κριτική. Χαρακτηριστικά της αυστηρότητας με την οποία αντιμετωπίζονταν οι γάμοι από τη σπαρτιατική κοινωνία ήταν οι τελετές δημόσιου χλευασμού, ο εξαναγκασμός τους να τραγουδούν άσματα με τα οποία να παραδέχονται ότι δικαίως τιμωρούνται κλπ.



Συμπέρασμα

Με την ίδια μεθοδολογία ο καθηγητής μπορεί να προχωρήσει με επιτυχία στη διδασκαλία και των άλλων κοινωνικών θεσμών. Ωστόσο, η μέθοδος αυτή δεν είναι τυφλοσούρτης. Άλλες διδακτικές ενότητες μπορεί να ενδείκνυνται για την εφαρμογή άλλων μεθόδων για την επίτευξη των επιδιωκόμενων στόχων. Η μέθοδος αυτή, αλλά και οποιαδήποτε άλλη ανάλογης οπτικής, απαιτεί πολύ καλή προετοιμασία της διδασκαλίας από τον καθηγητή. Το ζήτημα όμως αυτό υπερβαίνει τα όρια της παρουσίασης αυτής. Γεγονός είναι ότι, αν ο καθηγητής χρησιμοποιήσει τις διδακτικές θεωρίες, τη φαντασία του και το ανθρώπινο δυναμικό της τάξης του, μπορεί να εντοπίζει κάθε φορά εξειδικευμένους τρόπους διδασκαλίας και να επιτυγχάνει σε μεγάλο βαθμό τους στόχους του εξαιρετικά δύσκολου λειτουργήματος που επιτελεί.