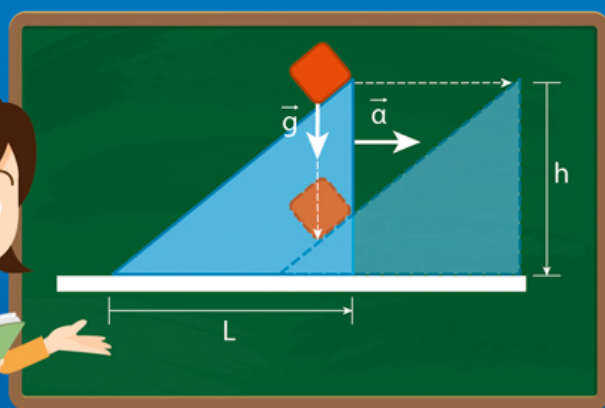


Βασίλης Τσούνης

# Φυσική

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

$$a = g \frac{L}{h}$$



- \* Αναλυτική θεωρία - Παρατηρήσεις - Επεξηγήσεις
- \* Βοηθητικά θέματα - Μεθοδολογία ασκήσεων
- \* Λυμένα παραδείγματα - Εφαρμογές
- \* Ερωτήσεις κλειστού τύπου - κατανόησης
- \* Ασκήσεις και προβλήματα - Κριτήρια αξιολόγησης

ISBN 978-960-456-553-5

© Copyright, Σεπτέμβριος 2020, Εκδόσεις Ζήτη, Βασίλης Τσουνής

---

*Το παρόν έργο πνευματικής ιδιοκτησίας προστατεύεται κατά τις διατάξεις του ελληνικού νόμου (Ν.2121/1993 όπως έχει τροποποιηθεί και ισχύει σήμερα) και τις διεθνείς συμβάσεις περί πνευματικής ιδιοκτησίας. Απαγορεύεται απολύτως η άνευ γραπτής άδειας του εκδότη κατά οποιοδήποτε τρόπο ή μέσο αντιγραφή, φωτοανατύπωση και εν γένει αναπαραγωγή, εκμίσθωση ή δανεισμός, μετάφραση, διασκευή, αναμετάδοση στο κοινό σε οποιαδήποτε μορφή (ηλεκτρονική, μηχανική ή άλλη) και η εν γένει εκμετάλλευση του συνόλου ή μέρους του έργου.*

---

Διεύθυνση Συγγραφέα:

Βασίλης Τσουνής: Γρηγορίου Λαμπράκη 2, ΤΚ 30132, Αργίριο

Τηλέφωνα: 2641058109 και 6946448496

[http:// www.btsounis.gr](http://www.btsounis.gr)

email: basilis.tsounis1@gmail.com

**Φωτοστοιχειοθεσία**

**Εκτύπωση**

**Βιβλιοδεσία**

  
**www.ziti.gr**

**Π. ΖΗΤΗ & Σια Ι.Κ.Ε.**

18<sup>ο</sup> χλμ Θεσσαλονίκης - Περαιάς

Τ.Θ. 4171 • Περαιά Θεσσαλονίκης • Τ.Κ. 570 19

Τηλ.: 2392.072.222 - Fax: 2392.072.229 • e-mail: info@ziti.gr

**ΒΙΒΛΙΟΠΩΛΕΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ:**

Αρμενοπούλου 27 - 546 35 Θεσσαλονίκη • Τηλ.: 2310-203.720 • Fax 2310-211.305

e-mail: sales@ziti.gr

**ΒΙΒΛΙΟΠΩΛΕΙΟ ΑΘΗΝΩΝ:**

Χαριλάου Τρικούπη 22 - Τ.Κ. 106 79, Αθήνα • Τηλ.-Fax: 210-3816.650

e-mail: athina@ziti.gr

**ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΟ ΒΙΒΛΙΟΠΩΛΕΙΟ:** [www.ziti.gr](http://www.ziti.gr)

## Πρόλογος

---

Το βιβλίο αυτό γράφτηκε με στόχο να αποτελέσει **εγχειρίδιο** για την Α' Λυκείου και όχι ένα ακόμη βοήθημα.

Όπως και τα προηγούμενα βιβλία μου απευθύνεται:

- ❖ στο απαιτητικό καθηγητή που ως δάσκαλος προσπαθεί και αγωνιά για την καλύτερη και σφαιρική προετοιμασία των μαθητών του,
- ❖ στους φιλόδοξους και απαιτητικούς μαθητές, που αναζητούν όλο το εύρος των φαινομένων και επιδιώκουν στέρεες βάσεις για όλη την πορεία τους στο Λύκειο, τις Πανελλαδικές εξετάσεις αλλά και για τις μετέπειτα πανεπιστημιακές σπουδές τους.

Στο βιβλίο αυτό υπάρχουν:

- ✚ αναλυτική θεωρία,
- ✚ πλήθος εφαρμογών που αποτελεί και την καλύτερη μεθοδολογία επίλυσης των ασκήσεων,
- ✚ βοηθητικά θέματα,
- ✚ ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής,
- ✚ ερωτήσεις κατανόησης με την μορφή του 2ου θέματος των εξετάσεων,
- ✚ ασκήσεις και προβλήματα,
- ✚ κριτήρια αξιολόγησης,
- ✚ απαντήσεις των ερωτήσεων και προβλημάτων.

Οι μεν δραστηριότητες του βιβλίου ( παραδείγματα, ερωτήσεις, ασκήσεις, και προβλήματα) αποτελούν **τράπεζα θεμάτων με το μέγιστο εύρος**, η δε θεωρία και μεθοδολογία τους **μηχανισμούς κατανόησης και επίλυσης** των θεμάτων αυτών.

Οι αναλυτικές απαντήσεις θα αναρτηθούν στην ιστοσελίδα μου **www.btsounis.gr**

Αν το βιβλίο βοηθήσει τους μαθητές και καθηγητές που προσπαθούν και επιμένουν, θα είναι μια στοιχειώδης δικαίωση της προσπάθειας συγγραφής του.

Σεπτέμβριος 2020

Βασίλης Τσούνης  
Φυσικός

**Το βιβλίο είναι γραμμένο σε 5 ενότητες και 15 κεφάλαια:**

| Ενότητα - Κεφάλαιο  | Λυμένα παραδείγματα – εφαρμογές                                | Ερωτήσεις κλειστού τύπου | Ερωτήσεις κατανόησης | Ασκήσεις και προβλήματα |
|---|--|--------------------------|----------------------|-------------------------|
| <b>A. Κινηματική</b>  |  |                          |                      |                         |
| 1. Θέση- Χρονική στιγμή – Σύστημα αναφοράς                        | 3  | 8                        | 5                    | 6                       |
| 2. Περιγραφή της κίνησης  | 4  | 9                        | 7                    | 8                       |
| 3. Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση  | 6  | 12                       | 12                   | 35                      |
| 4. Ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση                          | 15   | 11                       | 12                   | 46                      |
| <b>B. Η Στατική και Δυναμική σε μία διάσταση – Ελεύθερη πτώση</b> |  |                          |                      |                         |
| 5. Η στατική σε μια διάσταση                                      | 5  | 14                       | 10                   | 17                      |
| 6. Η Δυναμική σε μια διάσταση                                     | 8  | 10                       | 12                   | 23                      |
| 7. Ελεύθερη πτώση κατακόρυφη βολή                                 | 6  | 11                       | 14                   | 42                      |
| <b>Γ. Η Στατική και Δυναμική στο επίπεδο – Τριβή</b>              |  |                          |                      |                         |
| 8. Ομοεπίπεδες δυνάμεις – Σύνθεση και ανάλυση                     | 8  | 7                        | 7                    | 18                      |
| 9. Η στατική στο επίπεδο  | 6  | 10                       | 11                   | 35                      |
| 10. Η δυναμική στο επίπεδο  | 19   | 17                       | 23                   | 70                      |
| <b>Δ. Έργο – Ενέργεια</b>   |  |                          |                      |                         |
| 11. Ενέργεια – Έργο δύναμης                                       | 6  | 11                       | 10                   | 8                       |
| 12. Κινητική Ενέργεια και έργο                                    | 6  | 11                       | 17                   | 23                      |
| 13. Δυναμική – Μηχανική – Χημική Ενέργεια                         | 8  | 9                        | 10                   | 24                      |
| 14. Ισχύς – Ρυθμοί μεταβολής της Ενέργειας                        | 3  | 6                        | 9                    | 8                       |
| <b>Ε. Επαναληπτικά Θέματα – Γενικά κριτήρια αξιολόγησης</b>       |  |                          |                      |                         |
| 15. Επαναληπτικά Θέματα   |  |                          |                      | 15                      |
| Κριτήρια αξιολόγησης  | 15 κριτήρια αξιολόγησης ανά ενότητα και ...<br>5 επαναληπτικά. |                          |                      |                         |

**Συνολικά :**      **103** Λυμένα παραδείγματα,      **146** Ερωτήσεις κλειστού τύπου,  
**159** Ερωτήσεις κατανόησης ,      **378** Ασκήσεις και προβλήματα,  
**20** κριτήρια αξιολόγησης

# Περιεχόμενα

## A. Κινηματική

|  |        |
|--|--------|
| 1. Προσδιορισμός θέσης – Χρονική στιγμή – Σύστημα αναφοράς ..... | 11-23  |
| 2. Η περιγραφή της κίνησης .....                                 | 24-38  |
| 3. Ευθύγραμμη ομαλή κίνηση .....                                 | 39-70  |
| 4. Ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση .....                   | 71-138 |

## B. Στατική και Δυναμική σε μία διάσταση – Ελεύθερη πτώση – Κατακόρυφη βολή

|  |         |
|--|---------|
| 5. Η Στατική σε μια διάσταση .....                           | 141-167 |
| 6. Η δυναμική σε μια διάσταση .....                          | 168-200 |
| 7. Ελεύθερη πτώση – Κατακόρυφη βολή στο βαρυτικό πεδίο ..... | 201-236 |

## Γ. Στατική και Δυναμική στο επίπεδο – Τριβή

|   |         |
|---|---------|
| 8. Ομοεπίπεδες δυνάμεις – Σύνθεση και ανάλυση .....             | 239-262 |
| 9. 3 <sup>ος</sup> Νόμος Newton και η Στατική στο επίπεδο ..... | 263-300 |
| 10. Η Δυναμική της ευθύγραμμης κίνησης στο επίπεδο .....        | 301-372 |

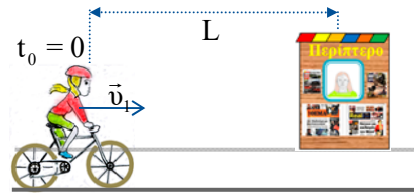
## Δ. Έργο – Ενέργεια

|  |         |
|--|---------|
| 11. Ενέργεια – Έργο δύναμης .....                | 375-399 |
| 12. Κινητική ενέργεια και έργο .....             | 400-426 |
| 13. Δυναμική, Μηχανική, Χημική ενέργεια .....    | 427-454 |
| 14. Ισχύς – Ρυθμοί μεταβολής της ενέργειας ..... | 455-478 |

## E. Επαναληπτικά θέματα – Γενικά κριτήρια αξιολόγησης .....

## ΣΤ. Απαντήσεις Δραστηριοτήτων .....

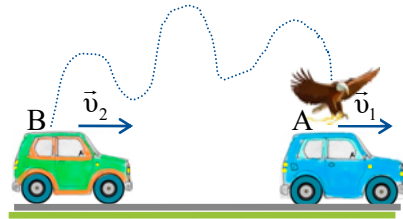
**3.49** Μία ποδηλάτης κινείται σε οριζόντιο δρόμο με σταθερή ταχύτητα  $v_1 = 3 \text{ m/s}$ . Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  πλησιάζει προς ένα περίπτερο απέχοντας από αυτό απόσταση  $L = 120 \text{ m}$ .



Ύστερα από χρόνο  $t = 1 \text{ min}$  κάνει αντιστροφή και επιστρέφει με ταχύτητα  $v_2 = 5 \text{ m/s}$ .

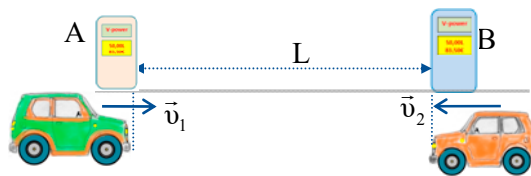
- Τη χρονική στιγμή  $t = 80 \text{ s}$  να βρείτε: πόσο απέχει το ποδήλατο από το περίπτερο, και πόσο διάστημα διήνυσε έως τότε.
- Να υπολογίστε πότε το ποδήλατο περνάει μπροστά από το περίπτερο.
- Να γίνει σε συνάρτηση με το χρόνο η γραφική παράσταση της θέσης του κινητού ως προς το περίπτερο.

**3.50** Δύο αυτοκίνητα (A) και (B) κινούνται σχετικά αργά σε ευθύγραμμο τμήμα ενός δρόμου με σταθερές ταχύτητες  $v_1 = 10 \text{ Km/h}$  και  $v_2 = 15 \text{ Km/h}$  αντίστοιχα. Κάποια στιγμή, έστω  $t_0 = 0$  απέχουν απόσταση  $d = 500 \text{ m}$  και το (A) προπορεύεται του (B). Εκείνη τη στιγμή ένας αετός που είναι πάνω στο αυτοκίνητο (B) πετάει και κινείται σε τυχαία τροχιά στην περιοχή των δύο αυτοκινήτων με ταχύτητα σταθερού μέτρου  $v = 25 \text{ Km/h}$ . Τη στιγμή που τα αυτοκίνητα συναντώνται ο αετός κάθεται πάνω στο αυτοκίνητο (A).



- Ποια χρονική στιγμή συναντώνται τα αυτοκίνητα;
- Πόσο διάστημα διήνυσε κάθε αυτοκίνητο μέχρι τη στιγμή της συνάντησης.
- Πόσο ο μήκος της τροχιάς που διέγραψε ο αετός για όσο χρόνο πέταγε.
- Να αποδοθεί σε κοινό βαθμολογημένο διάγραμμα το διάστημα κάθε αυτοκινήτου με τη χρονική στιγμή.
- Να αποδοθεί σε κοινό βαθμολογημένο διάγραμμα η θέση κάθε αυτοκινήτου (σε σχέση με τη θέση του αυτοκινήτου A την  $t=0$ ) σε συνάρτηση με το χρόνο.

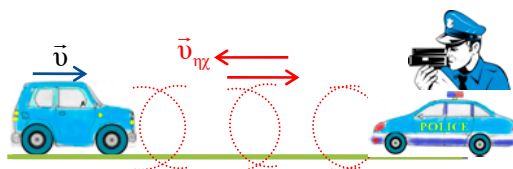
**3.51** Σε ένα ευθύγραμμο δρόμο δύο βενζινάδικα (A) και (B) απέχουν απόσταση  $L = 1000 \text{ m}$ . Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  ένα αυτοκίνητο (1) διέρχεται μπροστά από ένα βενζινάδικο (A) και



κινείται προς το (B) με ταχύτητα μέτρου  $v_1 = 72 \text{ Km/h}$ . Μπροστά από το βενζινάδικο (B) την  $t_0 = 0$  και κάθε 6s διέρχονται με την ίδια ταχύτητα  $v = 72 \text{ Km/h}$  αυτοκίνητα κινούμενα προς το βενζινάδικο (A).

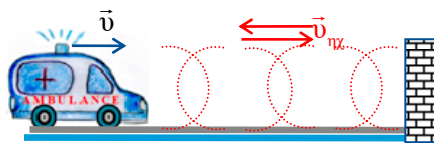
- α. Πόσα αυτοκίνητα θα συναντήσει το αυτοκίνητο (1) μέχρι να φθάσει στο βενζινάδικο (B);
- β. Σε ποια θέση έγινε η τελευταία συνάντηση;
- γ. Να γίνει σε κοινό διάγραμμα η θέση των κινητών με το χρόνο ως προς το βενζινάδικο (A).

**3.52** Σε ένα ευθύγραμμο δρόμο ένα ακίνητο περιπολικό ελέγχει την κίνηση ενός αυτοκινήτου που κινείται με σταθερή ταχύτητα. Κάποια στιγμή  $t_1 = 0$  από το περιπολικό εκπέμπεται



ένα ηχητικό σήμα προς το αυτοκίνητο, το οποίο αφού ανακλάται σε αυτό επιστρέφει και λαμβάνεται από το περιπολικό τη χρονική στιγμή  $t_2 = 14 \text{ s}$ . Τη στιγμή  $t_3 = 80 \text{ s}$  στέλνεται από το περιπολικό δεύτερο ηχητικό σήμα, το οποίο αφού ανακλάται στο αυτοκίνητο επιστρέφει και λαμβάνεται από το περιπολικό τη χρονική στιγμή  $t_4 = 84 \text{ s}$ . Να βρείτε την ταχύτητα του αυτοκινήτου και την αρχική απόσταση αυτοκινήτου περιπολικού. Δίνεται ότι η ταχύτητα διάδοσης του ηχητικού σήματος έχει σταθερό μέτρο  $v_{\eta\chi} = 330 \text{ m/s}$ .

**3.53** Αυτοκίνητο κινείται με σταθερή ταχύτητα κάθετα προς ένα τοίχο και κάποια στιγμή  $t_1$  εκπέμπει ένα ηχητικό σήμα το οποίο αφού ανακλάται στον τοίχο επιστρέφει στο αυτοκίνητο τη χρονική στιγμή  $t_2$ . Στο χρονικό διάστημα από την εκπομπή μέχρι την επιστροφή του σήματος



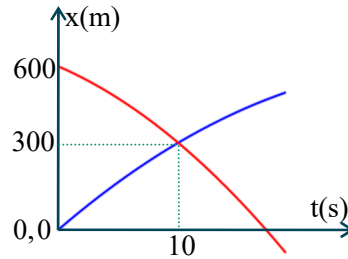
$\Delta t = t_2 - t_1$  το αυτοκίνητο διέτρεξε το  $1/9$  της απόστασης που απείχε από τον τοίχο τη στιγμή  $t_1$ . Να βρείτε την ταχύτητα του αυτοκινήτου. Δίνεται ότι η ταχύτητα διάδοσης του ηχητικού σήματος έχει σταθερό μέτρο  $v_{\eta\chi} = 340 \text{ m/s}$ .

Από το σχήμα φαίνεται ότι τα διαστήματα που διανύουν τα κινητά μέχρι την στιγμή της συνάντησης και η αρχική απόστασή τους συνδέονται με την σχέση

$$s_1 + s_2 = L \text{ ή } 40t - 1t^2 + 10t + 2t^2 = 600 \text{ ή}$$

$1t^2 + 50t - 600 = 0$  που δίνει το προηγούμενο αποτέλεσμα για τον χρόνο συνάντησης  $t_1 = 10\text{s}$ .

Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η μεταβολή με τον χρόνο της θέσης του κάθε κινητού και η κοινή θέση  $x = 300\text{m}$  την στιγμή της συνάντησης  $t_1 = 10\text{s}$



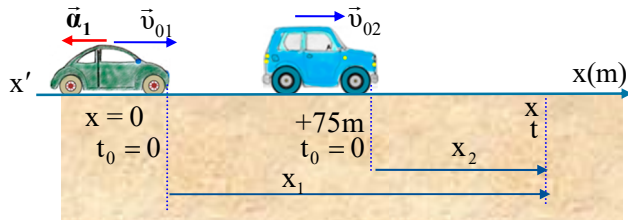
#### 4.3-6 Εφαρμογή: 2<sup>ο</sup> πρόβλημα συνάντησης κινητών

Δύο αυτοκίνητα (1) και (2) κινούνται ομόρροπα σε άξονα  $x'x$  με ταχύτητες  $v_{01} = 40\text{m/s}$  και  $v_{02} = 20\text{m/s}$  αντίστοιχα. Την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  απέχουν απόσταση  $L = 75\text{m}$  με το αυτοκίνητο (1) που ακολουθεί να επιβραδύνεται με  $a_1 = -2\text{m/s}^2$ , ενώ το (2) συνεχίζει την ομαλή κίνηση.

- Να βρείτε, πότε θα συναντηθούν τα δύο κινητά και πόσο διάστημα διήνυσε μέχρι τότε το κάθε κινητό,
- Να βρείτε, πόσο απέχουν τα δύο κινητά όταν θα έχουν ίσα μέτρα ταχύτητας.
- Να γίνουν σε κοινό διάγραμμα οι γραφικές παραστάσεις  $x(t)$  και  $v(t)$  και για τα δύο αυτοκίνητα. Θεωρείστε ως  $x=0$  την θέση του 1<sup>ου</sup> κινητού την  $t_0 = 0$ .

##### Απάντηση:

Με βάση το σύστημα αναφοράς του σχήματος οι εξισώσεις κίνησης για κάθε κινητό είναι,



**Κινητό (1): ...κίνηση επιβραδυνόμενη...**

$$x_1 = x_{01} + v_{01}t + \frac{1}{2}a_1t^2 \xrightarrow{\text{S.I}} x_1 = 40t - 1t^2 \quad (1) \text{ και } v_1 = v_{01} + a_1t \xrightarrow{\text{S.I}}$$

$$v_1 = 40 - 2t \quad (2)$$

**Κινητό (2): ... κίνηση ομαλή !...**

$$x_2 = x_{02} + v_{02}t \xrightarrow{\text{S.I}} x_2 = 75 + 20t \quad (3) \text{ και } v_2 = 20\text{m/s} = \text{σταθερή}$$

Όταν τα κινητά συναντηθούν τα κινητά βρίσκονται στην ίδια θέση και για το σύστημα έχουν ίσες συντεταγμένες  $x_1 = x_2$  ή  $40t - 1t^2 = 75 + 20t$  ή  $1t^2 - 20t + 75 = 0$



και οι λύσεις αυτής δίνουν την χρονική στιγμή συνάντησης  $t_1 = 5\text{s}$  και  $t_2 = 15\text{s}$ . Παρατηρούμε ότι οι χρονικές στιγμές είναι δύο (η εξήγηση φαίνεται εύκολα στις γραφικές παραστάσεις) ...και η συνάντηση γίνεται στις θέσεις  $x_1 = x_2 = 75 + 20t$

$$\xrightarrow{t_1=5\text{s}} x_1 = x_2 = 175\text{m} \text{ και } x_1 = x_2 = 75 + 20t \xrightarrow{t_1=15\text{s}} x_1 = x_2 = 375\text{m}$$

Οι ταχύτητες των κινητών τις στιγμές της συνάντησης είναι ...

1<sup>η</sup> συνάντηση  $t_1 = 5\text{s}$ ,  $v_1 = 40 - 2t$  ή  $v_1 = 30\text{m/s}$  και  $v_2 = 20\text{m/s}$

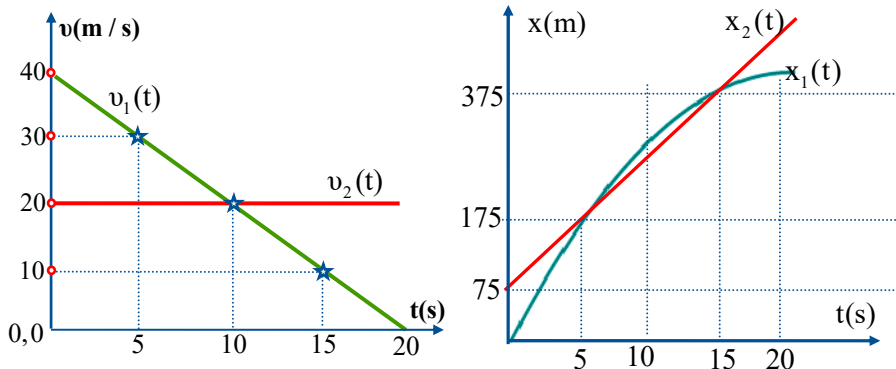
2<sup>η</sup> συνάντηση  $t_1 = 15\text{s}$ ,  $v_1 = 40 - 2t$  ή  $v_1 = 10\text{m/s}$  και  $v_2 = 20\text{m/s}$ .

Προσέξτε: Στη 1<sup>η</sup> συνάντηση το αυτοκίνητο (1) έφθασε το (2) και κινούμενο πιο γρήγορα (εκείνη την στιγμή έχει μεγαλύτερη ταχύτητα) το προσπερνάει ... και απομακρύνεται από το (2) ... έως ότου οι δύο ταχύτητες έχουν ίσα μέτρα  $20\text{m/s}$ . Στην συνέχεια η ταχύτητα του γίνεται πιο μικρή από την  $v_2 = 20\text{m/s}$ , οπότε το (2) το πλησιάζει και το φθάνει την χρονική στιγμή  $t_2 = 15\text{s}$ .

**β.** Οι ταχύτητες έχουν ίσα μέτρα όταν  $v_1 = v_2$  ή  $40 - 2t = 20$  ή  $t' = 10\text{s}$ . Εκείνη την στιγμή οι θέσεις των κινητών είναι

$$x_1 = 40t - 1t^2 \xrightarrow{t'=10\text{s}} x_1 = 300\text{m} \text{ και } x_2 = 75 + 20t \xrightarrow{t'=10\text{s}} x_2 = 275\text{m}.$$

Η απόσταση των δύο κινητών είναι  $d = |x_1 - x_2| = 25\text{m}$



**γ.** Στα διαγράμματα φαίνονται οι ζητούμενες γραφικές παραστάσεις της ταχύτητας και της θέσης των δύο κινητών με το χρόνο.

Από το διάγραμμα των ταχυτήτων φαίνεται ότι για  $0 \leq t < 10\text{s}$  έχουμε  $v_1 > v_2$  οπότε πιο γρήγορα κινείται το κινητό (1) και στην συνέχεια  $10 < t < 20\text{s}$  έχουμε  $v_2 > v_1$  οπότε πιο γρήγορα κινείται το κινητό (2).

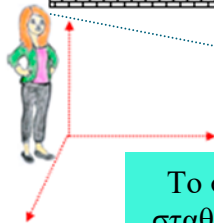
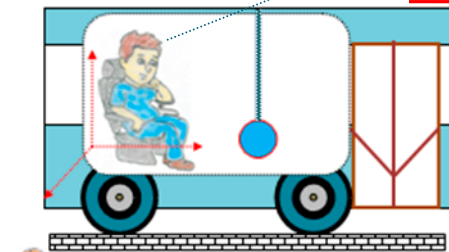
Από το διάγραμμα  $x(t)$  φαίνεται ότι για  $0 \leq t < 5\text{s}$  πιο μπροστά είναι το κινητό (2), για  $5 < t < 15\text{s}$  πιο μπροστά είναι το κινητό (1) και για  $15 < t < 20\text{s}$  περνάει πάλι μπροστά το (2).

## Β. Στατική και Δυναμική σε μία διάσταση – Ελεύθερη πτώση – Κατακόρυφη βολή

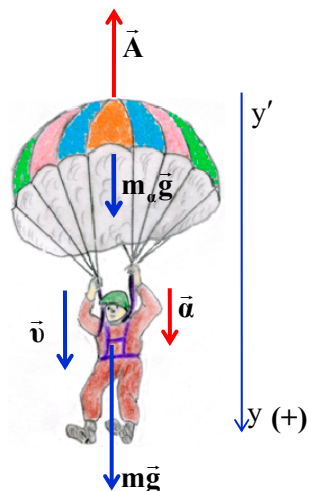
Δύο παρατηρητές βλέπουν διαφορετική  
«ισορροπία» αλλά γράφουν την ίδια εξίσωση

Το σφαιρίδιο Σ το βλέπω  
ακίνητο άρα  $\Sigma F=0$

$\vec{v}=\text{σταθερή}$



Το σφαιρίδιο Σ κινείται με  
σταθερή ταχύτητα άρα  $\Sigma F=0$



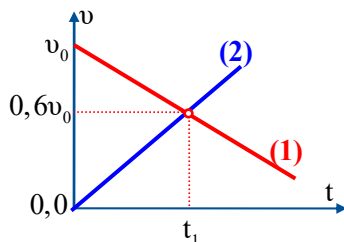
$$\Sigma \vec{F} = m_a \vec{a} \quad \text{ή} \quad m\vec{g} + m_a \vec{g} + \vec{A} = (m + m_a) \vec{a}$$

$$mg + m_a g - A = (m + m_a) a$$

**Τα αποτελέσματα της αδράνειας ...  
απαιτούν ζώνη ασφαλείας!!**



**6.18** Δύο κινητά (1) και (2) με μάζες  $m_1$  και  $m_2$  ανάλογες των αριθμών 3 και 4  $\left(\frac{m_1}{3} = \frac{m_2}{4}\right)$  κινούνται ευθύγραμμα και οι ταχύτητές μεταβάλλονται όπως στο διάγραμμα.



Οι συνισταμένες των δυνάμεων  $\Sigma \vec{F}_1$  και  $\Sigma \vec{F}_2$  που ασκούνται στα σώματα έχουν μέτρα που συνδέονται με την σχέση:

α.  $\Sigma F_1 = \frac{2}{3} \Sigma F_2$     β.  $\Sigma F_1 = \frac{1}{2} \Sigma F_2$     γ.  $\Sigma F_1 = \frac{4}{3} \Sigma F_2$     δ.  $\Sigma F_1 = \frac{9}{8} \Sigma F_2$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση την σωστή πρόταση.

**6.19** Δύο κινητά (1) και (2)

με μάζες  $m_1$  και

$m_2 = 0,5m_1$  ηρεμούν πάνω

σε λείο δάπεδο απέχοντας

κάποια απόσταση και την

ίδια στιγμή δέχονται αντίρροπες οριζόντιες σταθερές δυνάμεις  $\vec{F}_1$  και  $\vec{F}_2$  και συναντούνται αφού διανύσουν διαστήματα  $s_1$  και  $s_2$  με  $s_1 = 2s_2$ . Για τα μέτρα των ασκουμένων δυνάμεων ισχύει:

α.  $F_1 = 0,25F_2$     β.  $F_1 = 0,5F_2$     γ.  $F_1 = 2F_2$     δ.  $F_1 = 4F_2$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση την σωστή πρόταση.



**6.20** Δύο κινητά (1) και (2) με μάζες  $m_1$  και  $m_2$

ηρεμούν πάνω σε λείο δάπεδο και την  $t_0 = 0$

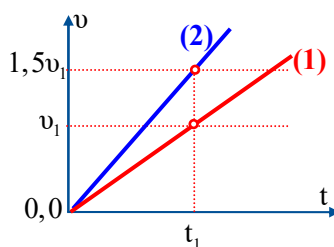
δέχονται ίσες οριζόντιες δυνάμεις και οι ταχύ-

τητες μεταβάλλονται όπως στο διάγραμμα. Οι

μάζες των δύο κινητών έχουν λόγο :

α.  $\frac{m_1}{m_2} = \frac{2}{1}$     β.  $\frac{m_1}{m_2} = \frac{2}{3}$

γ.  $\frac{m_1}{m_2} = \frac{3}{2}$     δ.  $\frac{m_1}{m_2} = \frac{4}{3}$

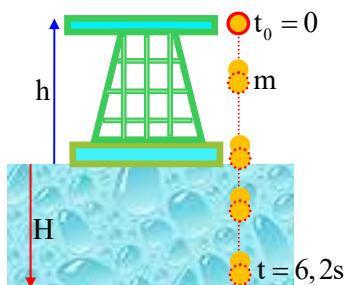


Επιλέξτε με δικαιολόγηση την σωστή πρόταση.

- α. τον χρόνο καθόδου του σώματος,
- β. το ύψος  $H$  του ασανσέρ,
- γ. την ταχύτητα πτώσης του σώματος που αντιλαμβάνεται ένας κινούμενος παρατηρητής.

#### Γ.4 Πτώση με αντιστάσεις

**7.45** Από μια πλωτή εξέδρα στη λίμνη Τριχωνίδα και από ύψος  $h=24,2\text{m}$  πάνω από την επιφάνεια της λίμνης αφήνουμε την  $t_0=0$  μια αλουμινένια σφαίρα μάζας  $m=2\text{kg}$ . Η σφαίρα μόλις φτάνει στον πυθμένα της λίμνης την  $t=6,2\text{s}$  εκπέμπει ένα ειδικό σήμα που ανιχνεύεται άμεσα (χωρίς χρονική καθυστέρηση) από ένα δέκτη που είναι στην εξέδρα. Αν αγνοούνται οι αντιστάσεις του αέρα,  $g=10\text{m/s}^2$  και η δύναμη που ασκεί το νερό στη σφαίρα (η άνωση) κατά τη βύθιση αυτής είναι  $A=5,25\text{N}$  να βρείτε,

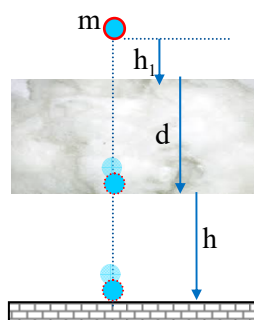


- α. τη χρονική στιγμή που η σφαίρα χτυπάει στο νερό,
- β. την επιτάχυνση της σφαίρας καθώς βυθίζεται,
- γ. το βάθος  $H$  της λίμνης.

**7.46** Σε μια βιοτεχνία βαμβακιού σε ύψος  $h=5\text{m}$  πάνω από το έδαφος υπάρχει απλωμένο βαμβάκι πάχους  $d=5\text{m}$ . Από ύψος  $h_1=1,25\text{m}$  πάνω από το βαμβάκι αφήνεται μια μεταλλική σφαίρα μάζας  $m=1\text{kg}$ . Η σφαίρα βγαίνει από το βαμβάκι και πέφτει στο έδαφος με ταχύτητα  $v=10\text{m/s}$ . Να βρείτε,

- α. με ποια ταχύτητα η σφαίρα χτυπάει στο βαμβάκι,
- β. με ποιο ρυθμό μειώνεται η ταχύτητα της σφαίρας στο βαμβάκι,
- γ. το συνολικό χρόνο πτώσης της σφαίρας,
- δ. την δύναμη αντίστασης  $\vec{A}$  του βαμβακιού στην κίνηση της σφαίρας.

Θεωρείστε ότι  $g=10\text{m/s}^2$ , δεν υπάρχουν αντιστάσεις από τον αέρα και ότι η δύναμη της αντίστασης  $\vec{A}$  του βαμβακιού στην σφαίρα είναι σταθερή.



**7.47** Αλεξιπτωτιστής πέφτει από ακίνητο ελικόπτερο χωρίς αρχική ταχύτητα και διανύει κατακόρυφη απόσταση  $h_1=80\text{m}$  με ελεύθερη πτώση. Στη θέση αυτή ανοίγει το αλεξιπτωτο και η κάθοδος γίνεται επιβραδυνόμενη με την ταχύτητα να μειώνεται

## 8.4 Εφαρμογές στην σύνθεση και ανάλυση δυνάμεων

### 8.4-1 Παράδειγμα με όλες τις μεθόδους σύνθεσης

Να υπολογισθεί η συνισταμένη τριών δυνάμεων με ίσα μέτρα  $F_1 = F_2 = F_3 = F$  που ανά δύο σχηματίζουν γωνία  $\varphi = 120^\circ$ .

#### 1η Μέθοδος: Η διαδοχική σύνθεση των δυνάμεων

Συνθέτουμε πρώτα τις δυνάμεις  $\vec{F}_1$  και  $\vec{F}_2$  που έχουν συνισταμένη

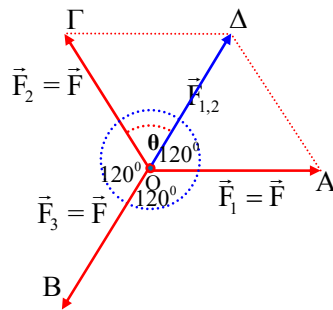
$$F_{1,2} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos 120^\circ} \xrightarrow[\cos 120^\circ = -0,5]{F_1 = F_2 = F} \rightarrow$$

$$F_{1,2} = \sqrt{F^2 + F^2 + 2F \cdot F \cdot (-0,5)} \quad \text{ή} \quad F_{1,2} = F.$$

Το παραλληλόγραμμα των δυνάμεων είναι ρόμβος και η διαγώνιος ΟΔ είναι και διχοτόμος της γωνίας  $\widehat{GOA} = 120^\circ$ , οπότε  $\theta = 60^\circ$ . Τώρα θα συνθέσουμε τις  $\vec{F}_{1,2}$  και  $\vec{F}_3$ . Παρατηρούμε στο σχήμα

ότι οι φορείς των  $\vec{F}_{1,2}$  και  $\vec{F}_3$  σχηματίζουν γωνία  $120^\circ + \theta = 180^\circ$ , δηλαδή οι δυνάμεις αυτές είναι στον ίδιο φορέα με αντίθετη φορά και ίσα μέτρα  $F_{1,2} = F_3 = F$  (...είναι αντίθετες ...) και άρα θα έχουν συνισταμένη μηδέν,

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_{1,2} + \vec{F}_3 \quad \text{ή} \quad \Sigma F = F - F \quad \text{ή} \quad \Sigma \vec{F} = \vec{0}.$$



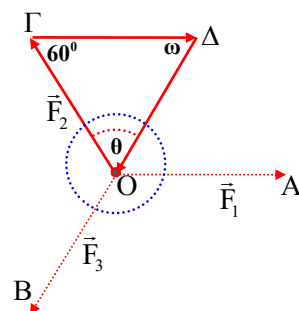
#### 2η Μέθοδος: Η μέθοδος του δυναμοπολυγώνου – διαδοχικές δυνάμεις

Διατηρούμε σταθερή την  $\vec{F}_2$  και από το πέρας αυτής φέρουμε  $\vec{\Gamma\Delta} = \vec{F}_1$  παράλληλο με την  $\vec{OA} = \vec{F}_1$ .

Παρατηρούμε ότι το τρίγωνο ΟΓΔ αρχικά φαίνεται ισοσκελές  $OG = OD = F$  και επειδή  $\widehat{OG\Delta} = 60^\circ$

$[\vec{\Gamma\Delta} / \vec{OA}]$  θα είναι  $\theta = \omega = 60^\circ$ , οπότε το τρίγωνο είναι ισόπλευρο με  $\Delta O = F$ . Επειδή φορείς των  $\vec{\Delta O} = \vec{F}$  και  $\vec{OB} = \vec{F}_3 = \vec{F}$  σχηματίζουν γωνία

$120^\circ + \theta = 180^\circ$ , τα διανύσματα αυτά στον ίδιο φορέα ομόρροπα και με ίσα μέτρα. Άρα αν από το Δ φέρουμε ίση και παράλληλο με την  $\vec{OB} = \vec{F}_3$  αυτή θα συμπίσει με την  $\vec{\Delta O} = \vec{F}$ . Τώρα παρατηρούμε ότι το



δυναμοπολύγωνο των  $\vec{F}_2, \vec{F}_1, \vec{F}_3$  στην διαδοχική τους μορφή είναι κλειστό, άρα έχουν συνισταμένη μηδέν,  $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$ .

### 3η Μέθοδος: Η μέθοδος της ανάλυσης – Η μέθοδος των προβολών

Επιλέγουμε κατάλληλο σύστημα ορθογωνίων αξόνων  $x'x \perp y'y$  με τον άξονα  $x'x$  να ταυτίζεται με την  $\vec{F}_1$  και συνεπώς να μην αναλύεται στο σύστημα αυτό. Από την γεωμετρία του σχήματος  $\alpha = 60^\circ$  και  $\beta = 60^\circ$ . Αναλύουμε τις δυνάμεις στους δύο αυτούς άξονες και οι συνιστώσες τους έχουν τιμές :

$$F_{2x} = F_2 \sin \alpha = F \sin 60^\circ = 0,5F,$$

$$F_{2y} = F_2 \eta \mu \alpha = F \eta \mu 60^\circ = 0,5\sqrt{3}F$$

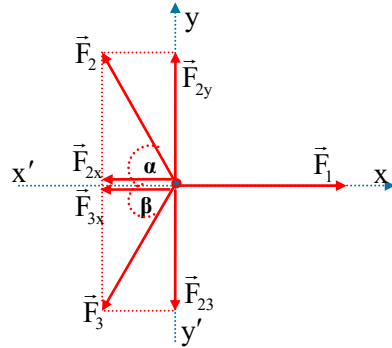
$$F_{3x} = F_3 \sin \beta = F \sin 60^\circ = 0,5F, \quad F_{3y} = F_3 \eta \mu \beta = F \eta \mu 60^\circ = 0,5\sqrt{3}F$$

Συνθέτουμε τις συνιστώσες του κάθε άξονα όπου το διανυσματικό άθροισμα ισούται με το αλγεβρικό άθροισμα,

$$\Sigma \vec{F}_x = \vec{F}_1 + \vec{F}_{2x} + \vec{F}_{3x} \quad \text{ή} \quad \Sigma F_x = F - 0,5F - 0,5F \quad \text{ή} \quad \Sigma F_x = 0$$

$$\Sigma \vec{F}_y = \vec{F}_{2y} + \vec{F}_{3y} \quad \text{ή} \quad \Sigma F_y = 0,5\sqrt{3}F - 0,5\sqrt{3}F \quad \text{ή} \quad \Sigma F_y = 0$$

$$\text{Άρα } \Sigma F = \sqrt{\Sigma F_x^2 + \Sigma F_y^2} \quad \text{ή} \quad \Sigma \vec{F} = \vec{0}$$



**Σχόλιο:** Ο πιο γενικός τρόπος σύνθεσης πολλών δυνάμεων είναι η ανωτέρω μέθοδος της ανάλυσης σε άξονες. Οι άλλες δύο μέθοδοι συμφέρουν ή όχι ανάλογα με την γεωμετρία του σχήματος.

#### 8.4-2 Η μέθοδος της ανάλυσης στην σύνθεση πολλών δυνάμεων

Να υπολογισθεί η συνισταμένη τριών δυνάμεων του σχήματος που έχουν μέτρα  $F_1 = 100\text{N}$ ,  $F_2 = 20\sqrt{3}\text{N}$  και  $F_3 = 80\text{N}$  με τις δυνάμεις  $\vec{F}_2, \vec{F}_3$  να είναι κάθετες και τις  $\vec{F}_1, \vec{F}_3$  να σχηματίζουν γωνία  $\varphi = 120^\circ$ .

**Απάντηση:**

Εδώ επιλέγουμε την μέθοδο της ανάλυσης και επειδή  $\vec{F}_2 \perp \vec{F}_3$  το σύστημα ορθογωνίων αξόνων το παίρνουμε με τον  $x'x$  στον φορέα της  $\vec{F}_2$  και τον  $y'y$  στον φορέα

(δράση –αντίδραση) και δύναμη  $\vec{A}_1$  από το δάπεδο για την οποία σχεδιάζουμε απευθείας τις συνιστώσες της την δύναμη στήριξης  $\vec{N}_1$  και την τριβή  $\vec{T}_1$ .

**Σχόλιο:** Τα σώματα που τα θεωρούμε σημειακά σωματίδια και αγνοούμε τις διαστάσεις τις δυνάμεις τις σχεδιάζουμε ως να ασκούνται στο ίδιο σημείο το κέντρο του. Αν όμως οι διαστάσεις των σωμάτων δίνονται και δεν αγνοούνται τότε οι δυνάμεις πρέπει να τοποθετούνται στο ακριβές σημείο εφαρμογής.

### A.2.2 Η δύναμη του νήματος:

Ένα νήμα για να ασκεί δύναμη πρέπει να είναι **τεντωμένο** και η δύναμη που ασκεί είναι πάντα **ελκτική** έχοντας την διεύθυνση του νήματος. Ένα τεντωμένο νήμα δεμένο σε δύο σημεία ασκεί δύο ελκτικές δυνάμεις μία σε κάθε σώμα με τα οποία είναι δεμένο.

Στο πρώτο σχήμα φαίνονται οι δυνάμεις  $\vec{F}_1$  και  $\vec{F}_2$  που ασκεί ένα κατακόρυφο νήμα στο σώμα

$\Sigma$  που είναι κρεμασμένο από αυτό και στη οροφή A που είναι δεμένο το νήμα. Και στις δύο επαφές το νήμα ασκεί ελκτικές δυνάμεις. Στο δεύτερο σχήμα φαίνονται οι δυνάμεις που ασκούνται στο νήμα από τις επαφές. Αυτές είναι:

- η  $\vec{F}'_1$  από το σώμα  $\Sigma$  και είναι η αντίδραση της  $\vec{F}_1$ , άρα  $F'_1 = F_1$ ,
- η  $\vec{F}'_2$  από την οροφή A και είναι η αντίδραση της  $\vec{F}_2$ , άρα  $F'_2 = F_2$ .

Τώρα αν το νήμα που θεωρείται αμελητέας μάζας  $m_{\text{νήμ}} = 0$  αν ισορροπεί

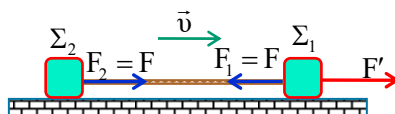
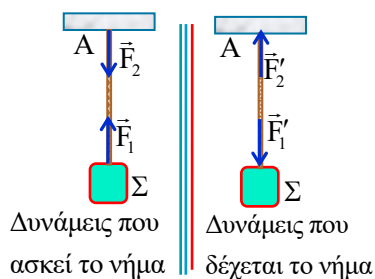
$\Sigma \vec{F}_{\text{νήμ}} = 0$ , αλλά και αν επιταχύνεται

$$\Sigma \vec{F}_{\text{νήμ}} = m_{\text{νήμ}} \vec{a} \xrightarrow{m_{\text{νήμ}}=0} \Sigma \vec{F}_{\text{νήμ}} = 0 \quad \text{ή} \quad F'_2 - F'_1 = 0 \quad \text{ή} \quad F'_2 = F'_1 \quad (\text{μέτρα}),$$

άρα και  $F_2 = F_1$ .

**Συμπέρασμα:** Κάθε τεντωμένο και αβαρές νήμα δεμένο σε δύο σημεία ασκεί ελκτικές δυνάμεις  $\vec{F}_1$  και  $\vec{F}_2$  στα σώματα με τα οποία είναι δεμένο, οι οποίες έχουν ίσα μέτρα  $F_1 = F_2 = F$ .

Στο σχήμα ένα σύστημα δύο σωμάτων είναι δεμένο με ένα αβαρές νήμα και μέσω μιας δύναμης  $F'$  που ασκεί στο  $\Sigma_1$  κάποιος ανθρωπος το σύστημα κινείται. Στο σχήμα





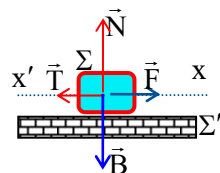
- α. Εξαρτάται από την φύση της επιφάνειας επαφής και αποδίδεται με ένα μέγεθος  $\mu$  που λέγεται **συντελεστής τριβής ολίσθησης**.
- β. Είναι ανάλογη της δύναμης στήριξης  $N$  και δίνεται από την σχέση  $T = \mu N$ ,
- γ. Είναι ανεξάρτητη από το εμβαδόν της κοινής επιφάνειας επαφής.
- δ. Είναι ανεξάρτητη από την σχετική ταχύτητα ολίσθησης του σώματος  $\Sigma$  ως προς το  $\Sigma'$ .

Παρατηρούμε ότι ενώ η στατική τριβή (εφόσον  $T_{\sigma\tau} \leq T_{\sigma\tau, \max}$ ) εξαρτάται από τις δυνάμεις που είναι στον άξονα κίνησης, η τριβή ολίσθησης είναι ανεξάρτητη από αυτές τις δυνάμεις.

Στην πράξη ο συντελεστής στατικής τριβής  $\mu_{\sigma\tau}$  είναι λίγος μεγαλύτερος από τον αντίστοιχο συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu$  ( $\mu_{\sigma\tau} > \mu$ ), οπότε και η μέγιστη στατική τριβή είναι λίγο μεγαλύτερη της τριβής ολίσθησης  $T_{\sigma\tau, \max} > T$ . Έτσι για να ξεκινήσει το σώμα του σχήματος να ολισθαίνει πρέπει να αποκτήσει επιτάχυνση και αυτό συμβαίνει όταν η δύναμη  $F$  να γίνει μεγαλύτερη (έστω και απειροελάχιστα) από την  $T_{\sigma\tau, \max}$ . Στη συνέχεια αν θέλουμε να διατηρηθεί η ολίσθηση ως ισοταχής κίνηση πρέπει  $\Sigma F_x = 0$  ή  $F = T = \mu N$  με  $F < T_{\sigma\tau, \max}$ .

### 10.2-3 Από την στατική τριβή στην τριβή ολίσθησης

Για το ακίνητο σώμα του σχήματος η μάζα του είναι  $m = 10\text{Kg}$ , οι συντελεστές στατικής τριβής και τριβής ολίσθησης είναι  $\mu_{\sigma\tau} = 0,30$  και  $\mu_{\sigma\lambda} = 0,29$  αντίστοιχα. Στο σώμα αυτό ασκούμε οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$ .



Επειδή το σώμα ισορροπεί στον κατακόρυφο άξονα

$\Sigma F_y = 0$  ή  $N = mg = 100\text{N}$ , οπότε η μέγιστη στατική τριβή που μπορεί να ασκηθεί από το δάπεδο  $\Sigma'$  στο σώμα  $\Sigma$  είναι  $T_{\sigma\tau, \max} = \mu_{\sigma\tau} N$  ή  $T_{\sigma\tau, \max} = 30\text{N}$  και αντίστοιχα η

τριβή ολίσθησης  $T = \mu N$  ή

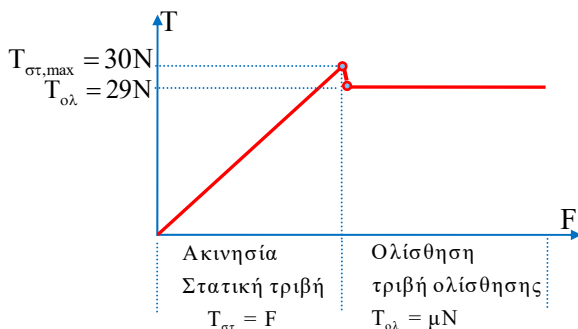
$T = 29\text{N}$ . Για όσο χρόνο η

δύναμη  $\vec{F}$  δεν μπορεί να κινήσει το σώμα ( $\Sigma \vec{F}_x = 0$ ) η

στατική τριβή  $\vec{T}_{\sigma\tau}$  εξαρτάται

από την  $\vec{F}$  και θα είναι

αντίθετη αυτής. Αν για παράδειγμα  $F = 20\text{N}$  ή  $F = 28\text{N}$  τότε



θα είναι και  $T_{\sigma\tau} = 20\text{N}$  ή  $T_{\sigma\tau} = 28\text{N}$  και αν  $F=30\text{N}$  η στατική τριβή είναι  $T_{\sigma\tau} = 30\text{N}$  που ισούται με την μέγιστη τιμή που μπορεί να πάρει. Αν τώρα η  $\vec{F}$  γίνει έστω και για απειροελάχιστο χρόνο (έστω και λίγο) μεγαλύτερη από την μέγιστη στατική τριβή  $F > T_{\sigma\tau, \max} = 30\text{N}$  τότε το σώμα αρχίζει να ολισθαίνει και η τριβή πέφτει σε σταθερή τιμή  $T_{\text{ολίσθησης}} = 29\text{N}$  που είναι ανεξάρτητη της δύναμης  $\vec{F}$ . Αν τώρα θέλουμε διατηρηθεί η ολίσθηση ως ισοταχής κίνηση πρέπει  $F = T = 29\text{N}$ . Για το παράδειγμα αυτό το μέτρο της τριβής σε συνάρτηση με το μέτρο της  $\vec{F}$  αποδίδονται στο διάγραμμα.

Στα προβλήματα συνήθως θεωρούμε ότι  $\mu_{\sigma\tau} = \mu$  και  $T_{\sigma\tau, \max} = T_{\text{ολίσθησης}}$ . Επίσης προσεγγιστικά θεωρούμε ότι το σώμα ξεκινάει όταν  $F = T_{\sigma\tau, \max}$  αν και η πραγματικότητα για το ξεκίνημα απαιτείται  $\Sigma F_x = ma > 0$  και για το παράδειγμα  $F > T_{\sigma\tau, \max}$ , έστω και απειροελάχιστα.

### 10.3-A Γενική Μεθοδολογία στις ασκήσεις με τριβή

Στις ασκήσεις με τριβή ακολουθούμε την διαδικασία που περιγράφουμε στην 10.1-A με τις εξής παρατηρήσεις για τις εξισώσεις των νόμων Newton στον άξονα κίνησης  $x'x$  και του κάθετου σε αυτόν  $y'y$ .

**α.** Το σώμα κινείται με σταθερή επιτάχυνση

$$\Sigma \vec{F}_x = m\vec{a}, \quad \Sigma \vec{F}_y = 0, \quad T = \mu N.$$

**β.** Το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα ή ηρεμεί

$$\Sigma \vec{F}_x = 0, \quad \Sigma \vec{F}_y = 0, \quad T = \mu N.$$

#### 10.3-1 Η επιτάχυνση σε μη λείο κεκλιμένο επίπεδο

Από την βάση ενός κεκλιμένου επιπέδου ύψους  $H=0,6\text{m}$  και γωνίας κλίσης  $\varphi=37^\circ$  βάλουμε κατά μήκος αυτού και προς τα πάνω με ταχύτητα  $\vec{v}_0$  ένα σώμα που παρουσιάζει με αυτό συντελεστές τριβής ολίσθησης και στατικής  $\mu = 0,5$  και  $\mu_{\sigma\tau} = 0,6$ .

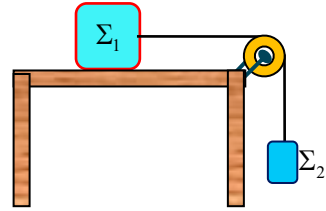
Να υπολογισθούν:

**α.** Να βρείτε την ταχύτητα  $v_0$  ώστε το σώμα μόλις να φθάσει στην κορυφή του κεκλιμένου επιπέδου.

**β.** Εξηγήστε ότι το σώμα θα κατέλθει το κεκλιμένο επίπεδο.

**γ.** Να υπολογίσετε την ταχύτητα με την οποία το σώμα φθάνει στην βάση του κεκλιμένου επιπέδου. Δίνονται  $g=10\text{m/s}^2$  ημφ=0,6 συνφ=0,8

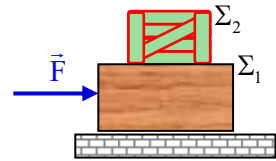
**10.32** Στο σχήμα το σώμα  $\Sigma_1$  που πάνω στο τραπέζι έχει μάζα  $m_1$  είναι συνδεδεμένο με αβαρές νήμα που διέρχεται μέσω τροχαλίας και στο άλλο άκρο του κρέμεται άλλο σώμα  $\Sigma_2$  που έχει μάζα  $m_2 = 0,4m_1$ . Για να μην κινείται το σύστημα των δυο σωμάτων πρέπει το  $\Sigma_1$  να παρουσιάζει με το τραπέζι συντελεστή στατικής τριβής,



**α.**  $\mu \geq 0,4$       **β.**  $\mu < 0,2$       **γ.**  $0,2 < \mu < 0,4$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση της σωστή σχέση.

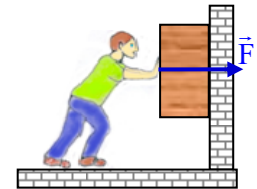
**10.33** Στο σχήμα φαίνονται δύο σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  με μάζες  $m_1 = 3m$  και  $m_2 = 2m$  με το  $\Sigma_1$  πάνω σε λείο δάπεδο και το  $\Sigma_2$  πάνω στο  $\Sigma_1$ . Με κάποιο μηχανισμό ασκούμε στο  $\Sigma_1$  σταθερή οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$  και το σύστημα των δύο σωμάτων κινείται χωρίς το  $\Sigma_2$  να ολισθαίνει πάνω στο  $\Sigma_1$ . Η δύναμη τριβής που ασκείται από το  $\Sigma_1$  στο  $\Sigma_2$  και αντίστροφα έχει μέτρο:



**α.**  $T = 0,20F$     **β.**  $T = 0,25F$     **γ.**  $T = 0,40F$     **δ.**  $T = 0,60F$

Επιλέξτε με δικαιολόγηση της σωστή σχέση.

**10.34** Ένα σώμα  $\Sigma$  μάζας  $m$  με επίπεδη επιφάνεια παρουσιάζει με κατακόρυφο τοίχο συντελεστή στατικής τριβής  $\mu_{\text{στ}}$  και πιέζεται πάνω στον τοίχο με μια οριζόντια δύναμη  $F$ , όπως στο σχήμα. Για να μην πέφτει το σώμα  $\Sigma$  πρέπει η δύναμη  $F$  να έχει τιμή,

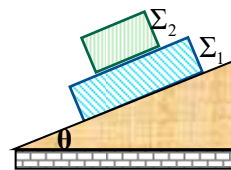


**α.**  $F \geq mg$       **β.**  $F \geq \mu_{\text{στ}} mg$

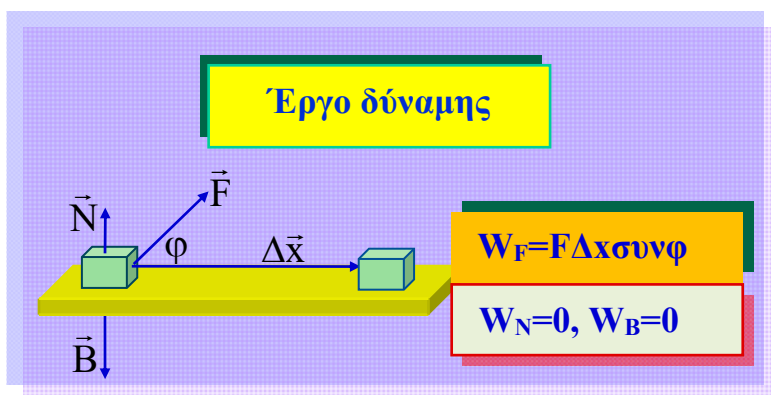
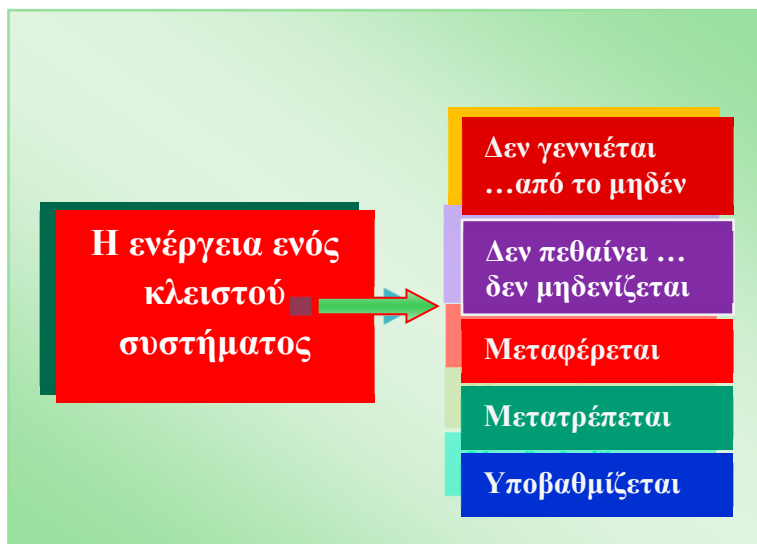
**γ.**  $F \geq \frac{mg}{\mu_{\text{στ}}}$       **δ.**  $\mu_{\text{στ}} \leq F \leq mg$

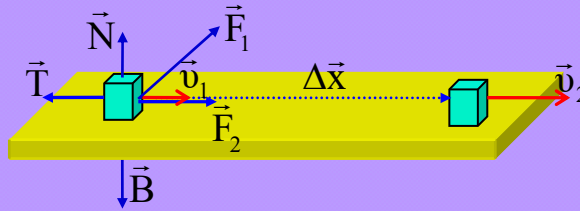
Επιλέξτε με δικαιολόγηση της σωστή πρόταση.

**10.35** Ένα σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m$  αφήνεται πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο μεταβλητής γωνίας κλίσης και οριακά παραμένει σε ισορροπία μέχρι η γωνία κλίσης γίνει  $\varphi$ . Αλλάζουμε την γωνία κλίσης του κεκλιμένου επιπέδου σε  $\theta < \varphi$  και αφήνουμε πάνω σε αυτό  $\Sigma_1$  και πάνω στο  $\Sigma_1$  άλλο σώμα  $\Sigma_2$  ίσης μάζας  $m$ . Τα δύο σώμα πα-



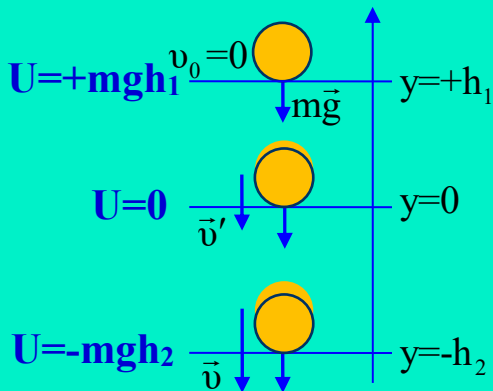
# Δ. Έργο – Ενέργεια





Η κινητική ενέργεια μεταβάλλεται  
μέσω του έργου όλων των δυνάμεων...

$$\Delta K = \Sigma W \quad \text{ή} \quad K_2 - K_1 = W_1 + W_2 + W_T + W_B + W_N$$



$$\Delta U = -W_B = -mg(h_1 + h_2)$$

$$\Delta E_{\mu\eta\chi} = \Delta U + \Delta K = 0$$

## 13. Δυναμική, Μηχανική, Χημική Ενέργεια

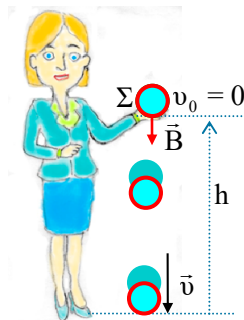
### 13.1 Δυναμική Βαρυτική Ενέργεια

Στο σχήμα μια κοπέλα κρατάει ακίνητο ένα σώμα Σ μάζας  $m$  σε κάποιο ύψος  $h$ . Κάποια στιγμή αφήνει ελεύθερο το σώμα Σ και αυτό πέφτοντας αποκτάει κινητική ενέργεια

$$K = \frac{1}{2}mv^2.$$

Εδώ παρατηρούμε τα εξής:

- Επειδή η κινητική ενέργεια  $K$  στο σώμα Σ δεν δημιουργείται από το μηδέν, πρέπει στην αρχική θέση του σώματος να ήταν «αποθηκευμένη» σε αυτό κάποιας άλλης μορφής ενέργεια η οποία μετασχηματίστηκε σε κινητική.
- Το σώμα απέκτησε κινητική ενέργεια  $K$  εξαιτίας της ταχύτητας από την πτώση και αιτία γι' αυτό ήταν το βάρος του  $\vec{B}$ .
- Η αιτία της ενέργειας που ήταν αποθηκευμένη στο σώμα Σ στην αρχική θέση (και η οποία μετατράπηκε σε κινητική) οφείλεται στην δράση του βάρους του  $\vec{B}$ . Η ενέργεια αυτή που οφείλεται στην βαρυτική αλληλεπίδραση λέγεται **δυναμική βαρυτική ενέργεια (U)**.



Η δυναμική βαρυτική ενέργεια που σημειώθηκε ανωτέρω ότι είναι αποθηκευμένη στο σώμα Σ, δεν ανήκει αποκλειστικά στο σώμα Σ, αλλά στο σύστημα «Σώμα Σ-Γη» που είναι υπεύθυνο για την βαρυτική αλληλεπίδραση  $\vec{B}$ . Αν δεν υπήρχε η Γη δεν θα υπήρχε η βαρυτική αλληλεπίδραση  $\vec{B}$  γι' αυτό οι σωστές εκφράσεις είναι :

- δυναμική βαρυτική ενέργεια του συστήματος (σώμα Σ – Γη),
- δυναμική βαρυτική ενέργεια του σώματος Σ λόγω αλληλεπίδρασης με την Γη,
- δυναμική βαρυτική ενέργεια του σώματος Σ λόγω αλληλεπίδρασης με το Γήινο βαρυτικό πεδίο.

Επειδή όμως στην βαρυτική αλληλεπίδραση κάθε σώματος Σ με την Γη, η Γη είναι το ίδιο μέλος και οι όποιες κινήσεις του σώματος Σ δεν επηρεάζουν την κίνηση της Γης, επικράτησε η έκφραση « **δυναμική βαρυτική ενέργεια σώματος** ».

#### 13.1-A Υπολογισμός δυναμικής βαρυτικής ενέργειας

Από κάποιο ύψος αφήνουμε ελεύθερο ένα σώμα βάρους  $B = mg$  και καθώς αυτό πέφτει αυξάνεται η κινητική του ενέργεια  $K$  μέσω του έργου του βάρους του  $\Delta K = W_B$ . Ας πάρουμε έναν κατακόρυφο άξονα  $h$  ή στην τροχιά πτώσης του σώματος υποθέτοντας  $h=0$  σε κάποια τυχαία θέση και θετική φορά προς τα πάνω. Για την μετακίνηση του σώματος από ένα σημείο  $A(h_A = h_1)$  μέχρι ένα άλλο

σημείο  $\Gamma$  ( $h_{\Gamma} = h_2$ ) από το Θ.Μ.Κ.Ε ισχύει

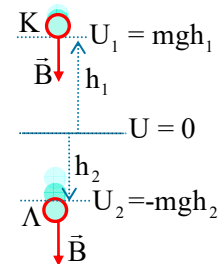
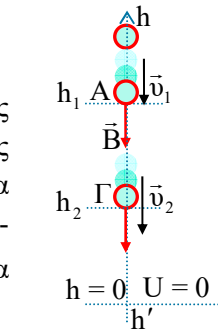
$$\Delta K = W_B = mg(h_1 - h_2) \quad \text{ή} \quad \Delta K = W_B = mgh_1 - mgh_2 \quad (1).$$

Από εδώ φαίνεται ότι η αύξηση της κινητικής ενέργειας οφείλεται στην **μείωση της ποσότητας  $mgh$**  που προφανώς ήταν αποθηκευμένη στο σώμα. Συνεπώς η ποσότητα  $U = mgh = Bh$  εκφράζει την ενέργεια που είναι «αποθηκευμένη» στο σώμα λόγω αλληλεπίδρασης με την  $\Gamma$  και την οποία ονομάσαμε **δυναμική βαρυτική ενέργεια**.

Συμπερασματικά.

- Για να υπολογίσουμε την δυναμική βαρυτική ενέργεια παίρνουμε ένα κατακόρυφο άξονα  $h'h$  με αυθαίρετη αρχή  $h=0$ . Η βαρυτική δυναμική ενέργεια ενός σώματος εκφράζεται από την σχέση  $U = mgh = Bh$ , όπου  $h$  συντεταγμένη της θέσης του σώματος στον άξονα  $h'h$ .
- Το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από την θέση  $h=0$  το ονομάζουμε επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας  $U=0$ .
- Αν το σώμα είναι πάνω από το επίπεδο με  $U=0$  η δυναμική ενέργεια  $U = mgh$  είναι θετική αφού  $h>0$ , ενώ αν είναι κάτω από το  $U=0$  η δυναμική ενέργεια είναι αρνητική αφού  $h<0$ .

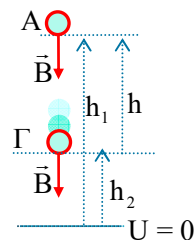
**Πρακτικά** συνηθίζουμε αντί του άξονα  $h'h$  να ορίζουμε αυθαίρετα επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας  $U=0$ . Αν το σώμα είναι στο  $K$  σε απόσταση  $h_1$  πάνω από το επίπεδο  $U=0$  η δυναμική ενέργεια είναι θετική  $U_1 = mgh_1$ . Αν το σώμα είναι στο  $\Lambda$  σε απόσταση  $h_2$  κάτω από το επίπεδο  $U=0$  η δυναμική ενέργεια είναι θετική  $U_1 = -mgh_2$ .



### 13.1-B Παρατηρήσεις στην δυναμική βαρυτική ενέργεια

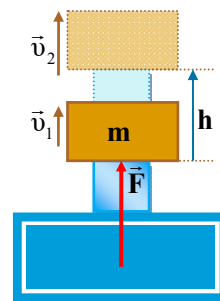
- Οι τιμές της δυναμικής βαρυτικής ενέργειας **εξαρτώνται από την θέση του οριζοντίου επιπέδου με  $U=0$** .
- Στο διπλανό σχήμα ας δούμε την μεταβολή της δυναμικής βαρυτικής ενέργειας από ένα σημείο  $A$  έως ένα σημείο  $\Gamma$ ,  $\Delta U = U_{\Gamma} - U_A$  ή  $\Delta U = mgh_2 - mgh_1 = -mg(h_1 - h_2)$  ή  $\Delta U = -mgh$  (2)

Από την σχέση (2) φαίνεται ότι η **μεταβολή της δυναμικής ενέργειας είναι ανεξάρτητη της θέσης του  $U=0$** , αφού η υψομετρική  $h$  των  $A$  και  $\Gamma$  είναι ίδια όπου και τεθεί  $U=0$ .



**13.40** Ένα ανυψωτικό μηχάνημα ανεβάζει κατακόρυφα ένα κιβώτιο μάζας  $m=100\text{Kg}$  και για ένα τμήμα της ανύψωσης ύψους  $h=3\text{m}$  δαπανά ενέργεια  $E_{\text{δαν}} = 3600\text{J}$  ενώ η κινητική ενέργεια του κιβωτίου αυξήθηκε κατά  $\Delta K = 150\text{J}$ . Για την ανωτέρω ανύψωση να βρείτε:

- την ασκούμενη δύναμη από το μηχάνημα στο κιβώτιο, υποθέτοντας ότι είναι σταθερή,
- την μεταβολή της μηχανικής ενέργειας του κιβωτίου,
- το ποσοστό της δαπανώμενης από το μηχάνημα ενέργειας που δεν έγινε μηχανική στο κιβώτιο. Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ .



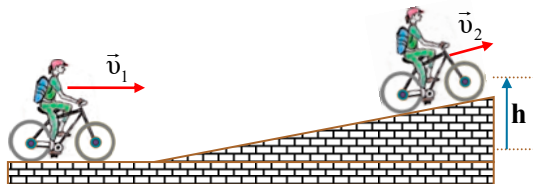
**13.41** Σε οριζόντιο δάπεδο υπάρχουν 10 όμοιοι ομογενείς τσιμεντόλιθοι μάζας  $m=20\text{Kg}$  και ύψους  $h=0,2\text{m}$ . Ένας άνθρωπος τοποθετεί τον ένα τσιμεντόλιθο πάνω στο άλλο όπως φαίνεται στο σχήμα. Να υπολογίσετε:

- την χημική ενέργεια που κατανάλωσε ο άνθρωπος αν για την ανωτέρω ανύψωση και σχηματισμό δαπανήθηκε το 80% αυτής,
- πόση η αύξηση της δυναμικής ενέργειας βαρύτητας του τσιμεντόλιθου που από το οριζόντιο δάπεδο βρέθηκε στην 5<sup>η</sup> θέση του ανωτέρου σχηματισμού.

Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ .



**13.42** Μια ποδηλάτης συνολικής μάζας με το ποδήλατο  $m=100\text{Kg}$  κινείται σε οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητα  $v_1 = 4\text{m/s}$  και εισέρχεται σε ανηφορικό δρόμο. Όταν το κέντρο βάρους ποδηλάτη – ποδήλατου είναι πιο ψηλά κατά  $h=5\text{m}$  η ταχύτητα του ποδηλάτου είναι  $v_2 = 1\text{m/s}$ . Η κλίση του ανηφορικού δρόμου είναι  $\varphi$  (ημφ=0,2) και η μέση τιμή των αντιστάσεων του αέρα στην κίνηση του ποδηλάτη είναι  $A=50\text{N}$ .



α. Αν η ποδηλάτης σταματήσει να ποδηλατοδρομεί στην αρχή του ανηφορικού δρόμου θα μπορέσει το ποδήλατο να ανέβει τον ανηφορικό δρόμο; Στην άνοδο του ποδηλάτη να βρείτε:

- το έργο του βάρους της ποδηλάτη – ποδήλατου,
- το έργο των αντιστάσεων του αέρα,
- την χημική ενέργεια που δαπάνησε η ποδηλάτης και σε ποιες μορφές και με ποιο % ποσοστό αυτή μετατράπηκε. Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ .



## 17ο Κριτήριο Αξιολόγησης: Όλη η ύλη – Γενικό

### Θέμα Α'

(Για τις ερωτήσεις Α.1 έως και Α.3 να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή πρόταση.)

**Α.1** Δύο κινητά Α και Β ξεκινούν την κίνησή τους τη χρονική στιγμή  $t_0=0$  κινούμενα σε άξονα  $x'x$ . Το Α έχει χρονική εξίσωση ταχύτητας  $v_A = 10 + 4t$  (S.I) και το Β έχει χρονική εξίσωση θέσης  $x_B = 5t + 3t^2$ .

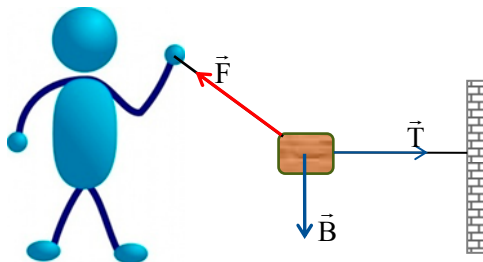
**α.** Το Α κινείται με σταθερή ταχύτητα και το Β με σταθερή επιτάχυνση.

**β.** Και τα δύο κινητά εκτελούν ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση.

**γ.** Και τα δύο κινητά κινούνται με σταθερή επιτάχυνση με το Α να έχει μεγαλύτερη επιτάχυνση από το Β.

**δ.** Η ταχύτητα του κινητού Β έχει χρονική εξίσωση  $v_B = 5 + 3t$  (S.I)

**Α.2** Στο σχήμα ένα σώμα βάρους  $\vec{B}$  ισορροπεί δεμένο με δύο νήματα, ένα οριζόντιο που είναι δεμένο σε κατακόρυφο τοίχο και ένα άλλο που το έλκει ένα παιδί. Τα νήματα αυτά ασκούν στο σώμα δυνάμεις  $\vec{T}$  και  $\vec{F}$ . Τα μέτρα των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα συνδέονται με τη σχέση:



**α.**  $F=T+B$

**β.**  $B = \sqrt{T^2 + F^2}$

**γ.**  $T = \sqrt{F^2 - B^2}$

**δ.**  $B=F+T$

**Α.3** Σε ένα σώμα Σ μάζας Μ που είναι πάνω σε οριζόντιο δάπεδο δίνουμε αρχική οριζόντια ταχύτητα  $\vec{v}_0$  και το σώμα αυτό σταματάει ύστερα από κάποιο διάστημα.

**α.** Η τριβή που ασκείται στο σώμα έχει μέτρο ανάλογο της αρχικής ταχύτητας  $\vec{v}_0$  που δώσαμε στο σώμα,

**β.** Η τριβή που ασκείται στο σώμα έχει μέτρο που εξαρτάται από το εμβαδόν της βάσης του σώματος που είναι σε επαφή με το δάπεδο,

**γ.** Η επιβράδυνση με την οποία κινείται το σώμα είναι αντιστρόφως ανάλογη με την μάζα του σώματος.

**δ.** Η θερμική ενέργεια που αναπτύσσεται μέσω του έργου των τριβών είναι

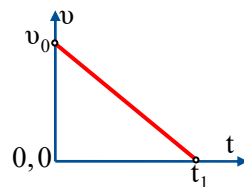
$$Q = \frac{1}{2} M v_0^2$$

**Α.4** Ένα κινητό κινούμενο σε οριζόντιο λείο δάπεδο σε άξονα  $x'x$  όταν είναι θέση  $O(x=0)$  έχει κινητική ενέργεια  $K_0=10\text{J}$  και δέχεται την δράση οριζόντιας σταθερής δύναμης  $F$ . Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας.

|                               |     |    |     |
|-------------------------------|-----|----|-----|
| Θέση στον άξονα $x'x$         | 1m  | 2m |     |
| Έργο δύναμης $W_F$            | 20J |    |     |
| Κινητική ενέργεια σώματος $K$ |     |    | 80J |

**A.5** Να γράψτε στο τετράδιό σας το γράμμα της κάθε πρότασης και δίπλα σε κάθε γράμμα τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος** αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

Ένα σώμα μάζας  $m$  κινείται σε άξονα  $x'x$  και η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο διάγραμμα.



- Το σώμα κινείται προς τα αρνητικά του άξονα  $x'x$ .
- Η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο κινητό μειώνεται γραμμικά με το χρόνο.
- Το έργο της συνισταμένης δύναμης σε όλη την διάρκεια της κίνησης είναι

$$W_{ολ} = -\frac{1}{2}mv_0^2$$

Αν  $\Sigma F$  το μέτρο της συνισταμένης δύναμης και  $K_0$  η αρχική κινητική ενέργεια την  $t_0=0$  στην θέση  $x_0=0$ ,

- η μεταβολή της κινητικής ενέργειας ισούται με  $\Delta K = -\Sigma F \frac{v_0 t_1}{2}$
- η κινητική ενέργεια  $K$  του σώματος μεταβάλλεται με την συντεταγμένη  $x$  σύμφωνα με την σχέση  $K = K_0 - \Sigma F \cdot x$

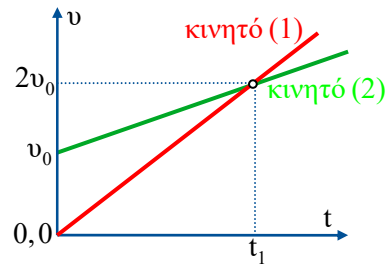
## Θέμα Β'

**B.1** Μια κυρία ελέγχει το βάρος της και ζυγίζεται στην ζυγαριά ενός φαρμακείου. Στην συνέχεια μπαίνει σε ένα ασανσέρ βρίσκει μια ξεχασμένη ζυγαριά και ζυγίστηκε και πάλι την στιγμή που το ασανσέρ ανέρχονταν. Διαπιστώνει όμως ότι στο ασανσέρ η ένδειξη της ζυγαριάς είναι μικρότερη σε σχέση με αυτή του φαρμακείου κατά 20%. Πηγαίνοντας χαρούμενη - νομίζοντας ότι αδυνάτισε- το αναφέρει στη κόρη της που ήταν στο σπίτι με δύο άλλες συμμαθήτριες της Α' Λυκείου. Οι τρεις μαθήτριες απέδωσαν τη μειωμένη τιμή στην κίνηση του ασανσέρ και προσπάθησαν να εξηγήσουν το είδος της ανοδικής του κίνησης την ώρα που έγινε το ζύγισμα. Έτσι έδωσαν τρεις διαφορετικές απαντήσεις:

- 1η μαθήτρια: Το ασανσέρ ανέρχεται με σταθερή επιτάχυνση μέτρου  $a=0,2g$
- 2η μαθήτρια: Το ασανσέρ ανέρχεται με σταθερή επιβράδυνση μέτρου  $a=0,2g$
- 3η μαθήτρια: Το ασανσέρ ανέρχεται με σταθερή επιβράδυνση μέτρου  $a=0,1g$  [ $g$  είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας]

Εσείς με ποια μαθήτρια συμφωνείτε; Δικαιολογείστε την όποια απάντηση.

**B.2** Το διάγραμμα δείχνει πως μεταβάλλονται με το χρόνο οι ταχύτητες δυο κινητών (1) και (2) ίδιας μάζας  $m$ . Για τις κινήσεις των δύο αυτών κινητών (1) και (2) στο χρονικό διάστημα από  $t_0=0$  έως  $t=t_1$  δίνονται:

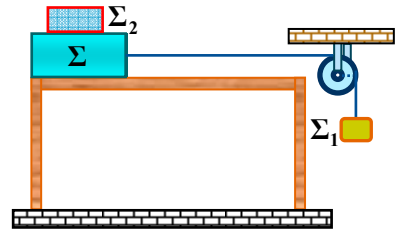


- α. Το διαστήματα  $s_1$  και  $s_2$  συνδέονται με την σχέση  $s_2=1,5s_1$ .
- β. Για τις επιταχύνσεις  $a_1$  και  $a_2$  ισχύει  $a_2=2a_1$ .
- γ. Τα έργα  $W_1$  και  $W_2$  της συνισταμένης δύναμης που ασκούνται σε κάθε σώμα συνδέονται με την σχέση  $W_2=0,75 W_1$ .

Επιλέξτε με δικαιολόγηση το σωστό ή λανθασμένο της κάθε σχέσης.

### Θέμα Γ'

Στο σχήμα τα σώματα  $\Sigma$ ,  $\Sigma_2$ ,  $\Sigma_1$  έχουν μάζες  $M=7\text{Kg}$ ,  $m_2=2\text{Kg}$  και  $m_1=1\text{Kg}$  αντίστοιχα και αρχικά όλο το σύστημα το κρατάμε σε ηρεμία με το νήμα να είναι τεντωμένο. Το τραπέζι πάνω στο οποίο είναι το σώμα  $\Sigma$  είναι λείο ενώ η επιφάνεια επαφής των σωμάτων  $\Sigma$  και  $\Sigma_2$  είναι μη λεία και αναπτύσσονται τριβές. Κάποια στιγμή αφήνουμε ελεύθερο το σύστημα που αρχίζει να κινείται χωρίς το  $\Sigma_2$  να ολισθαίνει ως προς το  $\Sigma$  (τα  $\Sigma$  και  $\Sigma_2$  κινούνται ως ενιαίο σώμα). Στην κίνηση αυτή η τροχαλία δεν παρουσιάζει τριβές και θεωρούμε δε αμελητέα την μάζα της και έτσι το νήμα ασκεί στα σώματα  $\Sigma$  και  $\Sigma_1$  δυνάμεις με ίσα μέτρα. Να βρείτε:

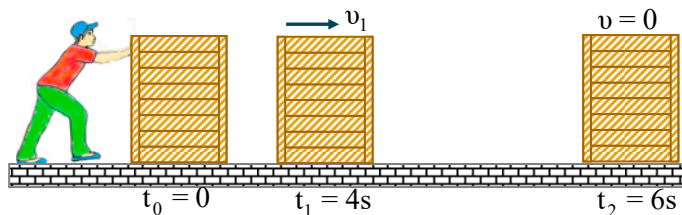


- Γ.1 την επιτάχυνση με την οποία κινείται το σύστημα των σωμάτων,
- Γ.2 το μέτρο της δύναμης που ασκεί το νήμα στα σώματα  $\Sigma$  και  $\Sigma_1$ ,
- Γ.3 την κινητική ενέργεια που έχει αποκτήσει το σώμα  $\Sigma$  την στιγμή που η δυναμική βαρύτητας του σώματος  $\Sigma_1$  έχει μειωθεί κατά  $\Delta U=5\text{J}$ ,
- Γ.4 την δύναμη της τριβής που δέχεται το σώμα  $\Sigma_2$  σχεδιάζοντας στο σχήμα την κατεύθυνσή της,
- Γ.5 για ποιές τιμές του συντελεστή τριβής το σώμα  $\Sigma_2$  δεν ολισθαίνει ως προς το σώμα  $\Sigma$ .

**Θέμα Δ'**

Ένας άνθρωπος την χρονική στιγμή  $t_0=0$  αρχίζει να σπρώχνει ένα κιβώτιο, που ηρεμούσε πάνω σε οριζόντιο δάπεδο, ασκώντας σταθερή οριζόντια δύναμη  $F=150\text{N}$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1=4\text{s}$  που το κιβώτιο αποκτά ταχύτητα  $v_1=4\text{m/s}$ .

Στη συνέχεια το κιβώτιο συνεχίζει - χωρίς να το σπρώχνει ο άνθρωπος - και σταματάει τη χρονική στιγμή  $t_2=6\text{s}$ . Δίνεται ότι σε όλη την κίνηση το κιβώτιο παρουσιάζει με το δάπεδο σταθερό συντελεστή τριβής ολίσθησης και  $g=10\text{m/s}^2$ .



Να υπολογισθούν:

- Δ.1 το διάστημα που έδρασε η  $F$  και το συνολικό διάστημα που διήνυσε το κιβώτιο,
- Δ.2 η δύναμη τριβής που δέχθηκε το κιβώτιο από το δάπεδο,
- Δ.3 η μάζα του κιβωτίου,
- Δ.4 ο συντελεστής τριβής ολίσθησης.

Για όλη την ανωτέρω διάρκεια της κίνησης,

- Δ.5 να γίνει σε βαθμολογημένους άξονες η γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας του κιβωτίου με την μετατόπιση αυτού.

Βασίλης Τσούνης

# Φυσική

Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

- Για φιλόδοξους μαθητές και απαιτητικούς καθηγητές
- *Εγχειρίδιο Φυσικής* και όχι ένα ακόμη βοήθημα
- *Ευρύτατη τράπεζα θεμάτων* με όλους τους μηχανισμούς κατανόησης και επίλυσης.

ISBN 978-960-456-553-5



[www.ziti.gr](http://www.ziti.gr)